NOT TO BE ISSUED
OUT OF THE LIBRARY.

00053213

THE
ASIATIC SOCIETY OF BOMBAY
Town Hall, Bombay.

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 July, 2018

00053213

VIRIS NOBILISS. AMPLISS.

S. P. D.

BURCHERUS de VOLDER,

53213

ET

BERNHARDUS FULLENIUS.

QUOD a nobis ultima voluntate ſua deſideravit Nobiliſſ. *Hugenius*, & quod ſecundum eam in nos receperamus, id præſtamus hodie, edendo hæc opuſcula, quæ poſt magno labore luſtrata ejus ſcripta, publicæ luci idonea aut offendere, aut reddere potuimus. Quod ut lubentiſſime pio erga magnum hunc Virum officio ducti præſtitimus, ita nulli dubitavimus, quin hæc, quæ noſtro quidem conſilio, ſed quod Vos Auctoritate veſtra probare dedignati non eſtis, jam prodeunt, Illuſtr. veſtris Nominibus inſcribenda forent. Id enim, præterquam quod ſuadebat toti orbi literario notiſſimus favor, quo literas, literarumque cultores proſequimini, flagitabat inſuper teſtata Auctoris voluntas, a qua in omnibus his quam minimum recedere nobis religio fuit. Nam cum illi placuerit ſua ſcripta legare Academiæ Lugduno-Batavæ, cui

Vos tanta cum ſollicitudine & ſucceſſu præſidetis, ſimul & ſuam erga vos reverentiam teſtatam voluiſſe, & nobis legem hanc fixiſſe viſus eſt, ut quidquid ex illius ſcriptis in publicum prodiret Vobis, VIRI NOBILISS. AMPLISS. optimo jure deberetur. Ipſius quoque Auctoris celebritas, & quam maximo ſuo merito habuit, & habebit ſemper inter omnes doctos exiſtimatio ſumma, facit, ut ſperare audeamus, hoc quod & ipſius & noſtro nomine ea, qua decet, reverentia vobis offerimus, non omnino ingratum fore. Quod ſi obtinuerimus, erit profecto, quod nobis gratulemur admodum; Deum porro precantes, ut Vos difficillimis hiſce temporibus Reipublicæ, cujus magnam partem tam Bello, quam Pace Vobis commiſſam gaudemus, & Academiæ, cujus in Vobis ſita eſt ſalus, diu ſoſpites & incolumes ſervare velit. a. d. XVII Calend. Febru. cIɔ Iɔ cc III.

God
510.92
Hug / Opu
3213

BUR-

BURCHERUS de VOLDER,

ET

BERNH. FULLENIUS

LECTORIBUS S.

QUanto damno Reip. literariæ diem ante paucos annos obierit ſuum Vir Illuſtris Chriſtianus Hugenius *norunt omnes, qui res Phyſicas aut Mathematicas vel a limine ſalutarunt. Tantum quippe in eo eluxit ingenii acumen, tanta ſubtilium floruit inventorum copia, tantaque harum artium effulſit peritia, ut paucos admodum, qui cum ipſo comparari poſſint, ſuperiorem certe hæc ætas tulerit neminem. Quæ res cum ſummorum virorum ſuffragiis ſatis ſuperque ſtabilita ſit, noſtram, ut opinamur, commendationem non exigit. Quare & majoribus ingeniis, & majori facundia præditis relinquentes deprædicationem ſummarum dotium, quæ magnum hunc Virum illuſtrarunt, hoc unum, quod rem, quæ præ manibus eſt, propius ſpectat, monendum duximus; Viſum eſſe Illuſtri Viro teſtamenti ſui tabulis Academiæ Lugduno-Batavæ legare ſcripta quædam Mathematica, ſimulque nos rogare, ut ea perſpiceremus, & quæ prælo aptari poſſent, edi curaremus, & nominatim quidem,* Dioptricam, Tractatum de Motu Corporum ex percuſſione, item de Formandis Poliendiſque Vitris. *Cui operi cum nos accingeremus, plus in eo laboris offendimus, quam in principio nobis perſuaſeramus. Etſi enim pleraque hæc, quæ hic exhibemus jam a multis annis conſcripta ſint, vix quidquam tamen invenimus plane ad umbilicum deductum,*

ſed

ſed multa, nec ſatis integra, nec convenienti ordine diſpoſita, utpote, quibus Auctor aliis, & aliis, ut fit, ſupervenientibus meditationibus diſtractus, ultimam manum imponere diſtulerat. Exiſtimavimus tamen, nos nec ab Auctoris mente aberraturos, nec in commoda Reipublicæ litterariæ peccaturos, ſi prioribus illis nominatim nobis præſcriptis, adjungeremus, Dioptricæ *quidem, & Tractatui* de Vitris figurandis, poliendiſque, *Diſſertationem* de Parheliis: *Tractatui de* Motu ex percuſſione, *alterum de* Vi centrifuga, *denique* Deſcriptionem Automati Planetarii, *quo Auctor noſter in plano imitatus eſt Planetarum cæleſtium motus. Præter quæ invenimus quidem nonnulla alia ab Auctore inchoata, ſed nequaquam eo perducta, ut noſtro judicio publicam lucem videre poſſint. Quod autem hæc tardius evulgentur, factum eſt, partim quod ſerius hæc ſcripta ad manus noſtras devenerint, partim quod locorum, quibus vivimus, diſtantia non parum moræ attulerit, dum neceſſe fuit, ut ſinguli ſeorſim ea pervolverimus; nec licuerit, ſi quæ res deliberationem requireret, coram inter nos conferre, & certi quid conſtituere, verum omnia per litteras conficere; quæ multis de cauſis, quas unuſquiſque facile perſpiciet, laboris plurimum, & permagnam temporis jacturam ſecum trahunt. Quibus denique accedunt privata noſtra negotia, quæ nos ſæpius ab his peragendis abſtraxerunt.*

Primo ergo loco videre eſt Dioptricam, *jam, ut cætera fere omnia, a multis annis conſcriptam. Ex iis quæ hinc inde annotaverat* Ill. Hugenius *nobis quidem apparuit, in animo eum habuiſſe addere huic* Dioptricæ, Speculare teleſcopium Newtoni, & ea quæ concernunt ejus aperturam; Parheliorum doctrinam, Libellæ deſcriptionem & demonſtrationem, Aſtroſcopiam compendiariam; *quorum tamen nihil hic addidimus præter Tractatum de* Parheliis; *cum* Libellæ *deſcriptio & demonſtratio* Dia-

rio

rio Gallico 29 *Januarii & 26 Februarii anni* 1680 *inſerta*, Aſtroſcopia *vero ab ipſo Auctore publice edita ſit; de* Speculari *vero* Teleſcopio Newtoni *nihil ad manus noſtras devenerit. Utitur autem hac in Dioptrica ſæpenumero prolixis admodum demonſtrationibus per rationes compoſitas; Qua de cauſa diu hæſimus, an non præſtaret ſubjungere breves quaſdam demonſtrationes calculo fundatas, quibus proculdubio uſus eſt* Hugenius in *inveniendis concluſionibus. Verum quoniam per rationum compoſitionem demonſtrandi methodum tantum non in omnibus aliis operibus ſuis alteri prætulerit, conſilium hoc abjecimus, exiſtimantes teneri nos obſequi voluntati Auctoris, quantum eam probabili conjectura aſſequi poſſemus. Annotaſſe quidem noſtrum invenimus, multa contrahenda, mutandaque eſſe. Verum cum incertum eſſet, an in mutationibus faciendis recte mentem ejus aſſequeremur, optimum reputavimus, quantum fieri poſſet, ipſum textum ſequi. Veruntamen cum Propoſitiones multis in locis non ſatis concinne diſpoſitas animadverteremus, nec quidquam certi de eo conſtituiſſe videretur Auctor, eas ita diſpoſuimus, ut rerum, de quibus agebatur, ſeriei, & demonſtrationum apto ordini convenientius videbatur.*

In Dioptrica autem noſter incipit a primis fundamentis, ipſa ſcilicet refractionis menſura, ſecundum quam radii ex aëre, ſive in aquam, ſive in vitrum tranſeuntes refringantur. Dein regulas tradit, per quas inveniantur puncta vel collectionis vel diſperſionis radiorum, per diverſorum mediorum ſive planam, ſive ſphæricam ſuperficiem, ut & per quaſlibet lentes tranſeuntium. Nec ea tantum quæ in ipſo axe ſunt, verum etiam illa, quæ extra axim verſus latera reperiuntur. Verum enim vero cum in lentibus ex figura utrinque ſphærica, aut ex ſphærica & plana conſtantibus, hæc puncta non accurate, ſed præterpropter tantum

radios colligant, inquirendum porro ſibi exiſtimavit, quanta in ſingulis foret aberratio. Hinc oculi fabricam conſiderat, & qui vitia oculorum in ſenibus Myopibuſque emendari perſpicillis queant, exponit. Poſt effecta lentium contemplatur, qua ſcilicet magnitudine apparente reſpectu veræ, & quo ſitu objecta repræſententur, ſive per unam, ſive per plures lentes fiat viſio. Aggreditur dein Teleſcopia, ex duobus, tribus, quatuorve lentibus, ſive convexis, ſive partim convexis, partim concavis conſtantia, & amplificationis rationem, & ſitum objectorum, & anguli viſorii amplitudinem in ſingulis determinat. Qua occaſione ſimul explicuerat, qui aberrationis ex figura vitium, quod in Teleſcopiis, quæ lentes tantum convexas continent, inemendabile eſt, in iis tamen, quæ ex convexa & concava lente componuntur, tolli queat; hoc ſcilicet artificio.

Data exterioris lentis foci diſtantia, dataque ratione, ſecundum quam objecta ſecundum diametrum amplificari volumus, quæ ſit, ut b *ad* c, *dataque ex his quoque ratione aberrationis radii extremi ad lentis craſſitudinem, quæ ſit, ut* f *ad* g, *inter lentem exteriorem & focum ejus; ita ſcilicet, ut focus utriuſque lentis ſit idem punctum, collocat lentem concavam, cujus aberratio radii axi paralleli a parte foci communis venientis æquetur craſſitudini lentis ductæ in numerum* $\frac{bf}{cg}$. *Quæ craſſitudo, ſi vocetur* q *erit aberratio* $\frac{bf}{cg}q$, *quæ ſi æqualis ponatur ſecundum Regulam* Prop. 27. Dioptr. *datam* $\frac{27a^2q+24adq+7d^2q}{6a^2}$, *in qua* a *deſignat ſemidiametrum ſuperficiei convexæ, &* d, *diſtantiam puncti diſperſus, facile erit invenire ſemidiametrum ſuperficiei convexæ, & ea cognita ſemidiametrum quoque concavæ, cum ea ſit æqualis* $\frac{ad}{2a+d}$ *ex eadem illa Propoſitione. Quod inventum licet magni primum vi-*

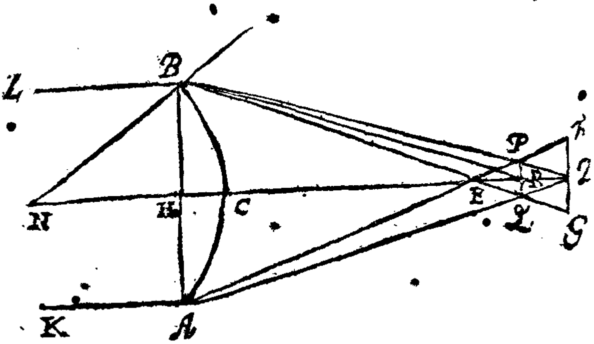
videatur feciſſe, ita ut ad quamvis foci diſtantiam lentis convexoplanæ integram etiam ex eo Tabulam confecerit, repoſuit tamen poſtmodum inter ea, quæ ex Dioptricis ſuis rejecerat; proculdubio quia poſt detectam ab V. Cl. Newtono *radiorum, quæ in refractione locum habet, diſſipationem, hanc ex figura aberrationem, quæ ab altera, quæ ex diſſipatione eſt, multum deficit, tanti momenti in Teleſcopiis eſſe non judicavit. Qua de cauſa & nos, qui ſummo ſtudio nobis cavendum duximus, ne quid fieret quod Auctorem ipſum facturum non fuiſſe ſuſpicaremur, inventum hoc rejecimus, cujus tamen obiter hic mentionem faciendam exiſtimavimus, ut vel ex eo pateret, qua ſollicitudine noſter reſpexerit ad omnia, quæ vel tantillulum ad Teleſcopiorum perfectionem facere poſſe videbantur.*

Noſter equidem perfectiſſimum ſibi proponens Teleſcopium, quod in maxima claritatis ac diſtinctionis perfectione objecta ad lubitum amplificaret, tali conatui obſtare deprehendit, quod juſto major apertura diſtinctionem, minor vero claritatem impediret. Hinc perſuaſus modum in eo a Natura eſſe poſitum, ultra quem progredi non licet, hoc præſtitit, ut dato optimo quodam Teleſcopio exhibuerit aliud objecta magis amplificans, ſed tamen æque clare ac diſtincte omnia repræſentans. Ergo cum radiorum diſſipatio ad Teleſcopiorum aperturas plurimum faciat, hinc ejus rationem explanat, & aſſumendo Teleſcopium rite ordinatum, ita ut nec majorem aperturam in lente exteriori ferre poſſit, nec acutiorem lentem ocularem, in quo tamen hæc diſſipatio non noceat, quaslibet in aliis Teleſcopiis, data diſtantia foci lentis exterioris, & aperturas, & lentis ocularis focum & ex his amplificationem objecti ſecundum Diametrum definit, horumque omnium quantitatem, aſſumto ſcilicet Teleſcopio 30 pedum pro norma reliquorum, juxta diverſas foci lentis exterioris diſtantias, Tabula exponit. Qua de re monendum duximus

Tabulam, quam hic dedimus, in amplificatione paululum deviare ab Auctoris tabula. In hac enim poſuerat in Teleſcopio 30 pedum amplificationem eſſe, ut 120 ad 1, cum tamen ea, poſita diſtantia foci vitri ocularis $3\frac{3}{10}$ *pollicum, ut facit Auctor, ſit ſolummodo, ut 109 ad 1, ſecundum quam rationem reliquum tabulæ, amplificationem, quod ſpectat, conſtruximus.*

Denique Microſcopia aggreditur, primum ſimplicia, dein compoſita, & in ſingulis objecti amplificationem determinat; & aſſumto, ut in Teleſcopiis fecerat, Microſcopio rite ordinato, conſiderataque utraque aberratione, tam quæ ex figura, quam quæ ex diſſipatione radiorum eſt, ex hujus ad reliqua comparatione, invenit aliud quodlibet, ex data lentis ocularis foci diſtantia, & data amplificatione objecti, in quo neutra aberratio noceat.

Noſter autem dum conſiderat diſſipationem radiorum Newtonianam, *ita loquitur, ac ſi ea, quæ in axe lentis eſt diſtantia, inter duo puncta, verſus quorum alterum radii rubri tendunt, verſus alterum vero violacei, foret* $\frac{1}{50}$ *diſtantiæ ejus, quæ eſt inter punctum ad quod pertinent radii rubri & ipſam lentem. Quod ne ſecus ac oportet accipiatur, conſiderandum eſt* V. Cl. Newtonum *primum cum orbe litterato communicaſſe, radium Lucis in ſuperficiem denſioris diaphani oblique incidentem, poſt refractionem, velut in plures radios ſpargi exiguis angulis diſſidentes coloribuſque infectos, & ea quidem lege, ut ſi ſinus communis anguli incidentiæ ponatur eſſe 44 partium, ſinus refractionis radii rubri, qui minime omnium refringitur, ſit earundem partium 68, ſinus vero refractionis radii violacei, qui maximam refractionem patitur, ſit partium 69. Ex quibus facile eſt concludere, ſi radius* LB *ope refractionis diſpergatur colore rubro in* BD, *colore vero violaceo in* BE *fore* ND *ad* DB, *ſive ad* DC, *ut 68 ad 44, ut &* NE *ad*



EB *vel* EC *ut* 69 *ad* 44. *Qualium ergo partium* NC *eſt* 24, *talium* CD *erit* 44, *&* *qualium* NC *eſt* 25, *talium* CE *erit quoque* 44. *Erit ergo linea* CD *ad* CE, *ut* 25 *ad* 24, *adeoque* DE *erit* $\frac{1}{25}$ CD *&* FG *ipſius* AB. *Verum ſi perpendamus multo maximam radiorum conſtipationem eſſe in* PRQ, *non vero in* FDG, *liquebit ſimul focum lentis eſſe in* PRQ, *ita ut* RE *ſit* $\frac{1}{50}$ RC *vel* RH, *&* PR $\frac{1}{50}$ BH, *ut & angulus* RBP *ſit* $\frac{1}{50}$ *anguli* BRH. *Quod illud ipſum eſt, quod Auctor intendit.*

Nec poſſumus quin hac occaſione referamus V. Cl. Newtonum *nobiſcum communicaſſe,* Recentioribus ſe experimentis accuratius didiciſſe, quod PQ ſit $\frac{1}{57}$ ipſius AB., & RE $\frac{1}{27}$ ipſius EH circiter. *Quo ipſo angulus aberrationis tantillulo fit minor, utpote quæ in microſcopio non major futura eſt,* 15′ : 36′ *cum Prop.* 63 *Dioptr. inveniatur* 17′ : 12″. *nec in Teleſcopio major* 28′, 24″, *cum in eadem Prop. inveniatur* 31′ : 20′. *Unde perſpicuum eſt, ſi illa major in Teleſcopiis Microſcopiiſve non noceat, nec hanc minorem nocituram. Facile quoque liquet, ſi hanc aberrationis rationem accuratiorem ſequi velimus, in regula priore, quam tradit ultima Dioptrices Propoſitione, in locum* 50 *ponendum eſſe* 55.

Figuras quæ ad Dioptricam pertinent, ligno inciſas ipſi Textui adjecimus; earum enim nonnullas jam confectas Au-

 ctor

ctor reliquerat, quas Hæredes cum Bibliopola ad hunc uſum communicarunt humaniſſime; verum cum longe major pars adhucdum conficienda eſſet, non, qualem optaremus, invenire potuimus artificem; quæ & ratio fuit, cur in reliquis opuſculis mutato conſilio figuras æri inciſas adhibuerimus, ad finem libri compingendas, ita tamen ut extra libri molem evolvi commode poſſint.

Huic Dioptricæ ſubjunximus Tractatum de Vitris figurandis, poliendiſque ad Teleſcopia efformanda. *Qui cum Belgico ſermone conſcriptus eſſet, nec concinnum videretur Latinis hiſce Belgica miſcere, de eo in Latinam linguam vertendo cogitandum fuit. Quam operam, licet propter plures machinarum denominationes non ita facile Latine explicandas magnam ſedulitatem requireret, in ſe tamen ſuſcepit & feliciter ad exitum deduxit* V. Cl. Hermannus Boerhaven, Philoſophiæ & Medicinæ Doctor, *quique in Illuſtri Academia Lugduno-Batava Medicinam ſumma cum laude publice docet.*

Sequitur tertio loco Diſſertatio de Coronis & Parheliis, *partim Latine, partim Belgice ab Auctore conſcripta, quam Latio donavit Solertiſſimus & maximæ ſpei Juvenis* M. P. Daumeſnil. *In hac autem diſſertatione, ex guttulis aqueis nucleum nivalem in ſe continentibus, ingenioſiſſime deducit; primo Coronarum varii generis, dein & ex ſimilibus Cylindrulis, Parheliorum, tum lateralium, tum poſticorum cauſas; primario ſibi exemplorum inſtar proponens duas obſervationes* Coronarum & Parheliorum *anno* 1629 & 1630 *Romæ factas a* Cl. Scheinero, *ut & quaſdam* Hevelii, *quas idcirco diſſertationi ſubjunximus. Jam a multis annis varias ſimilium Phænomenum obſervationes variis locis factas noſter collegerat, eo animo, ut quæ in ſingulis peculiaria reperiret, poſt exhibitas horum Phænomenum generales cauſas, hoc in libello ſimul explicata trade-*

deret, iiſdemque ex fundamentis deduceret. Harum quoque obſervationum nonnullas offendimus, quas tamen addere reliquis omiſimus, tum quia earum in ipſa diſſertatione nulla facta erat mentio, tum quia eas omni cauſarum expoſitione privatas invenimus. Tantum quippe abeſt, ut hoc ſuum propoſitum ad exitum deduxerit; ut ne illa quidem omnia, quæ in prioribus illis Scheineri, Heveliique *obſervationibus locum habent, plene abſolverit. Licet enim moneat ſe de* Anthelio *ad finem diſſertationis acturum, fruſtra tamen, tum hoc, tum quæ de circulis in cælo apparentibus & ſe invicem oblique ſecantibus meditatus erat, quæſivimus. Quare, ut, quantum pote, huic defectui mederemur, adjecimus ab eodem illo ingenioſiſſimo juvene ex Gallica in Latinam verſam* Hiſtoriam Coronæ Pariſiis obſervatæ 12 Maii, anni 1667, *quæque circa id tempus jam publicam lucem aſpexerat. In ea enim hæc fundamenta, quæ latius in hac diſſertatione de* Parheliis *tractantur & demonſtrantur, ſtrictius referuntur, ſimulque &* Antheliorum *& arcuum ſe invicem ſecantium, mentio fit. Ex quibus cum fundamentis hic ab Auctore poſitis propius collatis, qui omiſſa hæc explanari debeant, facile erit colligere.*

Multum vero magis nos ſollicitos habuit, quod in hoc tractatu trium meminiſſet tabularum, quarum demonſtrationem ad finem diſſertationis rejicit, cum tamen nec tabularum, nec demonſtrationis earundem veſtigium ullum appareret, quamquam eæ tanti nobis viderentur momenti, ut abſque iis res intelligi non poſſit. Harum ergo tabularum conficiendarum rationem ex fundamentis ab Hugenio *poſitis eruere neceſſum fuit; quod & fecimus, eamque ſimul cum demonſtratione libello huic ſubjecimus. Poſtmodum autem forte fortuna in manus noſtras incidit chartula a reliquis omnibus ſejuncta ſolas has tres tabellas in ſe comple-*

plectens, ut partim ex inſcriptione tabellis appoſita; partim ex eo, quod harum tabellarum numeri exacte illis numeris reſponderent, quorum tanquam ex tabellis hauſtorum in hoc tractatu meminit; partim denique ex eo quod reliqui numeri noſtro calculo reſponderent, promtum erat colligere. In demonſtratione autem ejus Tabellæ, quæ Parhelia poſtica reſpicit, noluimus uti curva, quæ fit ex collectione radiorum refractorum, quanquam per eam rem multo facilius confici poſſe perſpectum habebamus; tum quia harum curvarum inventio longe ſerius, quam libellus hic ab Auctore conſcriptus eſt, divulgata fuit; tum quia ea uſum non fuiſſe Auctorem, haud vane, ut exiſtimamus, conjecimus.

In hac autem de Parheliis *diſſertatione, diametrum Coronæ, quæ frequentiſſime apparet, tantum non ubique ſtatuit 45 graduum circiter, in* Gallico *vero illo tractatu de Corona anni 1667, quæ poſt hanc diſſertationem conſcripta videtur, licet longe ante eam edita ſit, ubique meminit diametri gr. 44. utpote quæ magnitudo, ut veriſimile eſt, ipſi ex accuratioribus obſervationibus magis probaretur. Quare & in tabulis illis, quas in chartula nos reperiſſe diximus, calculus reſpiciebat diametrum coronæ 44 gr. non vero 45 graduum. Ne tamen cuipiam hac de cauſa deeſſe quidpiam tabulis videretur, addidimus quartam, quæ locum habet in corona 45 graduum. Potuiſſet quidem Tabula extendi ad quamvis nuclei nivei craſſitudinem, ut apparentibus pluribus Coronis vel Parheliis lateralibus diverſæ diſtantiæ, quanta nuclei ad Globum vel Cylindrum aqueum proportio occaſionem illis præbeat confeſtim e Tabula confici poſſet; qualem Tabulam ad omnes nucleorum diverſitates extenſam jam confeceramus, verum quoniam Auctor primario tantum ad certos nucleos reſpexerat, eam his addere neglexIMUS.*

Huic

Huic ſuccedit Tractatus de Motu, in quo Regulæ Motus demonſtrantur, quas jam ante 30, *& quod excurrit, annos in* Diario Gallico 18 Martii anni 1669 *cum orbe litterario communicavit Auctor.*

Hunc autem propter materiæ affinitatem ſequitur libellus de Vi centrifuga, *quem in ſcedis Auctoris, ſed nequaquam convenienti ordine diſpoſitum invenimus. Quare factu optimum & Auctoris menti convenientiſſimum exiſtimavimus, ſi, quantum pote, ſequeremur ordinem* Theorematum de Vi centrifuga, *quæ ad finem* Horologii Oſcillatorii *divulgavit jam ante multos annos; licet ad id ipſum neceſſarium fuerit, quædam ex iis Theoremata, utputa* VII, IX, X, XI, *prout hic numerantur, ex fundamentis ab* Ill. Hugenio *poſitis deducere. Sed ne ſic quidem præciſe licuit eundem numerum Propoſitionum obtinere, ne quidpiam, quod de his conſcripſerat Auctor, publico invideremus.*

Quæ dum ſcribimus incidit forte fortuna in manus noſtras Diarium Gallicum anni 1702, *quod dum obiter pervolvimus, animadvertimus* 23. *Maii* 1701 *adduci demonſtrationes horum* 13 *Theorematum; & ſimul in iis erroris accuſari Auctorem noſtrum, in eo, quod tempus duarum oſcillationum minimarum alicujus penduli æquale ponit circuitui minimo ejuſdem penduli motu conico lati, idque ea de cauſa,* quod tempus duarum talium oſcillationum eſt æquale quadruplo temporis caſus perpendicularis ex altitudine fili dupla. *Quod verum eſſe non poteſt: Tempus enim quadruplum caſus perpendicularis ex altitudine fili dupla ad tempus caſus per dimidium fili rationem habet, ut* 8. *ad* 1, *quæ nullam involvit rationem circumferentiæ circuli ad Diametrum; quam tamen ex demonſtratis ab* Hugenio Prop. 25 part. 2 Horologii oſcillatorii *exigit tempus oſcillationis lateralis penduli ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia fili altitudine. Recte autem*

tem Hugenium *tempori circuitus minimi æquaſſe duas oſcillationes laterales minimas ejuſdem fili*, *ex iis*, *quæ in hoc libello demonſtrata ſunt*, *patet abunde.*

Clariſſ. quoque iſtarum Demonſtrationum, *quæ in* Diario *exhibentur*, *Auctor*, *demonſtrationi Prop.* VI. *hæc ſubjungit.* In hac propoſitione Auctoris (*Hugenii ſcilicet*) duæ deficiunt conditiones: prima, ut filum ſemper ſit ſuperficiei Conoidis perpendiculare; altera, ut ſemper fiat gyratio ad perpendicularem altitudinem dimidii lateris recti; ſine quibus nihil determinatum eſt. *Verum hanc propoſitionem* Hugenii *univerſalem eſſe*, *nec ullis conditionibus reſtringendam*, *patet ex demonſtratione*, *quam hic libellus exhibet*, *quæque non ex motu conico*, *qui vi centrifuga minus ſimplex*, *ſed ex vi centrifuga ſola*, & *ex proprietate ſuperficiei Parabolicæ generaliter deducitur. Deinde hæc ipſa*, *quæ in* Diario Gallico *habetur demonſtratio*, *non recte concludet*, *niſi filum*, *quod motu conico circumfertur*, *iiſdem viribus circuitus ſuos faciat*, *quibus in libero aëre faceret abſque ulla ſuperficie Parabolica*; *quod ſane fieri non poſſet*, *niſi globus ex filo ſuſpenſus ſuperficiei Parabolicæ perpendiculariter inhæreret. Altera vero conditio*, *ut manifeſtum eſt ex natura Paraboles*, *in priore continetur.*

Ultimo denique loco videre eſt deſcriptionem Automati Planetarii, *quod*, *ut ex ipſo Automato liquet*, *confici curavit anno* 1682, *quanquam ne nunc quidem ejus deſcriptionem invenerimus integram*, *de qua idcirco paucula quædam notanda erunt.*

Primum eſt, *illa verba P.* 438. *quibus indicat*, *quantum in viginti annis Planetæ ſinguli promovendi ſint*, *ut vero cæli ſtatui congruant*, *deleviſſe Auctorem*, & *in illorum locum hæc ſubſtituiſſe*, ut in annis viginti error nullus, qui quidem viſibilis ſit, exiſtere queat. Poſt plures vero ætates, ubi opus fuerit, facile corrigetur ea ratione

quam

quam ſuo loco docebimus. *Nos tamen verba illa, utut ab Auctore expuncta, exprimi curavimus, quoniam eandem illam aberrationis machinæ a Cælo intra 20 annos quantitatem tanti noſter fecit, ut eas ipſi machinæ incidi voluerit.*

Secundo notandum eſt, Aliter deſcribi conſtitutionem Terræ cum Luna, quam revera in Automato obtinet, ut ex ejus interiori inſpectione patuit. In ipſo enim Automato annulus A B, *non in interiori, ut deſcribitur, verum in exteriori circumferentia habet dentes* 137, *nec major eſt orbita Terræ annua ſed minor, nec defixus inter Martis & Telluris, ſed inter Telluris & Veneris orbitas. Circa hunc annulum rotatur orbita Telluris* C D, *cui perpendiculariter inhærent tres axiculi retinaculo detenti, quod tamen, ut axiculi eo manifeſtius apparerent, depingi noluimus. Prior axiculus duas rotulas utroque capite affixas habet,* E, F, *quarum inferior duodenos dentes habet commiſſos dentibus annuli* A B, *ſuperior tredecim. Superioris dentes committuntur dentibus duodecim rotulæ* H, *& dentes hujus duodecim dentibus rotulæ* G, *quæ in axe ſuo cavitatem habet in partem anteriorem tabulæ Planetariæ patentem, in qua cavitate defigitur ſtylus exiguus Telluris corpori ac Lunari circello conjunctus. Ita ſe res in ipſo Automato habet; ex qua deſcriptione manifeſtum eſt, revoluto annulo terreſtri ſecundum ordinem ſignorum, priorem axiculum duabus rotulis* E, F, *inſtructum in eaſdem partes volvi, verum rotulam* H *in contrarias, & hanc rurſus rotulam* G *ſimul cum Lunari circello in eaſdem ſecundum ordinem ſignorum partes rotare. Hanc autem Telluris Lunæque conſtitutionem, licet ita res ſe in Automato habeat, non deſcripſiſſe videtur Auctor, quia eam, quam deſcripſit, quæ, ut veriſimile eſt, ei demum poſt confectam machinam in mentem venit, huic prætulit; tum quia plus ſpatii* Vide Tab. 3. Fig. 6.

 eſt

eſt inter Tellurem & Martem, quam inter eandem & Venerem, tum quia annulus dentatus hac ratione major fit & idcirco dentes majores admittit, & denique, quia duabus rotulis idem efficit hoc modo, quod in Automato fit tribus.

De Mercurio in hac deſcriptione altum offendimus ſilentium; Quare ejus conſtitutionem ex inſpectione ipſius Automati, & ex ſchedis quibuſdam diſperſis Auctoris hauſtam ut adjungeremus, neceſſum fuit. Idem autem præſtitum eſt circa cauſam inæqualitatis motus, ut & circa definiendam quantitatem aberrationis, qua hæc machina a vera proportione motuum cæleſtium aliquantulum deflectit.

Hæc ea ſunt, de quibus Vos breviter monendos eſſe duximus. Cæterum nulli dubitamus, ſi licuiſſet Auctori ipſi his opuſculis ultimam limam adhibere, quin omnia multis partibus exactiora perfectioraque futura eſſent. Nos id præſtitimus quod potuimus. Studuimus equidem nos accommodare ad Auctoris ſenſum. Quod ſi obtinuimus, eſt quod nobis gratulemur; Sin vero humani quidpiam paſſi ſumus, ab æquo Lectore, præſertim ſi perpenderit, quantum laboris & tædii ſit alienos ſenſus perſcrutari, veniam ſperamus. Valete.

OPUSCULORUM INDEX,

Quæ in hoc Opere continentur.

Dioptrica. *pag.* 1

Commentarii de Formandis poliendiſque vitris ad Teleſcopia. 265

Diſſertatio de Coronis & Parheliis. 291

De Motu Corporum ex Percuſſione. 367

De Vi Centrifuga. 399

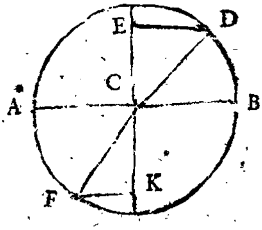
Deſcriptio Automati Planetarii. 429

DIOPTRI-

DIOPTRICA.

De refractione radiorum.

RADIOS lucis in aquam aut alia pellucida corpora incidentes inflecti, cum ſuperficiem eorum attigerint & à via recta detorqueri, jam antiquis temporibus animadverſum fuit. Eſt enim inter Ariſtotelis Problemata, in quo de remorum apparenti curvitate quæritur. Itemque Archimedis libellus exſtitiſſe fertur de annulo ſub aquis viſo, in quo procul dubio de flexu iſto radiorum agebatur, nataque inde viſus fallacia. Leges vero, quas ita affecti radii ſequuntur, ſerius, ac noſtro demum ævo repertæ ſunt: quas hoc modo ſeſe habere experientia docuit.

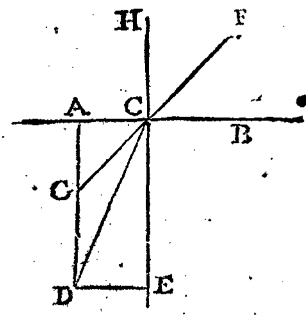


Sit liquidi vel ſolidi diaphani corporis verſus FK exiſtentis ſuperficies plana, quæ ab alio plano, in quo figura hæc deſcripta intelligitur, ſecetur ſecundum rectam AB. In hanc incidat radius obliquus DC, qui ad rectam ECK, ſuperficiei propoſitæ

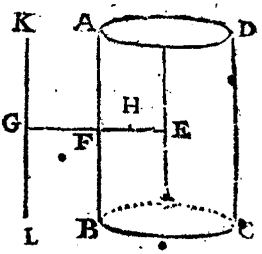
perpendicularem, faciat angulum DCE; is in aqua vitrove perget ſecundum CF minori angulo ad CK inclinatam, quam ſit angulus DCE; atque ea lege, ut ſinus utriuſque anguli, hoc eſt perpendiculares eorum DE, FK ex circumferentia circuli centro C deſcripti in rectam EK demiſſæ certam, eandemque ſemper inter ſe rationem ſervent.

Hæc autem refractionum menſura, non ſinuum, ſed angulorum ipſorum proportione ab Alhaſeno Arabe & Vitellione olim definita fuerat, & experimentis quibuſdam utcunque confirmata. Sed cum in majoribus radiorum inclinationibus a vero diſcrepare proportio illa reperiretur, diligentius ſibi Recentiores inveſtigandam exiſtimarunt. In quibus Keplerus, plurimis fruſtra tentatis †, ipſam quidem rei veritatem non eſt aſſecutus; conjecturis tamen ſuis, variiſque molitionibus non parum ſequentium ſtudia adjuvit. Poſt eum vero Willebrordus Snellius, cum jam majus operæ pretium appareret, quippe exorto teleſcopii invento, multo labore multiſque experimentis eo pervenit, ut veras quidem refractionum menſuras teneret, nec tamen, quod invenerat, ſatis intelligeret. Nam poſitâ, ex. gratia, aquæ ſuperficie AB, viſibili vero ſub aqua in D, quod oculo in F poſito appareat quaſi in recta FC, continuabat hanc FC, donec in G puncto occurreret rectæ DA, ad ſuperficiem aquæ perpendiculari; hiſque ita deſcriptis, ſtatuebat imaginem rei viſæ apparere in G, rectæque CD ad CG certam eſſe rationem, veluti in aqua ſeſquitertiam. Quæ recta-

† Vide Paralipom. ad Vitellionem.



ctarum inter ſe ratio vera eſt, ac convenit prorſus cum ea, quam paulo ante explicuimus, refractionis lege; quia CB eſt ad CG, ex doctrina triangulorum, ut ſinus anguli DGC, vel AGC, ſeu HCF, ad ſinum ang. CDG, ſive DCE. Verum ad hanc ſinuum proportionem nequaquam attendit Snellius, & uſque adeo ab apparente imagine rem omnem pendere exiſtimavit, ut etiam in radio perpendiculari, qualis HC, effectum refractionis, ſeu, ut falſo opinatur, decurtationem radii viſorii agnoſcat, deceptus eo, quod etiam rectà deſuper in vas aqua plenum inſpicienti fundus omni parte attolli videtur. Cujus rei vera cauſa ex radiis ad utrumque oculum tendentibus petenda eſt. Hæc autem omnia, quæ de refractionis inquiſitione volumine integro Snellius expoſuerat, inedita manſere; quæ & nos vidimus aliquando, & Carteſium quoque vidiſſe accepimus, ut hinc fortaſſe menſuram illam, quæ in ſinibus conſiſtit, elicuerit; quâ in explicanda iride & vitrorum figuris inveſtigandis feliciſſimè eſt uſus. Cujuſmodi vero ſit illa Refractionis in ſinubus proportio, cum radius ex aere in aquam, vitrumve, aut alia corpora diaphana defertur, id vel priſmate, ut Carteſius præcipit, inquiri poteſt, vel aliis modis; quos, qui præcedentia intellexerit, non difficulter inveniet. Nobis hi, quos jam docebo, cæteris faciliores viſi ſunt; nam ſi liquida diaphani materia data ſit, ea vitreum vas impleatur, quod vel cylindri formam habeat, vel ejuſmodi ſolum, quæ circa axem rotunda ſit; quo autem capacius erit, quoque tenuiori vitro, eo melius. Eſto illud ABDC, atque ita collocetur, ut axem habeat ſolaribus radiis, vel ab lumine longinquo venientibus, directe oppoſitum. Hi igitur radii ſi cadant in latus DC, concurrent ex parte altera vaſis, poſtquam &

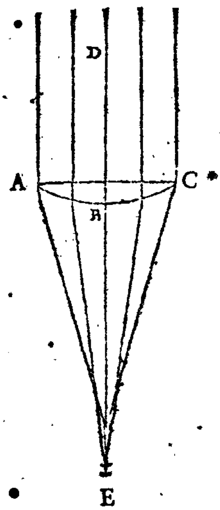


vitrum & aquam eo contentam tranſierunt, &, ſi cylindraceum vas fuerit, lineam quandam lucidam ſignabunt, ut KL in plana ſuperficie vaſis lateri parallela. Ea ubi perfectiſſima contigerit linea minimæque latitudinis, circino capiatur diſtantia GF qua planum a vaſe abeſt, eaque diſtantia in charta annotetur: atque apponatur deinde ſemidiameter vaſis FE a centro ad extimam ſuperficiem, quæ bifariam ſecetur in H. Jam proportio refractionis aquæ, vel quicunque liquor fuerit, habebitur ea quæ eſt EG ad GH, quæ nempe eadem ſemper in finibus exiſtet, ut ſuperius expoſui. Accuratius autem radii poſt vitrum colligentur, ſi tantum eos tranſire ſinamus, qui circa medium cylindrum penetrant, lateribus utrinque aliquouſque contectis. Ac demonſtratio quidem hujus in ſequentibus invenietur, propoſ. 13. nec refractiones quæ in vitro hic accidunt quicquam obeſſe, quo minus Cylindrus ABCD velut totus aqueus cenſeatur, patebit ex iis, quæ dicentur propoſ. 16. & 20. vel ex prop. 22.

Quod ſi vitri aut Cryſtalli refractiones ſimili compendio inquirere libeat, lentem ex ea materia formatam accipe, ſuperficie altera plana, altera convexa, qualis hic eſt lens ABC. Superficiem planam Soli oppone vel lucernæ procul poſitæ ut radii incidant ad rectos angulos: poſt lentem vero adhibe planum aliquod, ac tantum remove, ut in eo radii coëuntes imaginem Solis aut flammæ quam nitidiſſimam depingant: Eſto in E. Tum diſtantiam hujus imaginis ab lentis convexa ſuperficie metire EB, & quam rationem habet ſemidiameter convexitatis ABC puta DB unà cum inventa longitudine

BE,

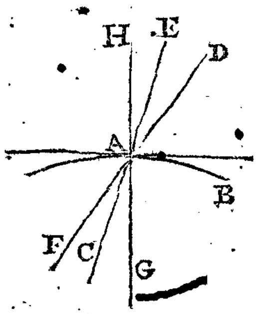
BE, hoc eſt, tota DE ad hanc ipſam BE, eandem ſcito eſſe refractionis vitri, vel cryſtalli propoſitæ. hoc enim demonſtrabitur prop. 9. Lentem vero circa latera aliquatenus texiſſe proderit, ut imaginem lucidi eo nitidiorem referat. Alios modos adjungere his poſſem operoſiores, quibus proportio eadem refractionis ſubtilius colligatur; Sed cum non multum interſit, tam ſcrupuloſe eam definiri, & in diverſi generis vitris aquiſve, ut jam dixi, diverſa aliquantum deprehendatur, operæ pretium non videtur plura de his præcipere. Aquæ tamen pluviæ refractio, ut hoc addam, accurate dimenſa reperta eſt



ut 250 ad 187, paulo ſcilicet major ſeſquitertia; idque ex Iridis amplitudine Carteſius ſubtiliter ſane collegit, Similique ratione, adhibita ſphærula vitrea ſolida, inventaque ex obſervatione ſemidiametro iridis in pluvia vitrea, ſi qua talis caderet, grad. 21:45; proportionem refractionis vitri inde calculo ſubduximus, cujus ratio in iis, quæ de Pareliis, explicabitur, comperimuſque majorem quam 114 ad 76, ſive quam 3 ad 2; minorem vero quam 115 ad 76, ut ſeſquialteram uſurpare abſque errore liceat. Cæterum non ad hanc magis quam ad aliam quamlibet in ſequentibus theorematis reſpeximus, quæque iis definiemus omnia eo modo ſe habitura ſciendum eſt, quæcunque demum fuerit refractionis proportio.

Porro ex lege refractionum modo explicata tria hæc Theoremata facile deducuntur, quorum in cæteris frequens uſus erit.

PROPOSITIO I.



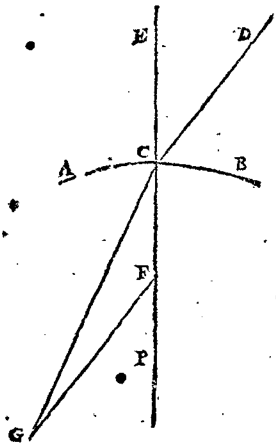
Si fuerit ſuperficies quælibet AB, *terminans diaphanum verſus* C *exiſtens, ſitque radii* DA *extrinſecus in illam incidentis refractio* AC, & *producatur* DA *verſus* F, & CA *verſus* E. *Et intelligatur deinde diaphanum ita tranſponi, ut eadem ſuperficie* AB *terminetur, ſed exiſtat ad partem ejus contrariam, ubi nempe eſt* E. *Dico jam radii* FA *refractionem fore* AE.

Sit enim recta HAG, quæ penetret ſuperficiem AB ad angulos rectos in A; ſunt ergo in eodem plano per HG ducto tum DA, tum refractio ejus AC. Quia vero radius DA ad perpendicularem HG exiſtente diaphano verſus G, eodem angulo inclinatur, quo radius FA, exiſtente diaphano verſus H, eſt enim DAF, ex hypotheſi, linea recta, etiam refractiones utriuſque cum ipſa HG angulos æquales conſtituent. Radii autem DA refractio AC facit angulum CAG, ergo huic æqualem angulum efficiet refractio radii FA cum ipſa HA, hoc eſt, æqualem angulo HAE, eſt enim CAE linea recta. Sed & in eodem plano per rectam HG ducto ſunt FA & AE, quum ſint in directum ipſis DA, CA. Ergo patet radii FA refractionem fore ipſam AE, quando diaphanum eſt a parte H. Quod erat dem.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si fuerit diaphani ſuperficies qvælibet AB*, in quam extrinſecus cadat obliquus radius* DC*, qui refringatur ſecundum* CG*; ſitque recta* ECP *ſecans diaphani ſuperficiem ad angulos rectos, & ſumatur in ea intra diaphanum punctum quodvis* F*, unde ducatur* FG *parallela radio* DC*. Dico hanc occurrere refractioni* CG*, & habere* CG *ad* GF *rationem eam, quæ eſt refractionis.*



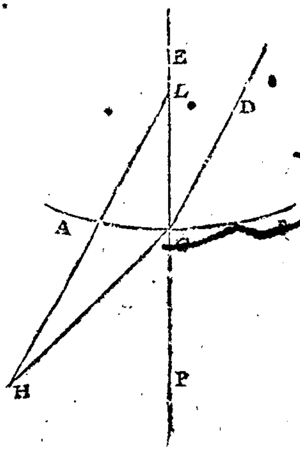
Quia enim propter refractionem angulus FCG minor eſt quam DCE, idem quoque minor erit, quam PFG, ideoque CG, FG neceſſario concurrent. Porro, quia ſecundum refractionum legem ſuperius expoſitam, ſinus anguli DCE ad ſinum anguli FCG rationem habet eam, quæ eſt refractionis. Sinus autem anguli DCE idem eſt qui anguli DCF ſeu CFG. Ergo in triangulo CFG habebit ſinus anguli CFG ad ſinum anguli FCG rationem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus CG ad latus GF. Quia nempe in omni triangulo, latera inter ſe eandem proportionem ſervant, quam ſinus angulorum, quibus illa ſubtenduntur.

Patet autem & converſæ hujus veritas. Nempe FG parallela exiſtente radio DC, rectæque CG occurrente, fuerit CG ad GF ratio eadem, quæ eſt refractionis, tunc CG fore refractionem radii DC.

PRO-

PROPOSITIO III.

Si fuerit diaphani ſuperficies quæcunque AB, *terminans diaphanum verſus* L *exiſtens; radius autem intra diaphanum ſit* DC, *qui in* C *egrediens refringatur in* CH. *Et ducta* ECP, *quæ ſuperficiem ſecet ad angulos rectos, ſumatur in ea punctum quodvis* L, *unde ducatur* LH *parallela radio* DC. *Dico hanc occurrere refractioni* CH, *atque eſſe* LH *ad* HC *rationem eam, quæ eſt refractionis.*



Quia enim radius DC refractus exit a diaphano, erit angulus PCH major angulo LCD, hoc eſt, angulo CLH. Unde manifeſtum eſt rectas CH, LH concurrere.

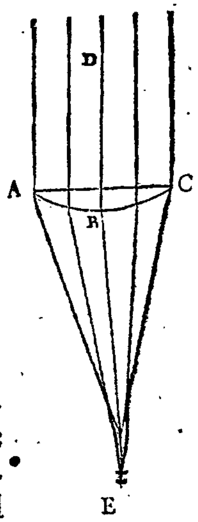
Porro autem, quia ſecundum legem refractionis, ſinus anguli PCH ad ſinum anguli LCD ſive CLH proportionem refractionis habet. Sinus autem anguli PCH idem eſt qui ſinus anguli LCH, habebit itaque in triangulo LHC, ſinus anguli LCH ad ſinum anguli CLH proportionem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus LH ad latus HC. Quod erat probandum.

Rurſus autem & converſa propoſitionis hujus manifeſta eſt. Nempe ſi LH parallela exiſtente radio DC, rectæque CH occurrente; fuerit LH ad HC ratio ea quæ refractionis, etiam CH fore refractionem radii DC.

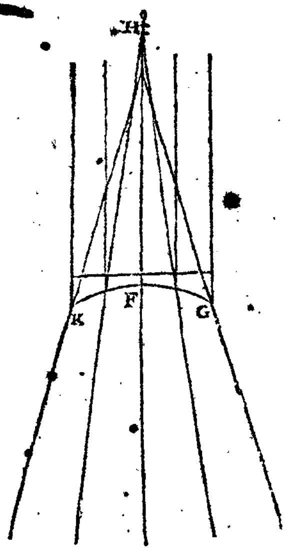
Nunc quomodo puncta ea inveniantur, ad quæ radii, poſtquam in ſuperficie aliqua plana, convexa, aut

ca-

cava refracti fuerint, colliguntur, vel ad quæ diſperſi reſpiciunt, deinceps exponemus; quæ quidem puncta concurſus vel diſperſus vocabimus. Quoniam vero hoc nomine etiam illa puncta deſignabimus, ad quæ tamen radios omnes refractos non accurate pertinere oſtenſum fuerit, id quomodo tunc intelligendum ſit paucis declarandum eſt. Ergo ſi radios parallelos in lentem ABC incidentes omnes poſt refractionem convenire oſtendatur cum axe DBE citra punctum quoddam E, vel omnes ultra idem punctum, verum hoc pacto, ut quo quiſque radius axi propinquior fertur eo refractus concurrat propius ad punctum E, idque ad



diſtantiam tandem quavis data minorem, tum quoque punctum E concurſus punctum dicetur. Similiterque in lente cava KFG, ſi parallelos radios a parte H venientes poſt refractionem ita ſpargi oſtenderimus, ut retrorſum producti conveniant cum axe FH omnes citra punctum quoddam H, vel omnes ultra, iiſdemque etiam conditionibus quas in convexa poſuimus, tum punctum H dicetur punctum diſperſus. Quin etiam hæc puncta plerumque ſic accipiemus, tanquam concurſum aut diſperſum radiorum exacte determinarent; medias videlicet lentium

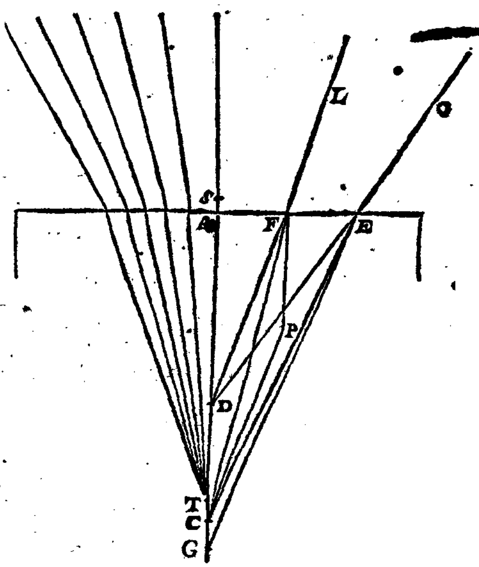


aut ſuperficierum partes reſpicientes, quarum ſatis exigua ſit proportio ad convexitatis vel cavitatis diametros, ut quantum ad ſenſum oculorum attinet perfectum videatur, quod geometrica ratione eſt imperfectum. Ita enim ſeſe habere lentium latitudines certum eſt, tum earum, quibus in tenebris picturam repræſentari videmus rerum, quæ foris a Sole illuminantur, tum quibus perſpicilla ſeu teleſcopia conſtant; neque enim alioqui tam inſignes earum effectus cernerentur.

PROPOSITIO IV.

Problema I.

Data diaphani ſuperficie plana, & puncto, ad quod radii tendentes in ſuperficiem extrinſecus impingant; Invenire punctum concurſus refractorum.



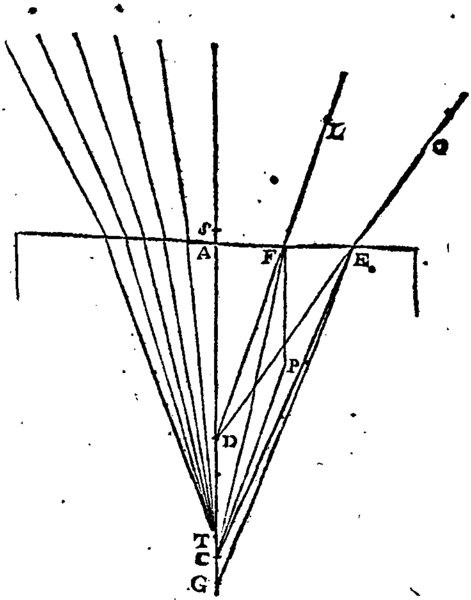
Sit diaphani ſuperficies plana A E, hoc eſt, in qua eſt linea recta A E, ſitque datum punctum D, ad quod tendentes radii ut L F, O E, ſuperficiei dictæ extrinſecus occurrant. Sit autem D A eidem ad angulos rectos, omneſque lineæ, quæ in ſchemate apparent, intelligantur in plano per A D ducto. Producatur A D & habeat T A ad A D ra-

rationem eam quæ eſt refractionis. Dico T fore punctum concurſus quæſitum. Et primo quidem oſtendam nullius radii refractionem concurrere cum AD citra punctum T. Sit enim FC refractio radii LF & perficiatur parallelogrammum CDFP. Erit igitur FP ſuperficiei AE ad angulos rectos, & PC parallela radio LF, ejuſque refractioni occurrens in C. Quare FC ad CP habebit proportionem quæ eſt refractionis †. Eſt autem FD æqualis CP. Ergo etiam CF ad FD proportionem refractionis habebit, hoc eſt, eam, quam TA ad AD. Ergo & quadratum CF ad quadr. DF, ut quadr. TA ad quadr. AD. Ergo ratio quadrati CF ad quadr. DF eſt majoris ad minus. Quare auferendo utrinque quadratum AF, erit ratio quadrati CA ad quadr. AD major quam quadrati CF ad quadr. DF, hoc eſt, quam quadrati TA ad quadr. AD. Itaque quadratum CA majus erit quadrato TA, & CA linea major quam TA: unde apparet refractionem FC convenire cum axe AD ultra punctum T.

† Prop. II.

Secundo loco oſtendendum eſt radiorum rectæ AD propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum T quam remotiorum. Sit enim radius OE remotior radio LF, & refractio ejus ſit EG. & jungatur EC. Quadratum igitur CE excedit quadr. ED, quantum CF quadratum excedit quadr. DF, quia utrorumque differentia eſt æqualis quadrato CD & duplo rectangulo CDA *. Eſt autem quadratum CE majus quadrato CF. Ergo minor eſt ratio quadrati CE ad quadr. ED, quam quadrati CF ad quadratum FD. Quare & lineæ CE ad ED minor ratio quam CF ad FD. Ut autem CF ad FD ita eſt GE ad ED. Nam ſicut de lineis CF, FD oſtenſum fuit, oſtendi etiam poteſt de lineis GE, ED, habere eas rationem quæ eſt refractionis, quia ſcilicet EG ſtatuitur eſſe refractio radii OE tendentis ad D. Igitur

* Prop. IV. l. 2. Eucl.



minor erit ratio CE ad ED quam GE ad ED: ac proinde GE major quam CE. Unde facile perſpicitur AG quoque majorem eſſe quam CA; adeoque concurſum refracti radii OE longius abeſſe a puncto T quam radii LF.

Denique oſtendere oportet aliquos radios refractos convenire cum AD producta in puncto quod dato quolibet intervallo minus diſtet a puncto T. Sumatur punctum C, dato intervallo propius ſitum puncto T & ulterius diſtans ab A, quam ipſum T; & ſicut differentia quadratorum TA, AD ad quadr. AD, ita ſit differentia quadratorum CA, AD ad quadr. DS. Ergo quia differentia prior minor eſt poſteriore, erit & quadratum AD minus quam quadratum DS: Et linea DA minor quam DS. Ideoque ſi centro D intervallo DS, circumferentia deſcribatur, ea ſecabit rectam AF. Secet in F, & jungatur CF, itemque DF, quæ producatur verſus L. Quoniam igitur differentia quadratorum TA, AD eſt ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD ad quadratum DS vel DF; erit, componendo, quadratum TA ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD una cum quadrato DF ad quadratum DF. Eſt autem differentia quadratorum CA, AD, hoc eſt, quadr.

CD cum

CD cum duplo rectangulo CDA; addita quadrato DF æqualis quadrato CF. Ergo ſicut quadr. TA ad quadr. AD, ita quadr. CF ad quadr. DF. Et linea CF ad DF ut TA ad AD. Eſt autem ratio TA ad AD ea quæ refractionis. Ergo in triangulo CFD habet latus CF ad FD proportionem refractionis; ac proinde eandem quoque habebit ſinus anguli CDF vel ADF, ad ſinum anguli FCD. Eſt autem angulus ADF, quo radius incidens LF inclinatur ad perpendicularem, & angulus FCD, quo ad eandem perpendicularem inclinatur linea FC. Ergo conſtat radii LF refractionem eſſe FC. Atque ita oſtenſum eſt alicujus radii refractionem quolibet intervallo propius concurrere ad punctum T cum axe AD. Erit igitur propter hæc T punctum concurſus quæſitum.

PROPOSITIO V.

Problema 2.

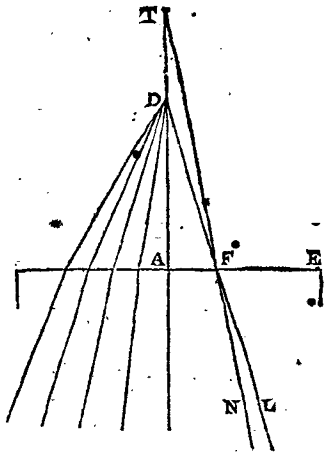
Data diaphani ſuperficie plana, & puncto, a quo venientes radii in illam extrinſecus incidant; invenire punctum diſperſus refractorum.

Diaphani ſuperficies plana ſit AE & punctum datum D, ex quo radii in diaphanum procedant ut DF. Sit linea DA ſuperficiei AE ad rectos angulos, & producatur, habeatque TA ad AD proportionem refractionis. Dico T fore punctum diſperſus quæſitum: Hoc eſt radiorum ex D procedentium refractiones, ſicut FN eſt radii DF, intra diaphanum ita ferri, quaſi venirent ex puncto T.

Producatur enim DF verſus L, & jungatur FT. Igitur ſi ſuperficiem AE, contra quam hîc poſitum eſt, terminare imaginemur diaphanum verſus D exiſtens,

manifeſtum eſt per præced. prop. radiorum ad D tendentium refractiones concurrere ad punctum T: ita ut radii LF refractio futura ſit FT. Eſt autem FD in directum ipſi LF, & FN in directum ipſi TF. Ergo & FN erit hic refractio radii DF †. Itaque radius DF refractus ita fertur quaſi ex puncto T manaret, ideoque erit T punctum diſperſus quæſitum. Patet autem ejuſmodi eſſe, ut radiorum refractiones retro productæ ultra ipſum T, cum recta AD conveniant.

† Prop. 1.



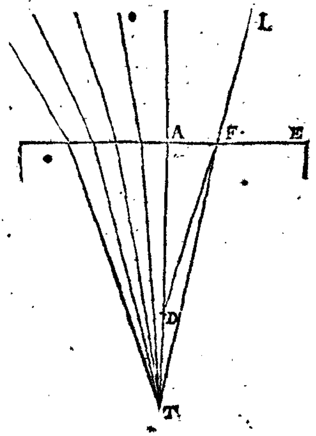
PROPOSITIO VI.

Problema 3.

Data diaphani plana ſuperficie & puncto ex quo manantes radii intrinſecus in eam deferantur; invenire punctum diſperſus refractorum.

Sit plana ſuperficies diaphani AE & punctum T datum, ex quo radii ad ſuperficiem AE ferantur ut TF. Sit TA recta ad ſuperficiem AE perpendicularis, eaque dividatur in D, ita ut TA ad DA habeat proportionem refractionis. Dico D fore punctum diſperſus quæſitum: ut nempe FL refractio radii TF feratur quaſi ex puncto D procederet. Jungatur enim FD. Si igitur LF eſſet radius incidens in ſuperficiem AE, tendenſque ad punctum D, ejus refractio foret FT, ut ex prop. 4. eſt manifeſtum; quia nimirum

rum TA ad DA eſt proportio refractionis. Igitur viciſſim radii TF refractio erit FL; hæc enim refractionum lex eſt, ut ſupra fuit expoſitum. Igitur D eſt punctum diſperſus quæſitum. Erit autem ejuſmodi ut radiorum refractiones omnes citra D concurrant, hoc eſt ut concurſus earum minus diſtet a ſuperficie A quam punctum D. Quod facile probari poteſt ex iis quæ habentur prop. IV.

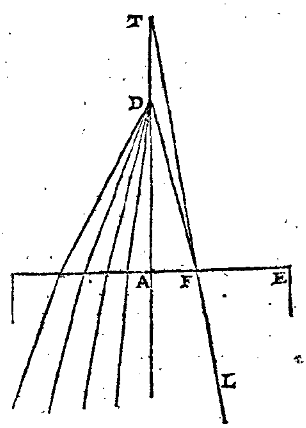


PROPOSITIO VII.

Problema 4.

Data diaphani ſuperficie plana, & puncto extra diaphanum ad quod tendentes radii intrinſecus in ſuperficiem ejus incidant, invenire punctum concurſus refractorum.

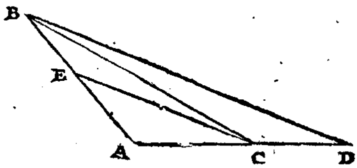
Superficies diaphani plana ſit AE, & punctum extra datum T, quo tendentes radii ut LF, occurrant ſuperficiei AE intrinſecus. Sit TA ſuperficiei ad angulos rectos, eaque ſecetur in D, ut TA ad AD ſit proportio refractionis. Dico D eſſe punctum concurſus quæſitum. Conſtat enim ex prop. V. Si DF ſit radius incidens, ejus refractionem fore FL, quoniam FL eſt



eſt in directum ipſi TF, ratio autem TA ad AD eadem quæ refractionis. Igitur viciſſim hic erit FD refractio radii LF: ac proinde D punctum concurſus radiorum tendentium ad T. Nullus autem radius concurret ultra D.

Lemma I.

Sit triangulum BAC angulum A obtuſum habens, & ducatur ex B quæ occurrat AC, verſus C productæ in D. Dico minorem eſſe rationem BD ad DA quam BC ad CA. Sit enim ducta CE parallela DB. Quoniam ergo angulus A obtuſus eſt; angulus autem BEC æqualis utriſque ſimul, angulo A & ECA: Erit & BEC angulus obtuſus, ideoque in triangulo BEC latus BC majus latere EC. quare minor ratio erit EC ad CA quam BC ad CA. ut autem EC ad CA ita BD ad DA. Ergo minor quoque ratio BD ad DA quam BC ad CA. Quod erat propoſitum.



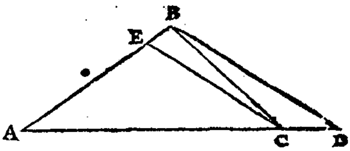
Lemma 2.

Contra autem, poſito, ut ante, triangulo BAC, angulum A obtuſum habente, ſi ducatur BD eidem obtuſo angulo ſubtenſa, occurrenſque rectæ per AC, ita ut minor ſit ratio BD ad DA, quam BC ad CA. Dico DA majorem eſſe quam CA. Si enim DA minor dicatur quam CA, erit per præced. lemma major ratio BD ad DA quam BC ad CA. Ponitur autem minor eſſe. Ergo DA non erit minor quam CA, ſed nec æqualis poteſt eſſe. Ergo ſupereſt, ut DA ſit major quam CA. quod erat propoſitum.

Lem-

Lemma 3.

Sit triangulum ABC angulum B obtuſum habens, & ducatur ex B quæ productæ AC verſus C occurrat in D. Dico minorem fore rationem AD ad DB quam AC ad CB.



Sit enim CE parallela DB. Quoniam ergo trianguli CBE obtuſus eſt angulus B, Erit latus CE majus latere CB: ac proinde minor ratio AC ad CE quam AC ad CB. Ut autem AC ad CE ita eſt AD ad DB. Ergo minor quoque ratio AD ad DB quam AC ad CB. quod erat propoſitum.

Lemma 4.

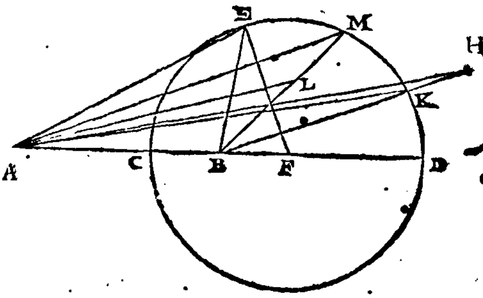
Sit denuo triangulum ABC angulo B obtuſo, & ducatur BD occurrens rectæ per AC in D, ita ut & angulus ABD exiſtat obtuſus, ſitque ratio AD ad DB minor ratione AC ad CB. Dico AD majorem eſſe quam AC. Si enim AD minor dicatur quam AC, ſequetur ex lemmate præcedenti, rationem AC ad CB minorem eſſe quam AD ad DB, hic autem ratio AD ad DB minor ponitur quam AC ad CB. Non eſt igitur AD minor quam AC. Sed nec æqualis, cum BC, BD diverſæ ponantur. Ergo major eſt AD quam AC, quod erat propoſitum.

Lemma 5.

Eſto linea recta AB diviſa in C, ut AC ſit major quam CB. Et producatur verſus B, habeatque AD ad DB rationem eandem quam AC ad CB: Et deſcribatur circa CD diametrum circulus CED. Si ad quodvis circumferentiæ punctum ut E ducantur rectæ AE, BE.

C Di-

Dico eſſe AE ad EB ut AC ad CB. Demonſtratum hoc eſt ab *Eutocio in comm. ad Conica Apoll.* Et melius a *Clariſſ. Viro Fr. Schotenio, in locis planis Apollonii ab ipſo reſtitutis.* Quod ſi vero extra deſcriptum circulum ſumatur punctum ut H, ad quod rectæ inflectantur a punctis A, B; Dico AH ad HB minorem rationem habere quam AC ad CB. Ducatur enim AK ad interſectionem circumferentiæ & rectæ BH. Eſt igitur AK ad KB ut AC ad CB: ideoque AK major quam KB. Quare addita utrique KH, erit AKH ad HB minor ratio quam AK ad KB. Sed HA minor eſt quam HKA vel ipſi æqualis, ſi H ſumtum fuerit in linea CD verſus D prolongata. Ergo & AH ad HB minorem rationem habebit, quam AK ad KB, hoc eſt, quam AC ad CB. quod erat propoſitum.



Rurſus ſi intra circulum ſumatur punctum ut L, ad quod rectæ inflectantur ex punctis A & B. Dico AL ad LB rationem majorem eſſe quam AC ad CB. Producta enim BL occurrat circumferentiæ in M. & jungatur AM. Eſt ergo AM ad MB ut AC ad CB, ideoque AM major quam MB. Sed ALM major eſt quam AM, vel eidem æqualis, ſi punctum L ſumtum fuerit in linea BD. Ergo ALM quoque major erit quam MB. Quare ſi utrimque auferatur LM, fiet major ratio reliquæ AL ad reliquam LB quam ALM ad MB. Ratio autem ALM ad MB major eſt, vel eadem cum ratione AM ad MB. Ergo ratio AL ad LB major utique erit quam AM ad MB. quare conſtat propoſitum.

Pa-

Patet autem & converſum utriuſque horum. Nempe ſi AH ad HB minorem rationem habeat quam AC ad CB, punctum H cadere extra circulum CED dicto modo deſcriptum. Si autem AL ad LB majorem habeat rationem quam AC ad CB, punctum L intra eundem circulum cadere.

PROPOSITIO VIII.

Problema 5.

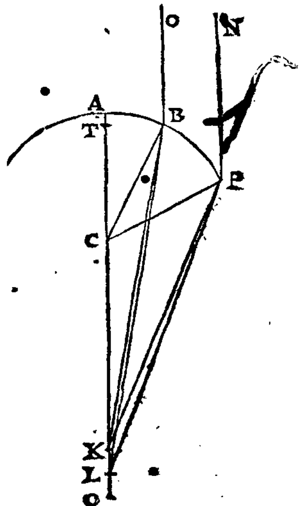
Data diaphani ſuperficie ſphærica convexa, in quam radii paralleli extrinſecus incidant, invenire punctum concurſus refractorum.

Eſto ſuperficies convexa diaphani ABP cujus centrum C, in quam incidant radii ut OB, NP paralleli rectæ AC, quæ per centrum ducta eſt. Producatur AC uſque in Q, ut AQ ad QC habeat rationem eam quæ eſt refractionis. Dico Q fore punctum concurſus quæſitum.

Ac primo quidem demonſtrabitur nullius radii refractionem cum producta AC concurrere ultra punctum Q. Sit enim radii OB refractio BL (quæ neceſſario conveniet cum AC ultra punctum C) & jungatur CB. Quia igitur CB in ſuperficiem AB perpendicularis eſt, BL autem refractio radii OB, cui radio parallela eſt CL, habebit BL ad LC rationem eam quæ eſt refractionis *, * Prop. 11 hoc eſt eam, quam AQ ad QC. Sed AL major eſt quam BL, quoniam illa per centrum circuli AB ducta eſt. Itaque major ratio AL ad LC quam BL ad LC, hoc eſt, quam AQ ad QC. Et dividendo, major proinde ratio AC ad CL quam AC ad CQ: ideoque CL minor

 quam

quam CQ. Ergo refractio radii OB non concurrit cum AC ultra punctum Q.



Secundo loco oſtendetur radiorum axi AC propiorum refractiones propius accedere ad punctum Q quam remotiorum. Sit enim radius OB dictæ AC propior quam radius NP, atque hujus refractio ſit PK. Et jungantur KP, KB. Eâdem igitur ratione qua modò, & BL ad LC & PK ad KC habebit proportionem

* Prop. 11. refractionis *. Eſt autem BK major quam PK. Ergo major ratio BK ad KC quam PK ad KC, hoc eſt, quam BL ad LC. Angulus autem BCL neceſſario eſt obtuſus, cui utraque linearum BL, BK ſubtenditur. Ergo

† Lem. 2. major erit CL quam CK †. Atque ita apparet, refractionem radii OB propius concurrere ad punctum Q quam refractionem radii NP.

Denique oſtendemus aliquos radios refractos convenire cum AC ad punctum quolibet dato intervallo minus diſtans a puncto Q. Sit enim primò quilibet radius parallelus incidens NP, & refractio ejus PK; & ſumatur inter K & Q, punctum L dato intervallo propinquius puncto Q. quam autem rationem habet CQ ad QA, eam habeat CL ad LT, & jungatur PL. Quoniam igitur angulus PCL obtuſus eſt, & CL major quam CK, erit minor ratio PL ad LC quam PK ad

† Lem. 1. KC †. Eſt autem ratio PK ad KC eadem quæ refractionis, quia PK ponitur eſſe refractio radii NP. Ergo cum ratio PL ad LC ſit minor quam PK ad KC, eadem quoque minor erit ratione TL ad LC, nam per conſtr. eſt

eſt TL ad LC ut AQ ad QC, hoc eſt, ut PK ad KC. Igitur PL minor quam TL. Sed TL minor eſt quam AL; eſt enim CT minor quam CA, quia CL minor quam CQ. Ergo circumferentia deſcripta centro L radio LT, neceſſe eſt ut ſecet circumferentiam AP inter A & P. Secet ergo in B & ducatur BO parallela AC, & jungantur BL, CB. Quia igitur CB ad ſuperficiem AB perpendicularis eſt, habetque BL hoc eſt TL ad LC proportionem refractionis, erit BL refractio radii OB, rectæ AC paralleli. Itaque patet & hujus radii, & omnium qui ab axe AC minus diſtabunt refractiones concurrere ad puncta dato intervallo minus remota a puncto Q. Et ob hæc quidem erit Q punctum concurſus radiorum refractorum, quod invenire oportebat.

PROPOSITIO IX.

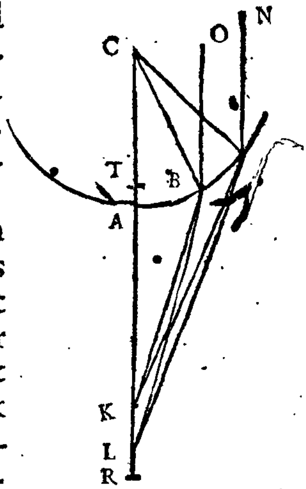
Problema 6.

Data diaphani ſuperficie ſphærica convexa cui paralleli radii intrinſecus occurrant, invenire punctum concurſus refractorum.

Sit ſuperficies convexa AB, centro C, per quod ducta ſit CA radiis incidentibus parallela. Producatur ea ad R, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R eſſe punctum concurſus quæſitum.

Primum ergo demonſtrabimus nullius refractionem radii convenire cum producta CA ultra punctum R. Sit enim radii OB ipſi CA paralleli refractio BL, & jungatur BC. Ergo cum CB ad ſuperficiem AB perpendicularis ſit, & CL parallela radio OB, habebit CL ad LB proportionem refractionis*, hoc eſt, eam quam CR ad RA. Sed LA minor eſt quam LB. Igitur CL ad LA

* Prop. III.



majorem habebit rationem quam ad LB, hoc eſt, quam CR ad RA: Et dividendo CA ad AL majorem quam CA ad AR. Ergo AL minor quam AR. patetque radii OB refractionem concurrere citra punctum R.

Porro oſtendendum eſt radiorum rectæ CA propinquiorum refractiones propius pervenire ad punctum R. Sit itaque radius OB quam NP propior CA, & refractio radii NP ſit PK; & jungantur BK, CP. Habebit igitur CK ad KP refractionis proportionem *æque ac CL ad LB. quia autem KB minor eſt quam KP, erit major ratio CK ad KB quam CK ad KP, hoc eſt, quam CL ad LB. Suntque anguli CBL, CBK uterque neceſſario obtuſi. † Ergo major erit CL quam CK, ex quo propoſitum patet.

* Prop. III.

† Lem. 4.

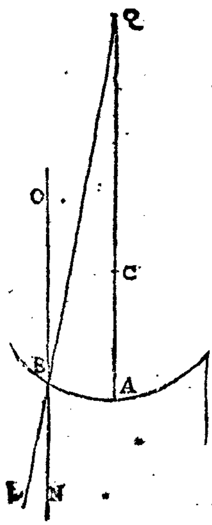
Denique eſt oſtendendum, alicujus radii refractionem occurrere CA productæ in puncto, quod dato quolibet propius ſit puncto R. Sit aliquis e parallelis radiis NP, cujus refractio PK: Et ſumatur punctum L inter K & R, dato intervallo propius puncto R, & habeat CL ad LT rationem refractionis, eandem nempe quam CR ad RA. Quia ergo AL minor eſt quam AR, erit CA ad AL ratio major quam CA ad AR. Et componendo major ratio CL ad LA quam CR ad RA, hoc eſt quam CL ad LT; quare LT major erit quam LA. Jungatur LP. Itaque quia angulus CPK eſt obtuſus, & ponitur CL major quam CK, erit quoque obtuſus angulus CPL: ac proinde major ratio CK ad KP quam CL ad LP †. Ut autem CK ad KP ita eſt CL ad LT, nam utraque eſt ratio eadem quæ refractionis. Ergo major ra-

† Lem. 3.

ratio CL ad LT quam CL ad LP, ac proinde LT minor quam LP. Sed eadem LT major eſt oſtenſa quam LA. Ergo ſi centro L, ſemidiametro LT circumferentia deſcribatur, ea ſecabit circumferentiam AP inter A & P. Secet in B puncto, & ſit BO parallela AC, & jungantur LB, BC. Quia ergo CL ad LT, hoc eſt, ad LB habet proportionem refractionis, eſtque CB ad ſuperficiem AB perpendicularis, erit BL refractio radii OB †. Quare oſtenſum eſt alicujus radii rectæ CA paralleli refractionem concurrere cum eadem AC producta, in puncto quod dato quolibet intervallo minus abſit a puncto R. Atque ob hæc erit R punctum concurſus quæſitum. † Prop. 11. 2.

PROPOSITIO X.

Data diaphani ſuperficie ſphærica cava in quam radii paralleli extrinſecus incidant, invenire punctum diſperſus refractorum.



Sit ſuperficies cava AB ex ſphæra cujus centrum C, incidantque in eam radii rectæ CA paralleli ut OB. Producatur AC, & habeat AQ ad QC proportionem eam quæ eſt refractionis. Dico Q eſſe punctum diſperſus quæſitum: hoc eſt, radios ita refractione inflecti ut pergant tanquam ex puncto Q promanantes.

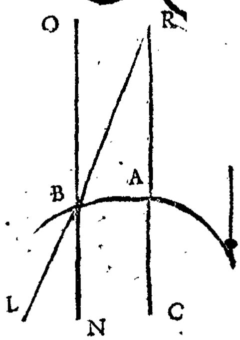
Jungatur enim QB & producatur verſus L, & radius OB verſus N. Itaque ſicut ſuperficie AB convexa exiſtente, id eſt, diaphano ad partem ubi eſt C collocato, radii NB refractio eſt

* Prop. VIII. † Prop. I. eſt BQ*: ita hîc ubi diaphanum ad contrariam partem ſitum eſt, erit radii OB refractio BL†, quia BO eſt in directum ipſi NB, & BL ipſi BQ. Sciendum tamen refractionem BL atque omnes alias retro productas non ad ipſum punctum Q concurrere, ſed paulo citra, quoniam etiam radii NB in convexam ſuperficiem incidentis refractio citra punctum Q cum axe concurrit*. Verum exiguum diſcrimen pro nullo hîc habemus, ſicut ſupra jam admonui; quia videlicet illos radios præcipuè reſpicimus qui proximi ſunt axi AC. * Prop. VIII.

Manifeſtum autem eſt ex propoſitione hac, radios tendentes ad punctum Q, ut LB, incidenteſque intrinſecus in ſuperficiem cavam AB, refractione facta, evadere parallelos axi AC. Nam ſi radii OB refractio eſt BL, erit & radii LB refractio BO.

PROPOSITIO XI.

Data diaphani ſuperficie ſphærica cava, in quam radii paralleli intrinſecus incidant, invenire punctum diſperſus refractorum.



Ad ſuperficiem cavam AB cujus centrum C, accidant radii paralleli rectæ AC, ut OB. Producatur CA, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R eſſe punctum diſperſus quæſitum.

Jungatur enim RB & producatur verſus L, itemque OB verſus N. Si igitur ſuperficies AB eſſet convexa, radius NB refringeretur in BR*. Itaque eâdem cava exiſtente, erit quoque * Prop. IX.

que radii OB refractio BL †, quandoquidem OBN, RBL † Prop. 1.
ſunt lineæ rectæ.

Hinc vero manifeſtum eſt radios ad R tendentes ut LB ita refringi ad eandem cavam ſuperficiem AB, ut poſtea fiant rectæ AC paralleli. Nempe quia BL eſt refractio radii OB, etiam BO erit refractio radii LB.

DEFINITIO.

Pertinere ad punctum illud radii vel radiorum refractiones dicuntur, ad quod tendunt, vel a quo exeunt, vel ad quod eo modo ſe habent, ac ſi inde prodiiſſent.

PROPOSITIO XII.

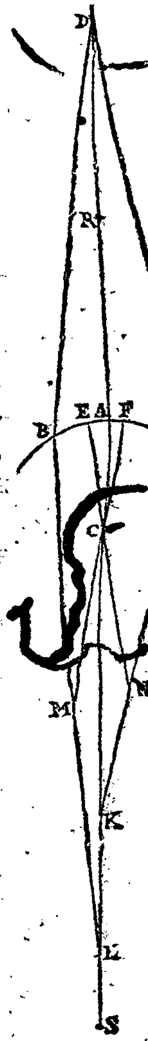
Data diaphani ſphærica ſuperficie convexa, vel cava, & puncto, ad quod pertinentes radii ſuperficiei dictæ occurrant, ſi tribus ab illo puncto diſtantiis quarta proportionalis conſtituatur in axe, qui per centrum ſuperficiei & punctum ipſum tranſit; quarum diſtantiarum prima ſit a puncto dato ad illud quo pertinerent refractiones axi parallelorum a contraria parte advenientium; ſecunda ad ſuperficiem refringentem; tertia ad centrum illius; terminus quartæ diſtantiæ erit punctum quo pertinebunt radii refracti. Hæc autem quarta diſtantia in eam dati puncti partem ſumenda eſt, ut vel omnes eodem verſus habeantur, vel binæ utrimque.

Hoc Theorema in partes octo diſtribuemus, nam ſuperficies ſphærica vel convexa eſt, vel cava; & utrique vel extrinſecus, vel intrinſecus radii occurrunt; & vel a dato, vel ad datum punctum tendentes. Partes vero pleræque ſuos caſus habebunt.

Cum ſuperficies eſt convexa, & a puncto venientes radii extrinſecus in eam deferuntur.

Eſto diaphani ſuperficies ſphærica convexa AB, cujus centrum C, & punctum D a quo venientes radii in illam deferantur ut DB; agatur recta per DC, inque ea ſignetur punctum R, ita ut CR ad RA habeat proportionem refractionis. Eſt igitur R punctum concurſus radiorum parallelorum a contraria parte venientium *. Punctum autem D aut magis aut minus a convexo diſtabit quam punctum R; nam ſi in ipſum R incidit, radii ab illo venientes pro parallelis habentur, ut ex prop. IX. manifeſtum eſt; quia nempe, uti diximus, paralleli ex parte C venientes a ſuperficie AB detorquentur ad punctum R. Primò igitur ſit punctum D remotius quam R, & quandoquidem DR eſt prima dictarum diſtantiarum, DA ſecunda, DC tertia, fiat ut DR ad DA ita DC ad DS. Dico S fore punctum concurſus radiorum ex D procedentium. Nam primùm quidem, nullius radii refractionem cum axe AC ultra punctum S convenire, ſic oſtendemus. Sit radii cujuſvis DB refractio BL, & ducatur CM parallela DB, & producatur verſus C quouſque occurrat ſuperficiei AB in F. Cum igitur FM per centrum convexi ducta ſit parallela radio

* Prop. IX.

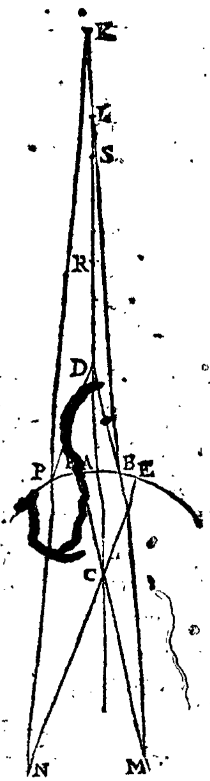


dio DB, ſitque refractio hujus BM, conſtat FM minorem fore quam CR †, & CM proinde minorem quam AR. DB autem major eſt quam DA. Itaque major ratio DB ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quam DA ad AR; ideoque per converſionem rationis minor ratio LD ad DC quam AD ad DR, hoc eſt, quam SD ad DC *. Ergo DL minor erit quam DS. Patet igitur radii DB refractionem BL convenire cum axe AC citra punctum S, ac proinde reliquorum quoque omnium. † Prop. IX. * Ex hyp.

Deinceps demonſtrabimus radios eos qui minus diſtant ab axe AC, refractos propius accedere ad punctum S. Eſto radius DP remotior quam DB, & refractio illius ſit PK. Ducatur CN parallela DP, & occurrat ſuperficiei in E. Angulus itaque ADP, hoc eſt ACE major eſt quam ADB ſive ACF; ſed & circumferentiæ pars AP major eſt quam AB; itaque arcus EP major omnino erit arcu FB. Quare conſtat concurſum radii DP refracti cum recta ECN propiorem eſſe centro C quam concurſum radii DB refracti cum recta FM *. Ergo CN minor quam CM. Sed DP major eſt quam DB. Ergo major ratio DP ad CN, hoc eſt, DK ad KC quam DB ad CM, hoc eſt, quam DL ad LC. Et dividendo, major DC ad CK, quam DC ad CL. Ergo CK minor quam CL, quod oſtendere oportebat. * Prop. VIII.

Denique aliquos radios refractos cum axe AC concurrere ad puncta quolibet intervallo propiora puncto S hinc erit manifeſtum. Etenim quia DL eſt ad LC ut DB ad CM, poteſtque fieri appropinquando radium DB ad axem DAC ut differentia inter DB & DA ſit quaelibet data minor, ut & ea quæ eſt inter CM & AR; nam exceſſus AR ſuper CM eo minor erit quo minor fuerit arcus BF; apparet fieri poſſe ut ratio DB ad CM, hoc eſt DL ad LC quam libet proxime eadem evadat

quæ DA ad AR; ac proinde per converſionem rationis, ratio LD ad DC quamlibet proxime eadem quæ AD ad DR, hoc eſt, quæ SD ad DC. Atque ita DL proxime æqualis DS. hoc eſt, ut punctum L ubi radius DB convenit cum axe AC quamlibet propinquum fiat puncto S. Propter hæc igitur erit S punctum concurſus radiorum ex D manantium.



Eſto autem nunc punctum D inter A & R datum; & fiat rurſus ut DR ad DA ita DC ad DS; accipiatur autem DS non verſus C ſed verſus R. Dico radios ex puncto D in ſuperficiem AB incidentes poſt refractionem ita inflecti quaſi venirent ex puncto S, ſive S fore punctum diſperſus radiorum refractorum.

Etenim primo oſtendemus omnes dictas refractiones retro productas concurrere longius ab A quam ſit punctum S. Sit radius incidens DB, ejuſque refractio BM, quæ producta retro recurrat axi AC in L. oportet autem DB minorem eſſe duabus tertiis DC, ut refractio BM retro producta conveniat cum axe AC, nam alioqui vel parallela illi fieret, vel occurreret prorſum producta; ut manifeſtum eſt ex demonſtratis prop. IX. Ducta igitur CM parallela DB, erit rurſus, ſicut in caſu præcedenti, CM minor quam AR; at DB major quam DA; ideoque major ratio DB ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quam DA ad AR; Et invertendo minor CL ad LD quam RA ad AD; & dividendo minor CD ad DL quam RD ad DA, hoc eſt, quam CD ad DS. Quare DL

ma-

major quam DS. ideoque occurſus L ulterius diſtat ab A quam punctum S. Sumto autem puncto D valde propinquo ipſi R poſſet fieri DB major quam CM, & ſic refractio radiorum quorundam ab axe remotiorum concurrere ſimul cum axe ultra punctum C.

Porro quod radiorum axi AC propiorum refractiones retro productæ propius concurrant ad punctum S, demonſtratur quemadmodum in caſu præcedenti; niſi quod hic, ubi oſtenderimus majorem eſſe rationem DK ad KC quam DL ad LC, inde ſequatur, invertendo & dividendo, rationem CD ad DK minorem eſſe quam CD ad DL, unde DK major quam DL.

Denique aliquorum radiorum refractiones quolibet intervallo propius concurrere ad punctum S eodem quoque modo oſtenditur atque in caſu priori. Erit igitur S punctum diſperſus radiorum ex D promanantium.

PARS II.

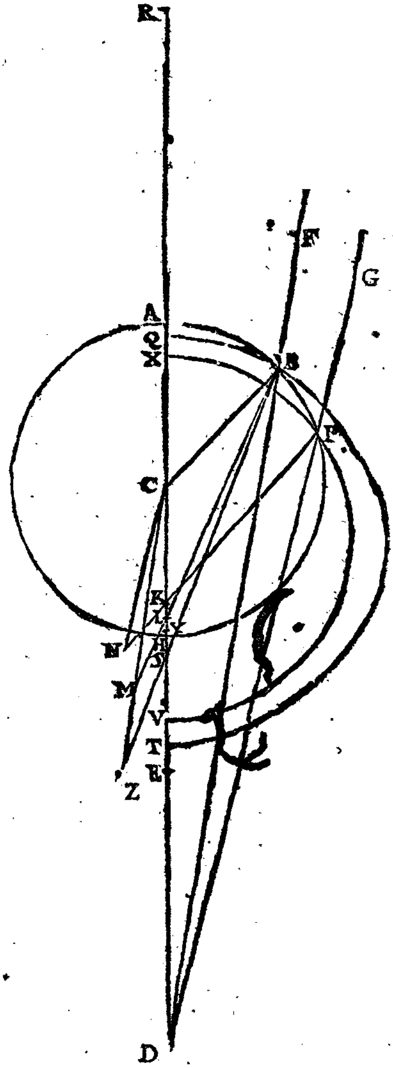
Cum ſuperficies convexa eſt, & ad punctum tendentes radii extrinſecus illi occurrunt.

Eſto data convexa diaphani ſuperficies AB, & punctum D, quo tendentes radii ut FB, GP, exterius incidant in dictam ſuperficiem. Centrum autem convexitatis ſit C, per quod ducta ſit recta DCA. Producatur DA, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R concurſus parallelorum a contraria parte venientium.

Deinde tribus hiſce DR, DA, DC, inveniatur quarta proportionalis DS. Dico punctum S eſſe quo pertinent radii refracti ad D tendentes.

Et conſtructio quidem univerſalis eſt ad omnes caſus pertinens; in demonſtratione autem triplex ſpectanda eſt differentia. Nam DC ad radium CH vel majo-

rem rationem habet, quam ſit refractionis ratio, vel minorem, vel eandem. Atque hoc ultimo caſu animadverſione dignum eſt radios omnes perfectè coire ad punctum unum s. Ut jam olim adverteram cum ovalem quandam ex iis quas Carteſius excogitaverat ad colligendos radios uno caſu circulum fieri admonui; quod ſuis in Carteſii geometriam commentariis Franc. Schotenius inſeruit.



Ut autem tres quos dixi caſus ordine perſequamur: ſit primo punctum D ita poſitum, ut major ſit ratio DC ad CH, ratione refractionis, hoc eſt, quam CR habet ad RA. Sitque S punctum repertum eo modo quo diximus. Radius autem quilibet ut FB tendens ad punctum D, refractus conveniat cum axe AC in L. Oſtendam igitur primo punctum L cadere citra S. Jungatur BS, & producatur, ut & BL, & occurrat utraque rectæ CMZ radio FBD parallelæ, nempe BS in Z, BL in M. Sicut autem DA ad AS ita ſit DE ad ES. Quia

Quia ergo ratio DC ad CH ſive ad CA major ponitur quam CR ad RA; & permutando major erit DC ad CR quam CA ad AR. Et componendo DR ad RC major quam CR ad RA. Quare reliquæ DC ad reliquam AC major ratio quam DR ad RC *. Ut autem DR ad RC ita eſt DA ad AS. Nam quia ut DR ad DA ita DC ad DS, erit permutando & per converſionem rationis DR ad RC ut DA ad AS. Itaque ratio DC ad CA major quoque quam DA ad AS. Ut autem DA ad AS ita DE ad ES, ideoque duæ ſimul DA, DE ad duas AS, SE, hoc eſt ad AE, ut DA ad AS. Igitur major ratio DC ad CA, ſive ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo major ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Et ſumtis conſequentium duplis, major DH ad HA, quam duplæ DE ad duplam EA, hoc eſt, quam DE ad EA. Itaque punctum E cadit extra circulum ABH, ideoque ſi circa EA diametrum circulus deſcribatur, is intra ſe complectetur punctum B. Eſt autem DE ad ES ut DA ad AS. Itaque major erit ratio DB ad BS quam DA ad AS †. Ut autem DB ad BS ita eſt CZ ad ZS, & ut DA ad AS ita DR ad RC, fuit enim hoc antea oſtenſum. Major itaque erit ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Componitur autem ratio DR ad RC ex rationibus DR ad RA & RA ad RC, quarum DR ad RA eſt eadem quæ DC ad CS, quia fecimus ut DR ad DA ita DC ad DS. Ergo ratio CZ ad ZS major quam quæ componitur ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem eſt compoſitæ ex rationibus CZ ad ZB & ZB ad ZS. Ergo quæ ex duabus hiſce componitur ratio major erit compoſita ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. quare ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc DC ad CS, inde BZ ad ZS, major adhuc erit ratio CZ ad ZB quam RA ad RC. Et invertendo ratio BZ ad ZC minor quam CR ad

* 33. V. Elem.

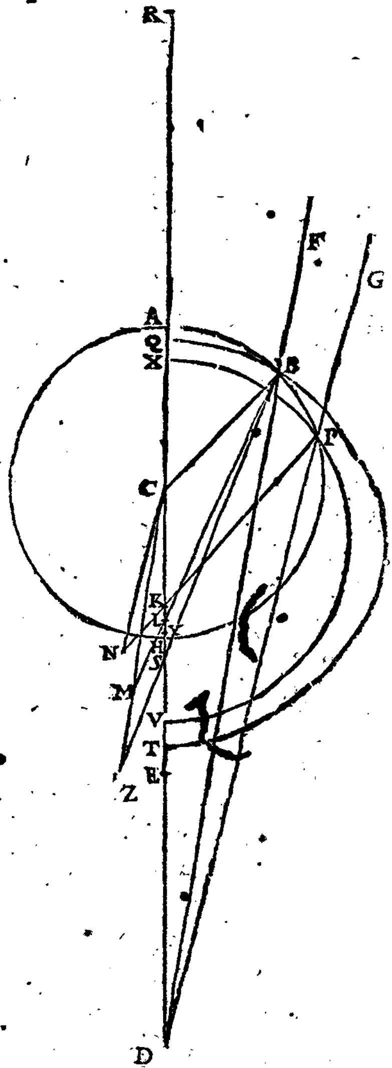
† Lem. 5.

RA,

RA. Sicut autem CR ad RA, quæ eſt ratio refractionis, ita eſt BM ad MC *, quoniam BM eſt refractio radii FB, cui parallela ducta eſt CM. Igitur minor eſt ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCZ, quoniam æqualis eſt angulo FBC, neceſſario eſt obtuſus; eique utraque linearum BM, BZ ſubtenſa eſt. Ergo CM minor erit quam CZ †, & angulus proinde CBM minor angulo CBZ. Quare & CL minor quam CS. Itaque apparet omnium radiorum ad D tendentium refractiones cum axe AC convenire citra punctum S.

* Prop. 11.

† Lem. 2.



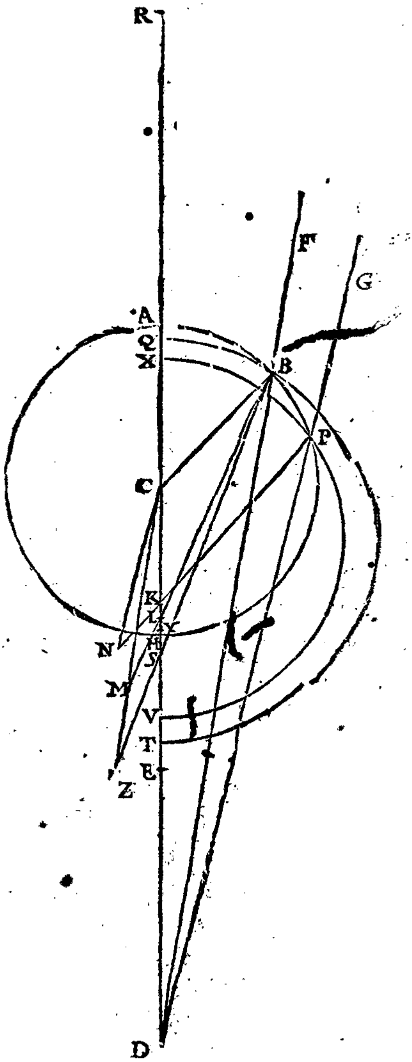
Nunc porro oſtendemus refractiones radiorum axi AC propinquiorum concurrere propius ad punctum S, idque ad intervallum minus quolibet dato. Sit enim radius aliquis GP tendens ad D, inque ſuperficiem AB incidens, qui refringatur in PK. Eſt igitur concurſus K inter C & S ex jam demonſtratis. Porro inter K & S quodvis punctum ſumatur L: & dividatur DL in T, ut DT ad TL ha-

habeat rationem eam quam rectangulum DÇ, AR ad rectangulum LC, CR; quæ quidem erit majoris ad minus. Major enim eſt ratio DC ad CL quam DC ad CS, hoc eſt, quam DR ad RA (nam has eaſdem eſſe ſupra oſtenſum eſt) ideoque multo major ratio DC ad CL quam CR ad RA, ac proinde rectangulum DC, AR majus rectangulo CL, CR. Quoniam igitur ratio DT ad TL eſt majoris ad minus, poteſt in linea DL continuata verſus L, ſumi punctum Q, ita ut DQ ad QL habeat eandem rationem quam DT ad TL. Eſto itaque inventum, ſitque ad diametrum QT deſcripta circuli circumferentia. Ea ſecabit circumferentiam AP inter A & P, ut poſtea demonſtrabitur. Secet ergo in B, & ducatur recta DBF, & jungatur BL, eaque producatur, & occurrat rectæ CM, quæ ducenda eſt ipſi DBF æquidiſtans. Quoniam igitur punctum B eſt ad circuli circumferentiam cujus diameter TQ, eſtque DT ad TL ut DQ ad QL; erit ratio DB ad BL eadem quæ DT ad TL *, hoc eſt, quæ rectanguli DC, AR ad rectangulum LC, CR. Ratio autem DB ad BL, hoc eſt, CM ad ML componitur ex ratione CM ad MB & MB ad ML, hoc eſt, & DC ad CL. Rectangulum vero DC, AR ad rectangulum LC, CR compoſitam habet rationem ex DC ad CL & AR ad RC. Ergo eadem eſt ratio quæ componitur ex rationibus CM ad MB & DC ad CL, compoſitæ ex rationibus DC ad CL & AR ad RC. Quare ablata communi ratione DC ad CL, erit eadem ratio CM ad MB quæ AR ad RC, & invertendo BM ad MC eadem quæ CR ad RA, quæ eſt ratio refractionis. Ergo cum CM ſit parallela radio FB, erit BLM ejuſdem radii refractio. Sumtum autem fuit punctum L pro arbitrio inter K & S. Itaque conſtat alicujus radii refractionem quolibet dato intervallo propius accedere ad punctum

* Lem. 5.

E

ctum s, in linea cs. Sed & oſtenſum eſt, radium cujus refractio pervenit ad punctum L, propiorem eſſe axi AC, quam cujus refractio ad punctum K concurrit. Ergo conſtat eas refractiones, quæ propius conveniunt ad punctum s, pertinere ad radios axi AC propiores. Cujus converſum quoque verum eſſe liquet, nimirum radiorum axi AC propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum s. Ergo ob hæc erit s punctum concurſus radiorum ex D venientium.



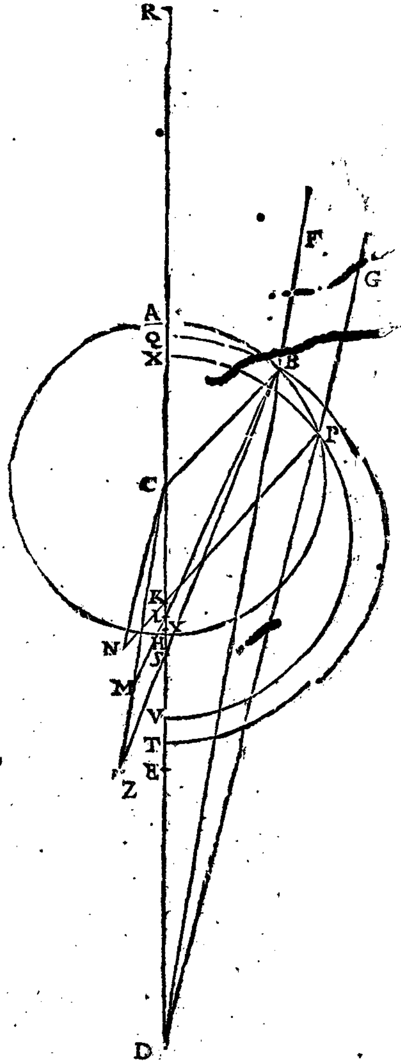
Quod autem dictum eſt circumferentiam circa QT diametrum deſcriptam ſecare circulum APH inter A & P, ſic oſtendetur. Primò quia CS major quam CL, erit major ratio AC ad CL quam AC ad CS, & componendo, major AL ad LC quam AS ad SC. Ratio autem AS ad SC componitur ex rationibus AS ad SD & SD ad SC; quarum AS ad SD eadem eſt quæ RC ad CD, quia ex conſtr. eſt DR ad DC ut DA ad DS. Item

ratio

ratio SD ad SC eſt eadem quæ DA ad AR. Major itaque erit ratio AL ad LC quam compoſita ex ratione RC ad CD & DA ad AR : hoc eſt, quam compoſita ex ratione CR ad RA & DA ad DC. quare ablata utrinque ratione DA ad DC, erit compoſita ex ratione AL ad LC & DC ad DA, ſive compoſita ex LA ad AD & DC ad CL major quam CR ad RA. Ablataque rurſus utrinque ratione DC ad CL, erit LA ad AD major quam compoſita ex rationibus CR ad RA & LC ad CD. Et invertendo ratio DA ad AL minor compoſitâ ex rationibus DC ad CL & AR ad RC; hoc eſt, ratione rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR, hoc eſt, ratione DQ ad QL. Quare & dividendo ratio DL ad LA minor erit ratione DL ad LQ. Unde patet LQ minorem eſſe quam LA. Eſt autem ratio DC ad CL major quam DQ ad QL, nam DC ad CL ratio major eſt quam rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR quia AR minor eſt quam CR. Itaque patet punctum Q cadere inter A & C. Jam porro dividatur DK in V, ut habeat DV ad VK rationem eam quam rectangulum DC, AR ad rectangulum KC, CR. Hæc autem eſt majoris ad minus, ſiquidem hoc eadem ratione oſtenditur, qua ſupra oſtenſum fuit rectangulum DC, AR majus eſſe rectangulo LC, CR. Deinde fiat ut DV ad VK ita DX ad XK, cadetque punctum X inter A & C, æquè ac punctum Q, nam hoc ſimiliter quoque demonſtrari poteſt. Sit autem circuli circumferentia circa XV diametrum deſcripta. Ea ſecabit circulum AP in ipſo puncto P ubi radius GP convexo AB occurrere dictus eſt. Producatur enim PK, & occurrat ei CN parallela GPD. Ergo quia PK poſita eſt eſſe refractio radii GP, cui parallela ex centro ducta eſt CN; habebit PN ad NC rationem refractionis. Eſt igitur CN ad NP ut AR ad RC. Unde ſic porro argumentabimur.

Ratio CN ad NK componitur ex rationibus CN ad NP & NP ad NK, hoc eſt, & DC ad CK; igitur ratio CN ad NK, hoc eſt, DP ad PK componitur ex rationibus AR ad RC & DC ad CK, ex quibus componitur quoque ratio rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK. Igitur DP ad PK erit ut rectangulum AR, DC ad rectangulum RC, CK; ac proinde etiam ſicut DV ad VK, nec non ut DX ad XK. Quare circumferentia cujus diameter XV, tranſibit per punctum P*, ut dicebamus. Jam quia ratio DT ad TL eſt eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CL; ratio vero DV ad VK eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK; minor erit ratio DT ad TL quam DV ad VK, quia rectang. RC, CL majus eſt rectangulo RC, CK. Itaque multo minor ratio DT ad TK quam DV ad VK; nam DK major eſt poſita quam DL. Apparet igitur punctum T cadere inter D & V. Punctum vero Q dico cadere

* Lem. 5.

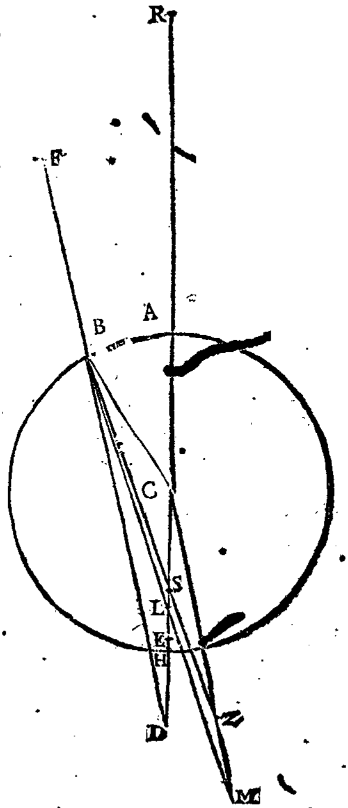


dere inter A & X. Sit enim ut DQ ad QL, ita DX ad XY. Ergo quia XK ad XD per conſtr. ut rectang. RC, CK ad rectangulum AR, DC; DX autem ad XY ut DQ ad QL, hoc eſt, ut rectang. AR, DC ad rectangulum RC, CL: erit ex æquo XK ad XY ut rectang. RC, CK ad rectang. RC, CL, hoc eſt, ut CK ad CL. Et XK ad KY ut CK ad KL. Eſt autem XK major quam CK, ut ſuperius dictum fuit. Ergo KY major quoque quam KL, ideoque DY minor quam DL. Erat autem DX ad XY ut DQ ad QL, & per converſionem rationis DX ad DY ut DQ ad DL. Ergo quum DY ſit minor quam DL; erit & DX minor quam DQ. Unde neceſſario punctum Q cadet inter A & X, nam quod inter A & C cadat jam ante oſtenſum fuit. Sed punctum T oſtendimus diſtare ab A ultra punctum V. Ergo manifeſtum eſt circumferentiam QBT ſecare circulum APH inter A & P. Quod demonſtrandum ſupererat.

Sit nunc ratio DC ad CH minor ratione refractionis, hoc eſt, ratione CR ad RA. Sitque punctum D vel extra circulum ABH, vel intra, ita tamen ut ultra centrum C diſtet ab A. Nam cum inter A & C poſitum eſt adhuc ſingularis eſt caſus, quem mox videbimus. Radio igitur exiſtente FB, qui tendat ad punctum D, & refractus conveniat cum axe AC in puncto L: Dico L diſtare ab A ulterius quam punctum S. Jungatur enim BS, & ducatur CM parallela FD, quæ occurrat productis BS, BL in Z & M; Et ſicut DA ad AS ita ſit DE ad ES. Si igitur punctum D intra circulum ABH ponatur, cadet neceſſario & E intra eundem. Si vero D extra dictum circulum ponatur, tamen E punctum intra circulum cadere ſic oſtenditur.

Quia enim minor ratio DC ad CH, vel DC ad CA quam CR ad RA, permutando quoque minor erit DC

ad CR quam CA ad AR, & componendo, minor DR ad RC quam CR ad RA; quare reliquæ DC ad reliquam CA minor erit ratio quam DR ad RC, hoc eſt, quam DA ad AS, namque has eaſdem eſſe, ſicut in caſu præcedenti, oſtenditur. Ut autem DA ad AS ita eſt DE ad ES ex conſtr. ideoque & duæ ſimul AD, DE ad duas ſimul AS, SE, hoc eſt, ad AE, ut DA ad AS. Igitur minor ratio DC ad CA, vel DC ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo minor ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Sumtiſque conſequentium duplis, minor DH ad HA quam duplæ DE ad duplam EA, hoc eſt, quam DE ad EA. Ergo punctum E cadet intra circulum ABH.



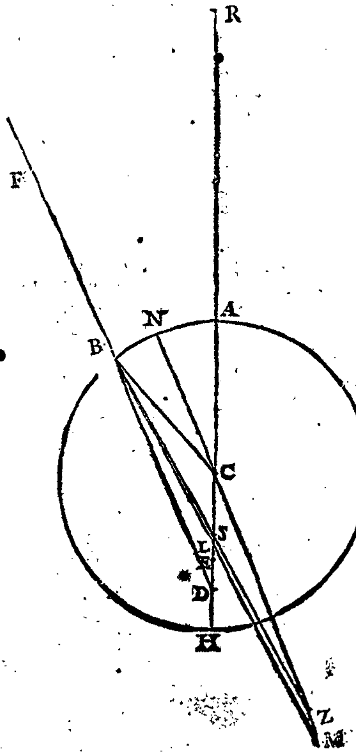
Jam utroque caſu ſic porro argumentabimur. Quoniam E cadit inter A, H, ſi circa AE diametrum circulus deſcribatur, extra eum erit punctum B. Eſt autem ut DA ad AS ita DE ad ES. Ergo erit DB ad BS minor ratio quam DA ad AS*. Ut autem DB ad BS ita eſt CZ ad ZS: & ut DA ad AS ita DR ad RC. Ergo minor eſt ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Ratio autem DR ad RC componitur ex rationibus DR ad RA & RA ad RC, quarum DR ad RA eſt eadem quæ DC ad CS, quia ut DR ad DA ita DC ad DS ex conſtr. Ergo ratio CZ ad ZS minor erit

* Lem. 5.

rit compoſitâ ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem eſt compoſitæ ex rationibus CZ ad ZB & ZB ad ZS. Itaque ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc BZ ad ZS, inde DC ad CS, minor quoque erit reliqua ratio CZ ad ZB quam RA ad RC: Et invertendo, major BZ ad ZC quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA quæ eſt ratio refractionis ita eſt BM ad MC *, quoniam BLM eſt refractio radii FB, cui parallela ducta eſt CM. Igitur major eſt ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCM, cui utraque BM, BZ ſubtenditur, neceſſario eſt obtuſus, quippe æqualis angulo FBC. Ergo CZ minor erit quam CM †, atque angulus proinde CBM major angulo CBZ. Quare & CL major quam CS; quod erat probandum.

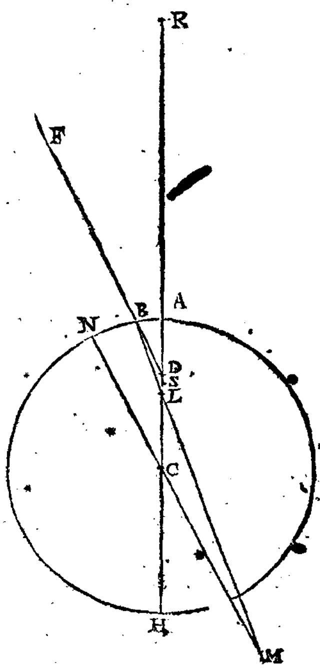
* Prop. VIII.

† Lem. 2.



Porro ſimili fere demonſtratione, atque in caſu primo, oſtendi poſſet refractiones radiorum axi AC propinquorum (intelligo autem propinquiores qui minimam circumferentiæ partem verſus A abſcindunt) propius coire ad punctum S, idque ad intervallum quolibet dato minus. Sed prolixam argumentationem hîc non repetemus. Illud tamen, quod ad puncta quamlibet proxima puncto S, radiorum aliquorum refractiones concurrunt, hoc modo evinci poteſt.

teſt. Producta MC occurrat circumferentiæ in N. Quoniam ergo propter triangula ſimilia LDB, LCM, ſicut DB ad CM, ita DL ad LC; poteſtque fieri appropinquando radium FB ad axem AC, ut differentia longitudinis linearum DB, DA evadat qualibet data minor, ut & ea quæ eſt inter CM & AR; (hæc enim differentia eo minor erit quo minor continget arcus BN, ut patet ex prop. VIII. quia nempe ratio BM ad MC eſt eadem quæ CR ad RA.) apparet hinc fieri poſſe ut ratio DB ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quamlibet prope eadem efficiatur quæ DA ad AR, hoc eſt, quæ DS ad SC; atque ſic punctum L, quo nempe radius FB refractus cum axe AC convenit, quamlibet propinquum fiat puncto S.

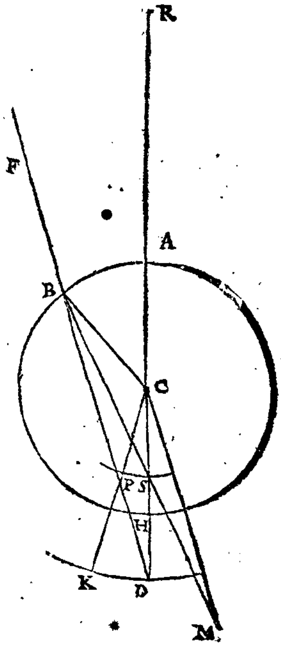


Sit jam punctum D inter A & C datum, cadet autem & hîc radii FB refractio BL inter D & C. Dico concurſum L rurſus hic diſtare longius ab A quam punctum S. Producatur BL & occurrat ei CM parallela FBD in M. Quia itaque punctum D eſt in diametro inter A & centrum C, erit DB major quam DA. Sed CM minor eſt quam AR ut conſtat ex propoſ. VIII. quia CM parallela eſt radio FB cujus refractio eſt BM. Ergo major eſt ratio BD ad CM, hoc eſt, DL ad LC, quam DA ad AR. Sicut autem DA ad AR ita eſt DS ad SC. Ergo major ratio DL ad LC quam DS ad SC; &

& componendo, major DC ad CL quam DC ad CS. Ergo CL minor quam CS. Unde liquet punctum L ulterius quam S diſtare ab A.

Porro autem, eodem modo quo in caſu præcedenti, oſtenditur hic quoque radiorum aliquorum refractiones propius concurrere ad punctum S, qualibet data diſtantia. Erit igitur & hic S punctum concurſus radiorum ad D tendentium.

Ultimus caſus demonſtrandus reſtat, cum punctum D extra ſphæram ABH ſic collocatum eſt, ut DC ad CH habeat rationem eandem, quam CR ad RA, hoc eſt, rationem refractionis. Quo caſu diximus omnium radiorum ad D tendentium refractiones accurate colligi in puncto S: quod nempe invenitur faciendo ut ſicut DR ad RA ita ſit DC ad DS. Puncto igitur D ſicut dictum eſt poſito, ſit quilibet radius illuc tendens FBD & ab occurſu B ducatur ad punctum S recta BS. Dico radii FB refractionem eſſe ipſam BS. Producatur enim BS & occurrat ei CM parallela FBD, & jungatur BC.



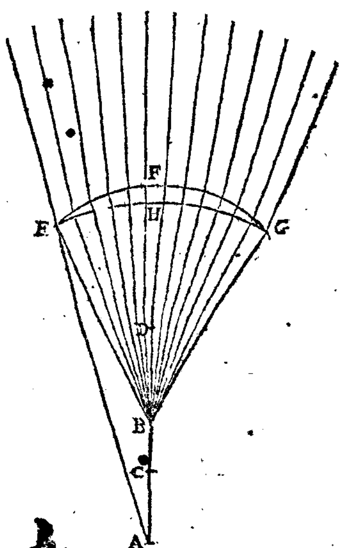
Quia igitur DC ad CH ſive CA, ut CR ad RA, erit quoque tota DR ad RC, ut CR ad RA. Ut autem DR ad RC ita eſt DA ad AS, quia videlicet ex conſtr. eſt, ut DR ad DA ita DC ad DS. Itaque & DA ad AS, ut CR ad RA, hoc eſt, ut DC ad CH. Ergo ſi a DA auferatur DC & ab AS, auferatur CH ſive CA, habebit & reliqua

liqua CA, ſeu CH, ad reliquam CS eandem rationem quam DC ad CH. Eſt autem CB æqualis CH. Ergo & BC ad CS ut DC ad CB, ideoque trianguli DCB, BCS ſimiles, quoniam & angulum ad C communem habent qui a lateribus proportionalibus comprehenditur. Igitur & latus illius reliquum DB erit ad hujus trianguli latus reliquum BS, ut DC ad CB ſive CH, & angulus SBC erit æqualis angulo BDC. Hinc jam igitur in triangulis DBS, BMC, angulus MBC æquabitur angulo BDS. Eſt autem & angulus BMC æqualis angulo DBS, propter parallelas BD, CM. Igitur dicti trianguli DBS, BMC ſimiles quoque erunt, ac proinde BM ad MC ut DB ad BS, hoc eſt, ut DC ad CH, hoc eſt, ut CR ad RA. Itaque BM ad MC rationem eam habet quæ eſt refractionis; eſtque CM radio FB parallela. Ergo BSM eſt
* Prop. 11. refractio radii FB*. quod erat oſtendendum. Omnes igitur radii ad D tendentes atque occurrentes ſuperficiei convexæ AB, refracti concurrent ad punctum unicum S.

Manifeſtum autem eſt, ſi circa centrum C duæ ſphæricæ ſuperficies intelligantur ſemidiametris CD, CS; atque in illis duo quæpiam puncta ſumantur K, P, radio eodem CK connexa, omnes radios ad K tendentes refringi in diaphani ſuperficie ABH, ut exactè concurrant ad punctum P: quod quidem nulla alia quam ſphærica ſuperficies præſtare queat.

Poterimus porro per hæc, cum & refractionem vitri penitus cognitam habeamus, ſitque ſphærica ſuperficies expolitu facilis, lentes conficere quæ radios ad datum punctum tendentes ad datum aliud punctum concurrere faciant. Item quæ venientes ex dato puncto ita inflectant quaſi ex alio puncto dato promanent. Dentur enim puncta A, B, oporteatque efficere ut radii

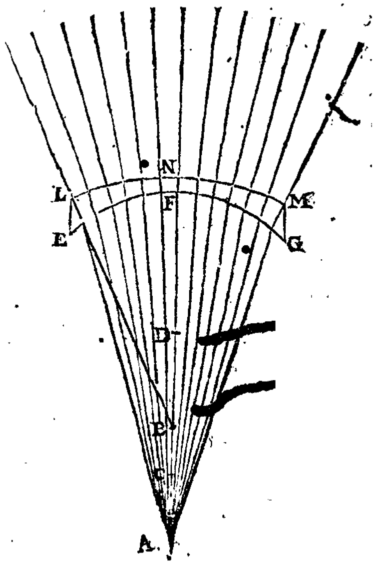
dii tendentes verſus A colligantur in B. Dividatur AB in C, ut habeat AC ad CB rationem quæ eſt refractionis vitri, hoc eſt, ſeſquialteram. Deinde producatur AB uſque in D, ut ſit CD ad DB ſicut AC ad CB, & centro D radio autem DC deſcribatur circumferentia EFG; & alia EHG, centro B, radio BH, paulo minori quam eſt BF. hæc autem priorem circumferentiam neceſſariò ſecabit, velut in punctis E, G: & meniſcus EFGH figuram quæſitæ lentis per medium ſectæ exhibebit. Radii enim tendentes ad A & in ſuperficiem EFG incidentes ibique refracti vergent ad punctum B, ſecundum ea quæ modo oſtenſa fuerunt, atque eò quidem pervenient cum nullam amplius patiantur refractionem in ſuperficie EHG, quippe cujus centrum eſt ipſum B punctum.



Eadem vero lens efficiet etiam, ut radii ex B venientes inflectantur quaſi ex A venirent.

Similiter datis punctis A, B inventaque circumferentia EFG ſicuti diximus, ſi centro B, intervallo autem BN paulo major quam BF, alia circumferentia deſcribatur LNM; figura ELNMGF ſectionem alterius lentis referet, quæ efficiet ut radii tendentes ad punctum B dirigantur verſus A. Si enim convexa exiſtens vitri ſuperficies EFG radios ad A tendentes deflectere facit ad B, neceſſe eſt ut eadem ſuperficies cava exiſtens ut hîc,

radios ad B tendentes mittat verſus A: ut facile colligere eſt ex propoſ. I. Superficies autem LNM nulla refractione hîc radios inflexit ad B tendentes, quoniam hoc centrum habet.



Eadem vero lens cava radios ex A venientes ita franget ut videantur procedere ex puncto B.

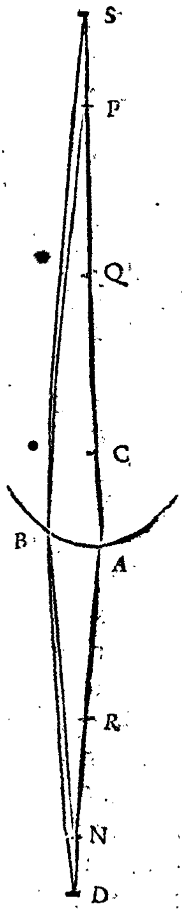
PARS III.

Cum convexa eſt ſuperficies, & a puncto egredientes radii intrinſecus illi occurrunt.

Sit convexa diaphani ſuperficies AB & punctum S, ex quo in illam perveniant radii ut SB, qui quidem egredientes diaphanum refringentur, niſi S ſit idem cum convexi centro C. Eſt autem præterea quoque duplex caſus: Junctâ enim SC, eademque productâ, ac circumferentiam AB ſecante in A, ſi fecerimus ut AQ ad QC habeat rationem quæ eſt refractionis, erit punctum S vel propius puncto A quam punctum Q, vel ulterius remotum. Nam ſi convenit cum puncto Q, perſpicuum eſt ex propoſ. I. & VIII. radios poſt refractionem non concurrere ad punctum aliquod, ſed pro parallelis haberi: eſt enim Q punctum concurſus radiorum parallelorum extrinſecus in ſuperficiem AB incidentium.

Sit igitur primo punctum S ulterius diſtans ab A quam punctum Q. Et fiat ut SQ ad SA ita SC ad SD.

Dico D fore punctum concurſus radiorum refractorum qui a puncto S procedunt ad ſuperficiem AB. Ponatur enim AR æqualis CQ, ita ut A inter R & C cadat. Ergo & CR ad RA proportionem refractionis habebit æquè ac AQ ad QC. Et prætereà manifeſtum eſt punctum R cadere inter A & D. Nam quia ut SQ ad SA ita SC ad SD, erit permutando & dividendo ut SQ ad QC ita SA ad AD; unde, cum SQ ſit minor SA, erit & QC, hoc eſt, AR minor quam AD. Porro quoniam eſt SA ad AD ut SQ ad QC, hoc eſt, AR, erit & reliqua QA, hoc eſt, CR ad reliquam RD ut SA ad AD *. Et componendo CD ad DR ut SD ad DA, & invertendo & permutando DR ad DA ut DC ad DS. Quare per propoſ. *hujus part.* I. radii ex puncto D fluentes *in* ſuperficie AB ita refringentur ut tendant ad S. ideoque & *vice verſa, qui* veniunt ab S puncto, ad eandem ſuperficiem ita refringentur ut tendant ad D. Igitur D erit punctum concurſus quæſitum. Ea nempe ratione qua punctum S in propoſitionibus antecedentibus. Etenim non perfectè ad D radii hîc concurrent ſed omnes citra; quod ſic oſtenditur. Radius quilibet ex D veniens ut DB atque a ſuperficie AB refractus, convenit cum recta DC citra punctum S *, velut in P. Quare & viciſſim radii PB refractio erit BD; Ideoque radii SB refractio puta BN, concurret citra punctum D. quin cum ad idem ſuperficiei

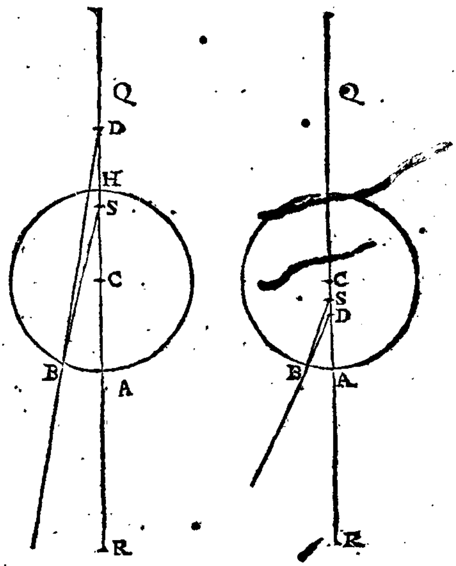


* 19. V.

* P. I. Prop. hujus.

ciei punctum tendant radii PB, SB, neceſſe eſt ut poſt refractionem fiat interſectio, ut facilè colligitur ex prima refractionum proprietate.

Sit nunc punctum S datum, ut minus diſtet ab A quam punctum Q. Erit autem vel inter Q & C vel inter C & A. nam cum in C incidit nullam fieri refractionem jam diximus. Sit primo inter Q & C punctum S; & fiat rurſus ut SQ ad SA ita SC ad SD quæ ſumatur in partem a centro C averſam. Dico D fore punctum diſperſus radiorum refractorum qui ab S puncto egrediuntur.



Sumatur enim, ut ante, AR æqualis CQ. Erit ergo & CR ad RA proportio refractionis, eadem nempe quæ AQ ad QC. Et quoniam SQ ad SA ut SC ad SD, erit & componendo QA, hoc eſt, RC ad AS ut CD ad DS. quare & utraque ſimul RC, CD hoc eſt, DR ad utramque ſimul AS, DS, hoc eſt, ad DA ut DC ad DS. Ergo radiorum ad D tendentium & in convexa ſuperficie AB refractorum punctum concurſus erit S *. Quare & viciſſim radiorum ex puncto S in ſuperficiem eandem AB, ſed intrinſecus incidentium, punctum diſperſus erit D. Erit autem D punctum diſperſus accuratè uno caſu, cum nempe ratio AC ad CS erit eadem quæ AQ ad QC, ſive quæ refractionis. Si enim ut AQ ad QC ita AC ad

CS;

* Prop. hujus p. 2.

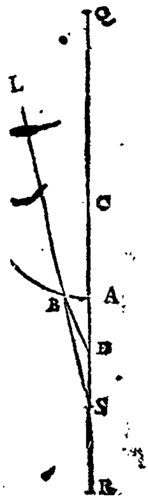
CS; auferendo AC ab AQ & CS ab QC erit & reliquæ CQ ad reliquam QS eadem ratio quæ AQ ad QC. Quia porro QA ad AS ut CD ad DS, uti antea oſtenſum eſt, erit & per converſionem rationis AQ ad QS ut DC ad CS. Sed CS ad CA ut CQ ad AQ; ergo erit ex æquo in proportione perturbata DC ad CA ſive CH ut CQ ad QS, hoc eſt, ut AQ ad QC, quæ eſt proportio refractionis. Cum autem DC ad CH habet proportionem refractionis, eſtque DR ad DA ut DC ad DS, ut hic eſſe oſtendimus, conſtat radios omnes ad punctum D tendentes, atque ad ſuperficiem convexam AB refractos, colligi exactè ad punctum S. Ergo & viciſſim qui veniunt ex puncto S, ad eandem ſuperficiem ita refringentur, ut a puncto D procedere videantur. Quod ſi vero minor ratio fuerit AC ad CS quam AQ ad QC, omnium radiorum ex S venientium refractiones retro productæ ultra punctum D concurrent cum axe AC; ſi autem ratio AC ad CS major fuerit quam AQ ad QC, eædem omnes citra punctum D concurrent, ut ex propoſ. hujus parte II facile colligitur.

Caſus denique is quo punctum S inter A & C datum eſt, eodem modo conſtruitur quo noviſſime præcedens nec diſſimilem demonſtrationem habet. Nempe cum ſit SQ ad SA ut SC ad SD, erit componendo QA, hoc eſt, RC ad AS ut CD ad DS. Quare auferendo CD ab RC, & DS ab AS, erit & reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Unde reliqua eodem modo concludemus. Erit autem D punctum diſperſus ejuſmodi, ut refractiones omnes retro productæ citra ipſum concurrant, hoc eſt, inter D & A.

PARS

PARS IV.

Cum ſuperficies convexa eſt, & ad punctum tendentes radii intrinſecus ſuperficiei occurrunt.

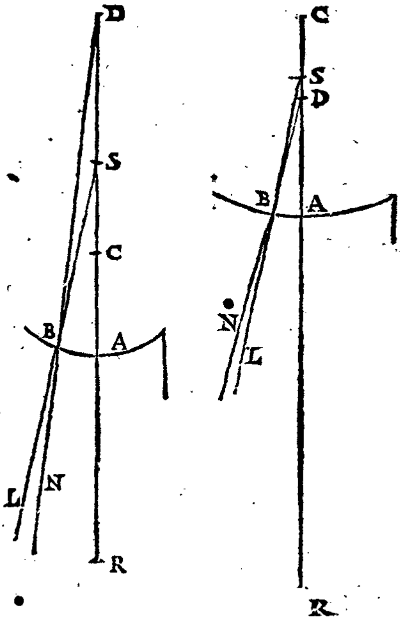


Eſto diaphani convexa ſuperficies AB, & datum punctum S, quo tendant radii, ut LB, intrinſecus ſuperficiei occurrentes, centrum vero convexi ſit C. Jungatur SC ſecetque ſuperficiem in A, & producatur ad Q, ut AQ ad QC habeat proportionem refractionis; & ut SQ ad SA ita ſit SC ad SD. Dico D eſſe punctum concurſus radiorum refractorum qui ad S punctum pergunt. Sit enim AR æqualis CQ; Ergo & CR ad RA habebit proportionem refractionis. Et quia SQ ad SA ut SC ad SD, erit dividendo, QA, hoc eſt, CR ad SA ut CD ad DS. Quare auferendo CD a CR, & DS ab SA, erit & reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Ergo quum radii ex D in convexum AB incidentes refractique habeant punctum diſperſus S; viciſſim qui ad S tendunt ab eadem ſuperficie inflectentur verſus punctum D. Non tamen accurate; ſed quia qui ex D veniunt refracti, retroque producti non in ipſum punctum S concurrunt, ſed omnes ulterius ab A, idcirco & ii qui tendunt ad punctum S, tantum prope D inter A, D, concurrent ad puncta diverſa, quæ eo propiora erunt puncto D, quo radius incidens propior fuerit axi CA.

PARS V.

Cum ſuperficies cava eſt, & radii a puncto venientes extrinſecus ei occurrunt.

Sit ſuperficies ſphærica cava AB, cujus centrum C, incidantque in eam radii a puncto dato D procedentes, ut DB. Jungatur DC, & producta ſecet ſuperficiem in A, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R punctum diſperſus radiorum parallelorum ab oppoſita parte venientium. Jam ſicut DR ad DA ita ſit DC ad DS. Dico S fore punctum diſperſus radiorum ex D egredientium poſtquam in ſuperficie AB refracti fuerint.



Junctâ enim SB, productâque verſus L, & DB verſus N. conſtat radii NB refractionem fore BS, ſi ſuperficies AB convexa eſſet. Ergo cum cava nunc ſit, hoc eſt, diaphanum ab contraria parte poſitum terminet, cumque NBD, SBL ſint lineæ rectæ, erit radii DB refractio BL*. Itaque erit S punctum diſperſus radiorum ex D manantium.

* Prop. hujus p. 4.

Sunt autem caſus tres. Nam punctum D ita datum eſt, ut ratio DC ad CA ſit major ratione CR ad RA, vel minor, vel æqualis. Et ſi quidem eadem eſt ratio DC

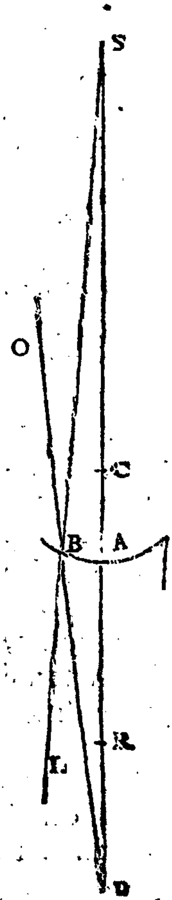
 ad

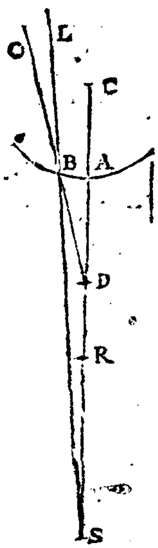
ad CA quæ CR ad RA, ſive quæ refractionis, erit S punctum quo exacte omnes radii refracti pertinebunt. Si vero ratio DC ad CA major, refractiones omnes retro productæ citra S punctum cum axe AC convenient. Si minor, ultra. Quæ omnia ex iis quæ propoſitionis hujus parte II habentur manifeſta ſunt.

PARS VI.

Cum ſuperficies cava eſt, & radii ad punctum tendentes extrinſecus illi occurrunt.

Sit ſuperficies ſphærica cava AB, centro C; incidantque in eam radii ad punctum datum D tendentes, ut OB, agatur recta per DC, ſecans ſuperficiem in A, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Et ut DR ad DA ita ſit DC ad DS. Dico priore caſu, cum R cadit inter A, D, punctum S fore punctum diſperſus radiorum qui ad D tendebant. Altero vero caſu, cum D cadit inter A, R, eventurum contra ut S ſit punctum eorum concurſus. Si autem D fuerit idem quod punctum R, radii eo tendentes, poſt refractionem fient inter ſe & axi AC paralleli, ut in propoſ. IX & I annotatum fuit. Ca-



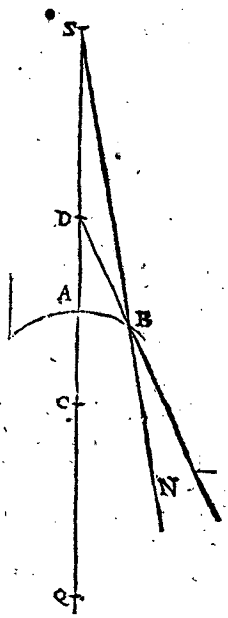


Caſus autem hîc propoſiti demonſtrabuntur ductâ SB, eâdemque verſus L extenſâ. Quia enim rectæ ſunt lineæ SBL, DBO, eſtque ſuperius demonſtratum*, radiorum ex D venientium ad ſuperficiem AB convexam refractiones concurrere ad S punctum, ita ut ſi DB ſit radius incidens refractio ejus fiat BS; neceſſe eſt hîc radii OB ad D tendentis atque in cavam ſuperficiem AB incidentis refractionem eſſe BL†. Quamquam exacta ratione tamen radii OB refractio concurret cum AC citra punctum S, quando S eſt punctum diſperſus. Sed ultra; quando contingit S eſſe punctum concurſus.

* Prop. hujus p. I.

† Prop. I.

PARS VII.



Cum ſuperficies cava eſt & radii a puncto venientes intrinſecus illi occurrunt.

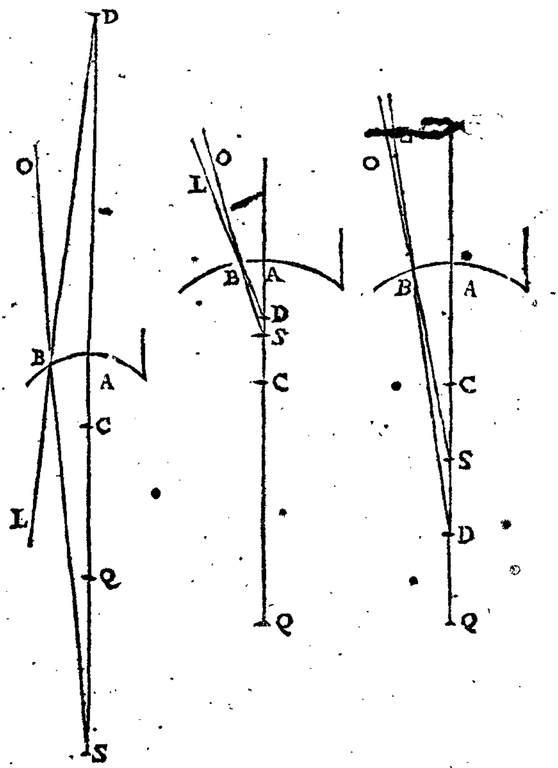
Sit ſuperficies cava AB, cujus centrum C; & punctum S, unde digreſſi radii ut SB intrinſecus in ſuperficiem ferantur. Ducatur recta per SC, ſecans ſuperficiem in A, & habeat AQ ad QC proportionem refractionis. Erit igitur punctum Q quo pertinerent radii paralleli a parte contraria advenientes. Quare ut SQ ad SA ita ſit SC ad SD. Dico D fore punctum diſperſus radiorum ab S manantium: hoc eſt, ſi jungatur DB & producatur verſus L, futuram BL refractionem radii SB. Si enim & SB producatur verſus N, conſtat radii NB refractionem eſſe BD, ſi ſuperficies AB convexa intelligatur*. Itaque hîc, cum

* Hujus Prop. p. IV.

cum diaphanum ad alteram partem ſuperficiei AB po-
Pr. 1. ſitum ſit, erit & BL refractio radii SB *. Ideoque D punctum diſperſus radiorum ab S venientium. Eſt autem ejuſmodi ut refractiones omnes citra ipſum cum axe conveniant, hoc eſt, minus procul a ſuperficie AB.

Pars VIII.

Cum ſuperficies cava eſt, & radii ad punctum tendentes intrinſecus illi occurrunt.



Sit diaphani cava ſuperficies AB; centrum ejus C; & punctum datum ſit S quo tendentes radii ut OB, intrinſecus dictæ ſuperficiei occurrant. Ducatur recta SC, ſecans ſuperficiem in A, habeatque AQ ad QC proportionem refractionis. Porro ut SQ ad SA ita ſit SC ad SD. Dico priore caſu, cum punctum Q cadit inter A & S, futurum D punctum diſperſus radiorum.

diorum ad s tendentium. Poſterioribus vero duobus quibus s cadit inter A, Q, dico D fore eorundem radiorum punctum concurſus. Jungatur DB & verſus L producatur. Itaque ſi ſuperficies AB convexa ponatur, ut diaphanum ſit verſus C, conſtat radii SB refractionem eſſe DB priori caſu, duobus verò reliquis in producta DB, hoc eſt, BL *. Quare è diverſo hîc, ubi diaphanum a parte altera ſuperficiei collocatum eſt, erit radii OB refractio BL in caſu primo, in reliquis vero BD *. Quia videlicet OBS, DBL ſunt rectæ lineæ. Eſt igitur priori caſu D punctum diſperſus radiorum ad s tendentium, reliquis duobus punctum concurſus. Poteſt autem fieri ut fiat D punctum concurſus accuratè; nempe ſi AC ad CS habeat rationem eam quæ eſt refractionis, hoc eſt, eandem quam AQ ad QC. Quandocunque autem D fit punctum diſperſus ſemper radii refracti retro producti convenient cum axe citra punctum D.

* Prop. h. p. 3.

* Prop. 1. p. 3.

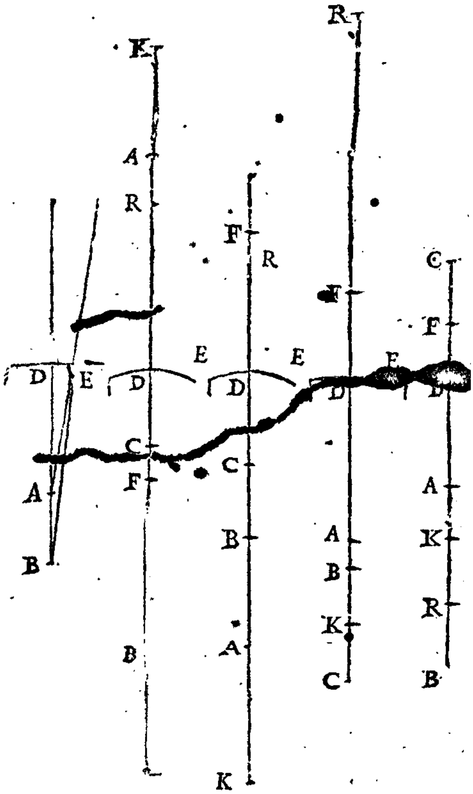
In dato loco ſuperficiem ſphæricam conſtituere, quæ radios ex dato vel ad datum punctum pergentes, ad punctum aliud datum concurrere faciat.

Sint data puncta A, B & D in linea recta & oporteat ad D ſuperficiem ſphæricam conſtituere quæ radios ex A vel ad A tendentes colligat in puncto B.

Sciendum quod uno caſu ſuperficies ſphærica non invenitur, ſed plana ejus loco. Nempe cum punctum A inter B & D ſitum eſt, habetque BD ad DA rationem quæ eſt refractionis, ut in caſu horum primo. Nam ſi per punctum D plana ſuperficies ducatur diaphanum terminans quod ſit a parte A, ea radios verſus A punctum tendentes coget ad punctum B, ut ſupra demonſtratum fuit. In cæteris autem caſibus hæc erit conſtructio.

 Pro-

Producatur DA ad K, ut KD ad DA ſit eadem quæ refractionis ratio; & tribus hiſce BK, BA, BD, inveniatur quarta proportionalis BC, ponaturque in eam partem ut vel omnes in eandem tendant, vel binæ in utramque. Jam ſi centro C circumferentia deſcribatur DE, ea ſectionem quæſitæ ſuperficiei exhibebit, diaphanum habentis a parte B. quæ quidem cæteris caſibus convexa, uno vero cava erit, nempe ſi punctum A poſitum fuerit inter D & B, & major ratio BD ad DA ratione refractionis.



Ad demonſtrationem autem, ponatur DF æqualis AK, ut ſimul fiat FA æqualis DK, & habeat CR ad RD rationem quæ eſt refractionis, hoc eſt, quam habet KD ad DA.

Quia igitur BK ad BA ut BD ad BC, erit & BK ad KA ut BD ad DC, & permutando, BK ad BD ut KA ſeu DF ad DC. Quare & KD ſeu AF ad DB, ut FC ad CD; & permutando & invertendo FC ad FA ut DC ad DB.

Por-

Porro quia FA æqualis KD ex conſtructione, erit FA ad AD ut KD ad DA, hoc eſt, ut CR ad RD. Igitur & per converſionem rationis, AF ad FD ut RC ad CD. Sed ut FC ad FA ita erat DC ad DB. Igitur ex æquali in proportione perturbata, erit FC ad FD ut RC ad DB. Inſuper quia ut FA ad AD ita CR ad RD, erit & dividendo, FD ad DA ut CD ad DR; & permutando, FD ad CD ut DA ad DR. Ergo & FD ad FC ut DA ad AR. & invertendo FC ad FD ut AR ad AD. Sed ut FC ad FD ita oſtenſa fuit RC ad BD. Igitur & AR ad AD ut RC ad BD; Et permutando AR ad RC ut AD ad BD. Ideoque & proportionales AR, AC; AD, AB. Unde liquet radios ad punctum A pertinentes, ita refringi in ſuperficie DE ut congregentur in puncto B. Quod erat demonſtrandum.

Si vero inventæ ſuperficiei altera jungatur centro B, ſemidiametro minore quam BD; conſtituent ſimul lentem, quæ propoſitum efficiet; nam in poſteriori ſuperficie nulla amplius continget refractio, quum radii ad ipſius centrum ferantur.

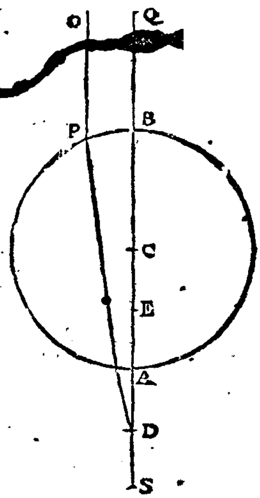
Cognita ſingularum ſuperficierum refractione ex his quæ hactenus demonſtrata ſunt, poterimus jam lentium quarumlibet convexarum vel cavarum vel quæ ex convexis, cavis, planiſque ſuperficiebus diverſimode componuntur, puncta concurſus vel diſperſus invenire, æquè cum paralleli radii incidunt, atque cum ex dato vel ad datum punctum feruntur: Qua in re ſæpe etiam compendia quædam ſequi licebit, ut in ſequentibus manifeſtum fiet.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Sphæra data quæ ſit ex materia diaphana, invenire punctum concurſus radiorum parallelorum in illam incidentium.

Eſto ſphæra cujus centrum C axis BA, ſectio per centrum circulus BPA. Incidant autem radii paralleli axi BA, ut OP. Dividatur ſemidiameter CA bifariam in E, & producatur, & habeat CD ad DE proportionem refractionis, eam nempe quæ convenit materiæ ex qua ſphæra componitur. Veluti ſi cryſtallina aut vitrea ſphæra proponatur, oportet rationem CD ad DE eſſe ſeſquialteram proximè, ſi vero ex aqua, ſeſquitertiam. Dico D fore punctum concurſus quæſitum.



Signentur enim in axe AB utrinque producto puncta S & Q, ut tam BS ad SC, quam AQ ad QC habeat proportionem refractionis, hoc eſt, eandem quam CD ad DE: fientque inter ſe æquales CS, CQ. Radii igitur axi BA paralleli, ut OP, in ingreſſu ita frangentur, ut tendant ad punctum S *. Porro autem quia CD ad DE ut BS ad SC, erit & dividendo CE ſive EA ad ED ut BC ſive CA ad CS. Unde & EA ad AD ut CA ad AS. Eſt autem EA dimidia ipſius CA, ergo & AD dimidia erit ipſius AS. Sed & SC eſt dimidia ipſius SQ. Ergo ut SQ ad SC ita SA ad SD, & permutando. Eſt autem Q punctum concurſus radiorum

* Prop. VIII.

rum parallelorum a parte contraria in ſuperficiem AQ incidentium. Itaque erit D punctum concurſus radiorum ad S. tendentium atque ad ſuperficiem eandem A refractorum *. Diximus autem radios parallelos poſt primam refractionem in ſuperficie BP tendere ad punctum S. Ergo totâ ſphærâ penetratâ liquet eos concurrere ad punctum D. quod erat demonſtrandum.

* Prop. XII. p. 4.

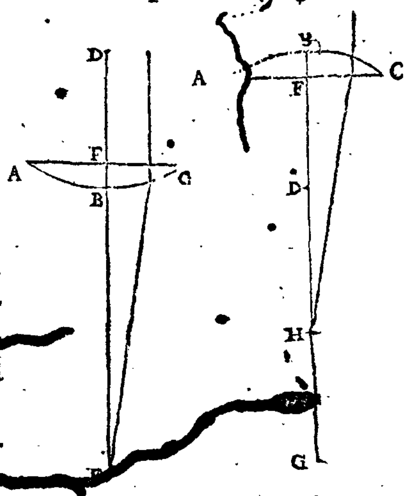
Sciendum autem eſt de radiis axi BA proximis hæc intelligenda, ut ſuperius quoque plerumque factum eſt. Qui quidem radii & comburendi facultatem habent, ſphærâ Soli expoſitâ; Et rerum imagines pingendi ad diſtantiam AD. Hæc autem erit proximè quarta pars diametri in ſphæra vitrea, in ſphæra aquea vero ſemiſſis. Unde jam artificii ejus ratio manifeſta eſt, quo proportionem refractionis initio inquirere docui. Quoniam hæc demonſtratio ad cylindrum quoque pertinet, vel ad aliud omne vas rotundum cujus ſectio ad axem recta ſit.

PROPOSITIO XIV.

Data lente quæ ſuperficiem unam planam habeat, alteram convexam, invenire punctum concurſus radiorum axi parallelorum.

Sit data lens cujus ſuperficies convexa ABC, ex ſphæra quæ centrum habeat D, plana autem ſuperficies ſit AFC. Atque hæc primò radiis parallelis oppoſita ſit. Ductâ igitur DBE recta, quæ axem lentis referat, hoc eſt, quæ ſuperficiem AFC ſecet ad angulos rectos, eâque producta ad E, ita ut DE ad EB habeat proportionem refractionis, quæ ſemper data intelligitur: Manifeſtum eſt, E fore punctum concurſus quæſitum. Ra-

dii enim axi DF paralleli, cum in ſuperficiem planam AC incidant ad rectos angulos; nullam refractionem ibi patientur. ac proinde paralleli venient ad ſuperficiem ABC. cujus refractione ad E punctum flectentur per prop. IX.



Erit autem BE diſtantia diametro convexi ſive duplæ DB æqualis ſi lens vitrea fuerit quia ratio DE ad EB eſt ſeſquialtera.

Sit nunc ſuperficies convexa ABC radiis oppoſita. Si igitur axis BD producatur ad G, ut BG ad GD habeat proportionem refractionis, erit punctum G quo tendent radii poſt primam refractionem in ſuperficie ABC *. Dividatur autem GF in H, ita ut GF ad FH habeat quoque refractionis proportionem. Dico H fore punctum concurſus radiorum parallelorum poſtquam utramque ſuperficiem lentis tranſierint. Quia enim poſt refractionem in ſuperficie ABC tendunt ad punctum G, atque ita occurrunt intrinſecus ſuperficiei planæ AFC, hæc eos diriget porro ad punctum H *, quoniam GF ad FH proportio eſt refractionis.

* Prop. VIII.

* Prop. VII.

Manifeſtum autem eſt diſtantiam FH paulo tantum minorem eſſe quam BE ſupra inventam, rationemque ad eam habere quam GF ad GB. Unde, ſi craſſitudo lentis FB pro nulla habeatur, erit FH ipſi BE æqualis, hoc eſt, diametro ſphæræ cujus portio eſt ABC, ſi lens vitrea fuerit.

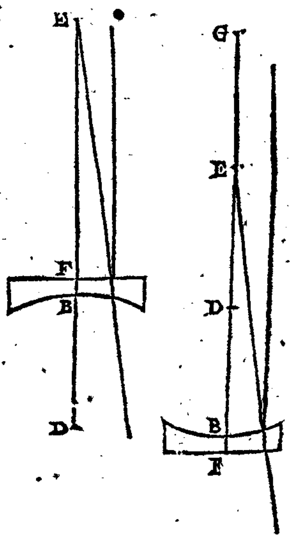
Patebit autem, ſi concurſus radiorum ab hac lente re-

refractorum exactè expendatur atque ad calculos revocetur, accuratius aliquanto eos propiuſque ad unum punctum convenire hoc poſteriore lentis ſitu, nempe cum ſuperficies convexa venientibus oppoſita eſt radiis, quam ſi plana ad illos convertatur.

PROPOSITIO XV.

Data lente quæ cavam & planam ſuperficiem habeat, invenire ante ipſam punctum diſperſus radiorum parallelorum.

Esto lens ejuſmodi cujus cava ſuperficies ſit B, centrum cavitatis habens D, plana autem F.



Quod ſi ergo ſuperficies plana radiis advenientibus obverſa eſt, producatur tantum DB in E, ut DE ad EB ſit proportio ea quæ eſt refractionis; eritque E punctum diſperſus quæſitum, uti manifeſtum eſt ex prop. XI. Nulla ſiquidem contingit refractio in ſuperficie plana F quum radii ad angulos rectos in hanc incidere ponantur, ideoque paralleli perveniant in ſuperficiem B.

Si vero aliter converſa fuerit lens, producenda eſt BD ad G, ita ut BG ad GD ſit proportio refractionis; deinde dividenda GF in E ut & GF ad FE proportionem refractionis habeat eandem, atque ita rurſus inventum erit diſperſus punctum E. Radii enim paralleli refra-

cti

ſti in ſuperficie cava B, habebunt inde punctum diſperſus G, per prop. X. qui vero ex G venientes incidunt in ſuperficiem planam, ſecundò ibi refractionem ſubeunt, perguntque deinceps quaſi ex puncto E procederent, per prop. VI. Itaque E eſt punctum diſperſus quæſitum.

Quia vero GF ad FE ut BG ad GD, eſtque GF major quam BG, erit & FE major quam GD, cui æqualem eſſe conſtat BE in caſu priori. Unde ablata utrinque BF craſſitudine lentis, etiam diſtantia FE in poſteriori caſu major erit quam FE in priori.

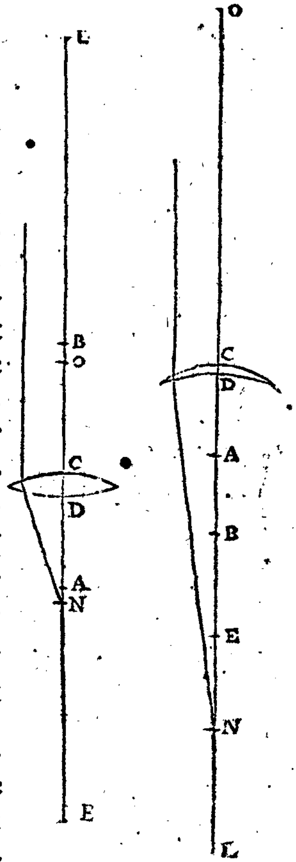
PROPOSITIO XVI.

Data lente convexa parium vel diſparium ſuperficierum, ſive utraque convexa ſit, ſive altera cava; ſed cavitas ſit convexitate minor; invenire punctum concurſus parallelorum.

Sit lens utravis harum CD, & ſuperficiei C centrum A, B vero ſuperficiei D. Jungatur AB & producatur utrimque, & fiat ut tam CE ad EA, quam DL ad LB rationem habeant quæ eſt refractionis. Deinde ſicut EL ad ED ita ſit EB ad EN, hæc autem EN in partem eam ſumenda eſt, quam præcipit prop. XII. Eritque N centrum concurſus radiorum axi parallelorum qui veniunt a parte C. Refracti enim primò in ſuperficie C pertinent inde ad punctum E, ut oſtenſum eſt prop. VIII. qui autem ad E pertinent refracti in ſuperficie D colliguntur in puncto N, per part. IV. prop. XII. & in meniſco per part. VIII. prop. XII.

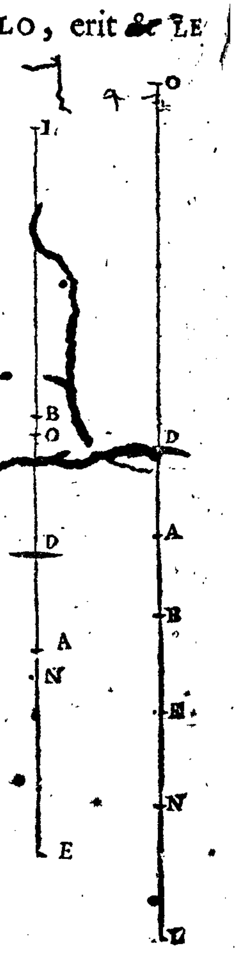
Eadem ratione ſi fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum concurſus parallelorum qui adveniunt

a parte D. Et notandum quod diſtantiæ DN & CO proximè inter ſe ſunt æquales, cauſamque inæqualitatis oriri tantum a craſſitudine lentis. Et ſi quidem ſuperficies D ſit ex majori ſphæra quam ſuperficies C, hoc eſt, ſi BD ſit major quam AC, erit CO diſtantia major quam DN, quod ſic oſtenditur. Quia ut DL ad LB ita CE ad EA, erit & per converſionem rationis & invertendo ut DB ad BL ita CA ad CE. Eſtque DB major quam CA, ergo & DL major quam CE. In caſu igitur lentis utrinque convexæ, ſi ab utraque harum auferatur DC; in meniſco autem ſi eadem DC addatur ad DL, auferatur vero a CE; patet utrobique majorem fieri rationem LC ad DE, quam ſit LD ad CE, hoc eſt, quam LB ad AE. quamobrem rectangulum LC, AE majus erit rectangulo DE, LB. Rectangulum autem LC, AE æquale eſt rectangulo LE, CO, quia ut LE ad EA ita LC ad CO; & rectangulum DE, LB æquale eſt rectangulo EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo majus eſt rectang. LE, CO rectangulo LE, DN, ideoque CO major quam DN.



At ſi craſſitudinem lentis CD pro nulla habeamus, uti fere ſemper in ſequentibus fiet, dico puncta concurſus parallelorum O & N æqualiter a lente remota eſſe. Sit enim nunc punctum medium lentis D pro utriſque

D & C. Quia ergo LE ad LA ut LD ad LO, erit & LE ad EA ut LD ad DO, unde rectang. LE, DO æquale rectangulo EA, LD. huic autem æquale eſt rectang. DE, LB, quia DE ad EA ut DL ad LB, & rurſus rectangulo DE, LB æquale rectang. EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo rectang. LE, DO æquabitur rectangulo EL, DN; ac proinde DO ipſi DN; quod erat probandum.



Puncta autem O & N faciliori ratione nunc invenire licebit. Etenim ſolum inveniendum eſt punctum L ſicut antea, faciendo nimirum ut DL ad LB ſit proportio ea quæ eſt refractionis; ac deinde ut BA, ad AD ita LB ad DN vel DO. Quia enim DL ad LB ut DE ad EA, erit per converſionem rationis LD ad DB ut ED ad DA, & permutando LD ad DE ut BD ad DA. Unde & LE ad ED ut BA ad AD. Ut autem BA ad AD ita fecimus LB ad DN. Igitur LE ad ED ut LB ad DN. & permutando, EL ad LB ut ED ad BN. Unde & EL ad EB ut ED ad EN, ideoque N punctum concurſus quæſitum; nam hoc antea oſtenſum. Itaque in lente vitrea, ſicut duæ ſimul convexitatum ſemidiametri; in meniſco autem ut earum differentia, ad alterutram ipſarum, ita reliqua bis erit ad foci diſtantiam. ſit enim tunc LB dupla radii BD, quia DL ad LB ut 3 ad 2 quæ in vitro eſt proportio refractionis. Quod ſi autem ſuperficies utraque fuerit æqualiter convexa, apparet jam foci diſtantiam ſemidiametro convexitatis æqualem fore; eandemque etiam

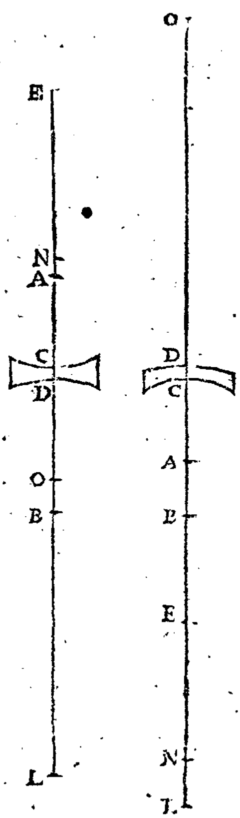
in

in lente planoconvexa produci a convexitatis ſemidiametro duplo minore.

PROPOSITIO XVII.

Data lente cava duarum ſuperficierum ſphæricarum, punctum diſperſus radiorum parallelorum invenire.

Sit data lens CD quæ ſuperficiem utramque cavam habeat, vel alteram earum convexam, ſed quæ majoris ſit ſphæræ quam cava. Sint autem ſemidiametri ſuperficierum AC, BD, quæ producantur ad L & E; ut tam CE ad EA quam DL ad LB habeat proportionem quæ refractionem metitur. Et ut EL ad ED ita ſit EB ad EN. Dico N fore punctum diſperſus radiorum qui paralleli incident a parte C.



Qui enim paralleli advenientes refringuntur in ſuperficie C, exinde pertinent ad punctum E, per prop. X. quia CE ad EA eſt proportio refractionis. Sed quia ut EL ad ED ita EB ad EN, ideo qui ex E veniunt, refracti a ſuperficie D, habebunt punctum diſperſus N, ut conſtat ex prop. XII. p. 7. & p. 3. Igitur punctum N eſt punctum diſperſus radiorum parallelorum poſt geminam in lente CD refractionem. Oportet autem in lente cavoconvexa, ut ſemidiameter AC tanto ſaltem mi-

nor

nor ſit ſemidiametro BD, ut punctum E minus quam L a lente remotum inveniatur. Nam alioqui radii qui ex E tendunt, refracti in ſuperficie D non poterunt diſpergi, ut conſtat ex prop. XII. part. III.

Porro ſi fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum diſperſus parallelorum qui adveniunt a parte L. Primum ſiquidem per refractionem ſuperficiei D, pertinebunt radii ad punctum L, per prop. X. & VIII. Et quia LE ad LC ut LA ad LO, ideo poſt alteram refractionem in ſuperficie C, diſpergentur quaſi procederent ex puncto O, per prop. XII. p. VII. & VIII. ſi modo in convexocavâ L magis diſtet quam E. Erit autem jam DO minor quam CN, ſi AC fuerit minor quam BD, & contra. Quia enim BD ad AC ut DL ad CE. Itaque in caſu lentis utrimque cavæ ſi addatur utriſque DC lentis craſſitudo, in caſu vero cavoconvexæ, ſi auferatur DC a DL, eadem vero addatur ad CE, fiet utrobique minor ratio LC ad DE quam LD ad CE, hoc eſt, quam LB ad AE. Unde ſimili argumentatione ac ſupra in lente convexa efficietur rectangulum LE, CO minus eſſe rectangulo LE, DN, ideoque CO minorem quam DN; differentia vero eſt exigua, quæ oritur ex craſſitudine lentis. Namque ſi pro nulla habeatur lentis craſſitudo, ita ut pro punctis D & C ſit unum D, jam diſtantiæ DN, DO inter ſe æquales fient, quod eodem modo demonſtratur atque ſuperiori propoſitione in lente convexa.

Poterunt autem hic rurſus puncta diſperſus O vel N brevius nunc inveniri, faciendo tantum ut DL ad LB habeat refractionis proportionem, ſicut prius; ac deinde ſicut BA ad AD ita BL ad DN vel DO; cujus eadem quoque eſt demonſtratio quæ fuit in lente convexa.

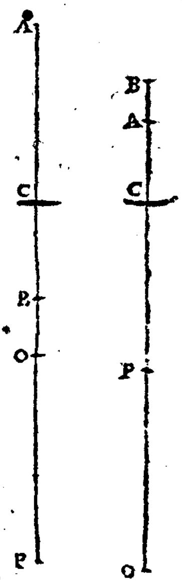
Liquet autem, ſi utraque ſuperficies fuerit æqualiter

ter concava, hoc eſt, ſi AD æqualis DB, quod DN vel DO erit æqualis dimidiæ LB: ac proinde, ſi lens vitrea fuerit, æqualis ipſi AD vel BD ſemidiametro. Eadem ſcilicet ratione qua id in lente convexa de concurſus puncto oſtenſum fuit.

PROPOSITIO XVIII.

Lentem invenire cujus ſuperficies altera convexa ſit eadem datæ, quæque punctum concurſus parallelorum habeat ad datam diſtantiam.

Sit lentis C ſuperficies altera data, hoc eſt ſemidiameter ejus convexitatis AC. deturque diſtantia CO, oporteatque invenire ſuperficiem alteram quæ juncta priori, lentem efficiat quæ radios parallelos cogat ad punctum O.



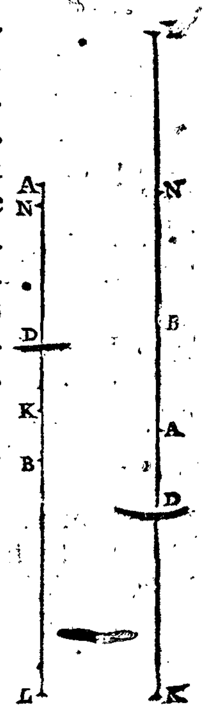
1. Producatur AC uſque in P, ut ſit AP ad PC proportio refractionis. Tum ſi quidem diſtantia OC ipſi CP æqualis inveniatur, debebit altera lentis ſuperficies plana eſſe, ut ex prop. XIV. manifeſtum eſt. Si vero OC, CP inæquales fuerint, fiat ſicut differentia earum PO ad OC, ita AC ad CB; quæ accipiatur verſus P, ſi PC major fuerit quam CO; at verſus partem alteram ſi minor PC quam CO. Eritque priore caſu ſuperficies lentis altera convexa a ſemidiametro BC; poſteriore autem cava, adeo ut tunc meniſcus habeatur. Demonſtratio autem eſt hujuſmodi. Quoniam eſt AC ad CB ut PO ad OC, erit componendo in priore caſu, in altero vero per converſionem rationis

contrariam. ut AB ad BC ita PC ad CO. Eſt autem AP ad PC proportio refractionis. Igitur erit O punctum concurſus radiorum qui paralleli incidunt in lentem C, ut conſtat ex prop. XVI. Patetque lentem, qualis requirebatur, eſſe inventam.

PROPOSITIO XIX.

Datæ lenti inæqualiter convexæ vel meniſco, lentem aliam æquivalentem invenire, quæ convexam & planam ſuperficiem habeat vel utramque convexam æqualiter.

Sit data lens D qualem diximus vel meniſcus. Et centra ſuperficierum ſint A & B. Fiat ut BA ad AD ita BD ad DK. Dico DK eſſe ſemidiametrum convexi, lentis quæ alteram ſuperficiem planam habeat, quæque paria faciat cum lente D. Habeat enim DL ad LB proportionem quæ eſt refractionis, & ut BA ad AD ita ſit LB ad DN. Erit ergo N focus lentis D, per ea quæ in prop. XVI. demonſtrata ſunt. Verum ut BA ad AD, ita quoque eſt BD ad DK; ergo BD ad DK ut LB ad DN. Et permutando BD ad BL ut DK ad DN. Et componendo igitur erit ut DL ad LB ita KN ad ND. quare & KN ad ND erit refractionis proportio. Itaque ſi in D lens conſtituatur quæ ſuperficiem alteram convexam habeat ſemidiametro KD, alteram vero verſus K planam, ejus erit focus punctum N; ut ex prop. XIV. manifeſtum eſt.



Si

Si vero KD duplicetur, habebitur ſemidiameter convexitatis ad lentem duarum æqualium ſuperficierum, ut patet ex prop. XVI.

Propositio XX.

Theorema.

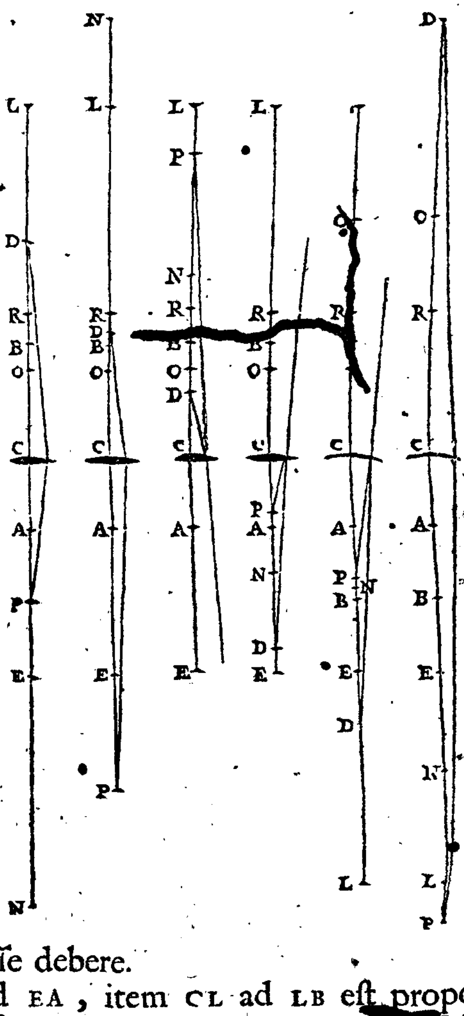
Poſita quavis lente convexa vel cava, ſive utraque ſuperficie ſphærica conſtet, ſive altera plana; datoque in axe ejus puncto, a quo vel ad quod radii tendentes lenti occurrant: Si duabus ab eo puncto diſtantiis tertia proportionalis ſtatuatur, quarum diſtantiarum prima ſit ad punctum quo pertinent refractiones parallelorum a contraria parte incidentium; ſecunda ad lentem ipſam; erit terminus tertiæ, ſumendæ a puncto dato in partem eandem cum primâ, punctum concurſus vel diſperſus radiorum à dato puncto vel ad datum tendentium.

Sit lens C, cujus quidem craſſitudinem tanquam ſi nulla eſſet hic conſiderabimus, in axe autem lentis AC datum ſit punctum D, a quo vel ad quod tendentes radii lenti C occurrant. Sitque O punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum a contraria parte incidentium. Et ponatur duabus DO, DC tertia proportionalis DP, ita ut DO, DP ſemper ſint verſus partem eandem. Dico P fore punctum concurſus vel diſperſus radiorum ex D vel ad D procedentium. Debet autem D non incidere in O, quia tunc radii ex D venientes refractione lentis non cogentur ad punctum, ſed paralleli evadent, ut conſtat ex prop. I.

Demonſtratio autem, quando utraque lentis ſuperficies ſphærica eſt, erit hujuſmodi.

Sit A centrum ſphæricæ ſuperficiei, cui primum inci-

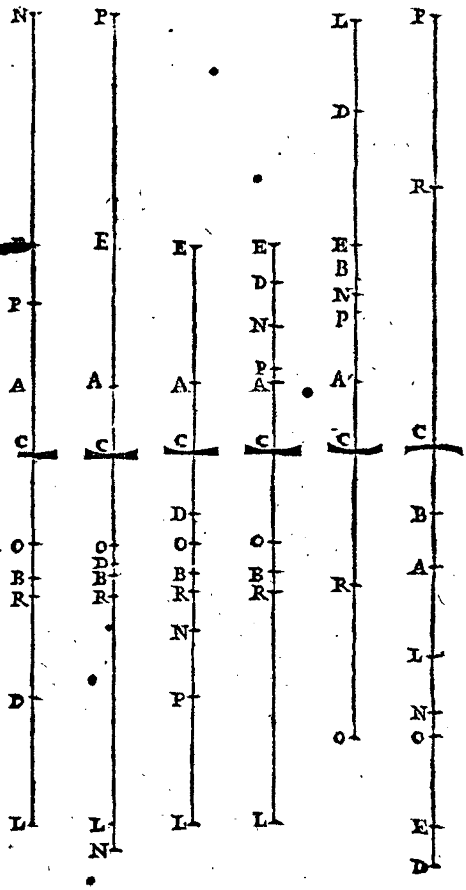
dentes radii occurrunt; B vero centrum reliquæ. Et inveniantur puncta E & L, ut tam CE ad EA quam CL ad LB habeat proportionem refractionis. Et ponatur ipſi AE æqualis CR ad partem lentis alteram; Unde AR erit ad RC ſicut CE ad EA. fiat quoque tribus hiſce DR, DC, DA quarta proportionalis DN, ſumenda in eam partem ut vel quatuor omnes a puncto D eodem verſus habeantur vel binæ utrimque. Quod ſi D ſit idem quod A punctum, etiam N cum hiſce coincidere cogitandum eſt. Si vero R cadat in D, is caſus ſeorſim demonſtrabitur. Nunquam vero N cadet in L, cum D diverſum ſit ab O, uti diximus eſſe debere.



Quia igitur CE ad EA, item CL ad LB eſt proportio refractionis, punctumque O quo pertinent refractiones parallelorum; erunt proportionales hæ quatuor LE, LA; LC, LO*. quare & LE ad EA ut LC ad CO, & permu-

* Prop. XVI. & XVII.

mutando LE ad LC ut EA ſive CR ad CO. Unde & LE erit ad EC ut CR ad RO. Quia porro ex conſtructione proportionales ſunt DR, DA; DC, DN, erit & DR ad RA ſeu EC ut DC ad CN; & invertendo NC ad CD ut EC ad DR. Quare & NE ad RC ut EC ad DR. Sed ut RC ad RO ita diximus eſſe LE ad EC. Ergo ex æquali in ratione perturbata, erit ut EN ad RO ita LE, DR. Et permutando & invertendo, ut LE ad EN ita DR ad RO. Hinc vero & LE ad LN ut DR ad DO, ac proinde rectang. LE, DO æquale LN, DR. Eſt autem ſicut DO ad OC ita rectang. DO, LE ad OC, LE. Ergo erit DO ad OC ut rectang. LN, DR ad OC, LE, hoc eſt, ad rectang. LC, RC. dictum enim fuit antea quod LE ad LC ſicut CR ad CO. Eſt autem ut DO ad OC ita DC ad CP, quia ex conſtr. proportionales ſunt DO, DC, DP. Ergo DC ad CP ſicut rectang. LN, DR ad LC, CR. Rectangulum autem LC, CR æ-



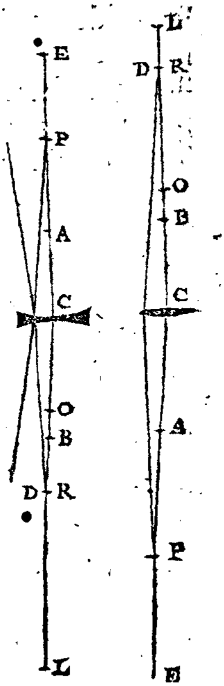
quale eſt LB, AR, quia CL ad LB ex conſtr. ut AR ad RC. Ergo DC ad CP rationem habet quam rectang. DR, LN ad LB, AR, hoc eſt, compoſitam ex rationibus DR ad RA & LN ad LB. Ratio autem DC ad CP componitur quoque ex rationibus DC ad CN & CN ad CP. Ergo eadem eſt ratio compoſita ex rationibus DR ad RA & LN ad LB, compoſitæ ex rationibus DC ad CN & CN ad CP. Ratio autem DC ad CN eſt eadem quæ DR ad RA, quia ex conſtr. proportionales ſunt DR, DA; DC, DN. Ergo & reliqua ratio LN ad LB eadem eſt reliquæ CN ad CP. Unde proportionales quoque erunt NL, NB; NC, NP.

Primum itaque quia proportionales ſunt DR, DA; DC, DN conſtat ex prop. XII. radios qui ex puncto D vel ad D feruntur, refringi a ſuperficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N. At quia porro proportionales quoque ſunt NL, NB; NC, NP; ideo quia ad N vel ex N feruntur, refracti in ſuperficie altera cujus centrum B, pertinebunt ad punctum P, ut ex eadem prop. manifeſtum eſt. Itaque patet P eſſe punctum concurſus vel diſperſus radiorum qui ex D puncto promanant, vel eo tendunt; quod erat demonſtrandum.

Cum vero contingit puncta D & R in unum coire; conſtructis cæteris ut prius, præter punctum N, demonſtratio erit hujuſmodi. Nimirum quia dictum fuit eſſe EL ad LC ut RC ad CO, erit RO ſeu DO ad OC ut EC ad CL. Sicut autem DO ad OC ita eſt DC ad CP, & ut EC ad CL ita RC ad LB, quia ex conſtr. eſt CE ad EA ſive CR ut CL ad LB. Itaque DC ad CP ut RC ſeu DC ad LB. ac proinde CP ipſi LB æqualis. Et addita utrique BC, erit quoque BP æqualis LC. Ergo eadem ratio BP ad LB, ſeu PC quæ CL, ad LB. hæc autem eſt

ra-

ratio refractionis ex conſtructione. Quia itaque primum AR ad RC poſita eſt refractionis proportio, conſtat ex prop. XI. & IX. quod radii ad R, hoc eſt, ad D pertinentes, atque in ſuperficie cujus centrum A refracti, paralleli intra lentem incedent. Qui autem paralleli occurrunt ſuperficiei cujus B centrum eſt, pertinebunt deinceps ad punctum P, quia BP ad PC eſt proportio refractionis. Itaque P eſt punctum concurſus vel diſperſus radiorum ex D vel ad D tendentium: quod erat dem.



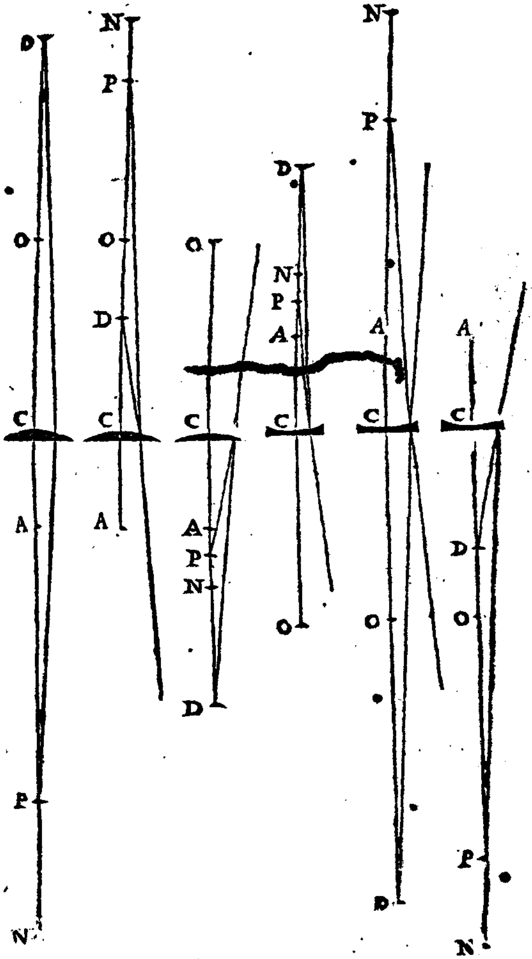
Quod ſi vero ſuperficierum lentis altera ſphærica fuerit altera plana, erit vel hæc vel illa radiis venientibus expoſita, ac ſi quidem ſphærica iis exponatur, cujus centrum A, fiat tribus DO, DA, DC quarta proportionalis DN, quæ accipiatur in eam partem ut vel omnes quatuor eodem verſus habeantur vel binæ utrimque. Erit igitur & DO ad OA ut DC ad CN, & permutando DO ad DC ut OA ad CN. Sed & DO ad DC eſt ſicut OC ad CP, quia ex conſtr. proportionales ſunt DO, DC, DP. Itaque OA ad CN ut OC ad CP; & permutando AO ad OC ut NC ad CP. Ratio autem AO ad OC eſt ea quæ refractionis, quia O eſt punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum *. Igitur & NC ad CP erit refractionis proportio. Quia itaque fecimus proportionales DO, DA; DC, DN; apparet radios omnes qui ad D vel ex D feruntur, refringi in ſuperficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N †. Sed quia NC ad CP rationem habet quæ eſt refractionis,

* Prop. XIV. XV.

† Prop. XII. P. I.

nis, ideo qui ad punctum N pertinent, refracti in plana lentis ſuperficie, pertinebunt inde ad punctum P *. Ergo & hic conſtat propoſitum.

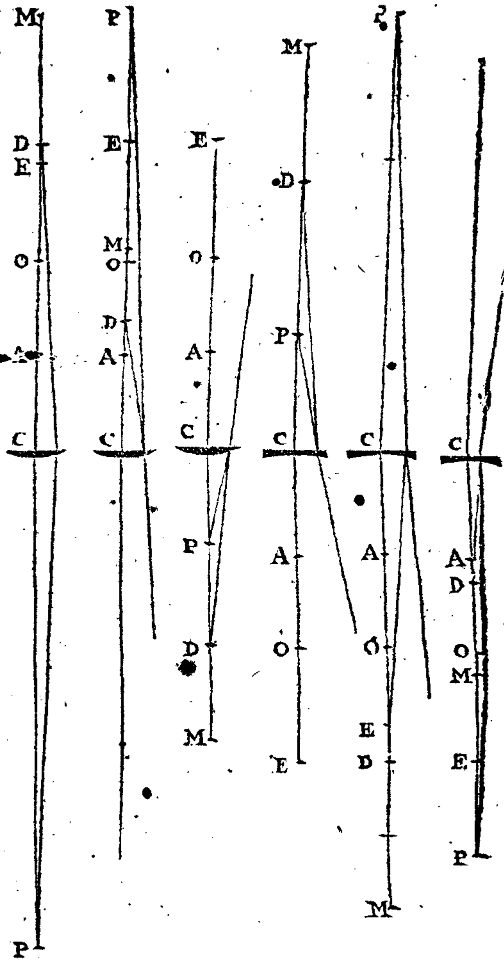
* Prop. VII.



Si vero in planam lentis ſuperficiem primum radii incidant, rurſuſque centrum ſuperficiei ſphæricæ ſit A; habeat CE ad EA proportionem refractionis, ut & MC ad CD. Quia igitur O punctum eſt quo pertinent refractiones parallelorum, erit CO æqualis AE †; ideoque & CE ad CO ut CE ad EA, hoc eſt, ut MC ad CD. Quare & ME ad OD erit ut MC ad CD. Eſt autem ut OD ad OC ita DC ad CP, quia ex conſtr. proportionales ſunt DO, DC, DP. Igitur ex æquo, ut ME ad OC ſive EA ita MC ad CP; ac proinde ut ME ad MA ita MC ad MP. Quia igitur poſita eſt ratio MC ad CD eadem

† Prop. XIV.

eadem quæ refractionis, ideo radii ex D vel ad D tendentes, poſt refractionem in ſuperficie lentis plana, pertinebunt ad punctum M *. Et quia proportionales ſunt ME, MA; MC, MP, conſtat † radios qui ad M punctum pertinent, refractos in ſuperficie, cujus centrum A, pertinere porro ad punctum P. Quod demonſtrandum ſupererat.



* Prop. v.

† Prop. XII. p. 3.

Manifeſtum autem ex his eſt, quantum ad diſtantiam punctorum concurſus vel diſperſus radiorum, a quibuſvis vel ad quælibet puncta tendentium, nihil intereſſe utra lentis alicujus ſuperficies radiis incidentibus obvertatur.

Item diverſarum ſuperficierum lentes, quæ puncta concurſus vel diſperſus parallelorum æque remota habent, etiam ad cætera æquivalentes eſſe. Nempe quia in

in conſtructione non attenduntur centra ſingularum lentis ſuperficierum, ſed tantummodo punctum concurſus vel diſperſus radiorum parallelorum.

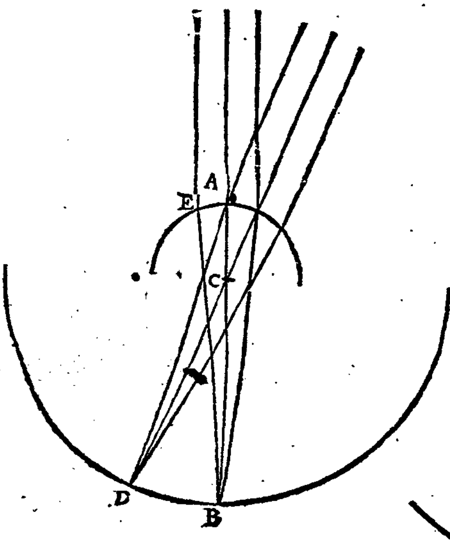
PROPOSITIO XXI.

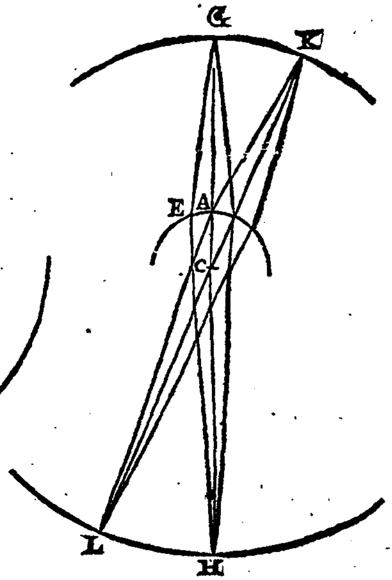
Radiorum, qui ad axes lentium pertinent ab axe primario paulum declinantes, puncta concurſus vel diſperſus inveſtigare. Et oſtendere eandem ferè horum eſſe a lente diſtantiam, ac eorum quæ ad puncta radiorum in axe poſitorum pertinent, ſi vel paralleli vel ab æque procul diſtantibus punctis radii fuerint egreſſi.

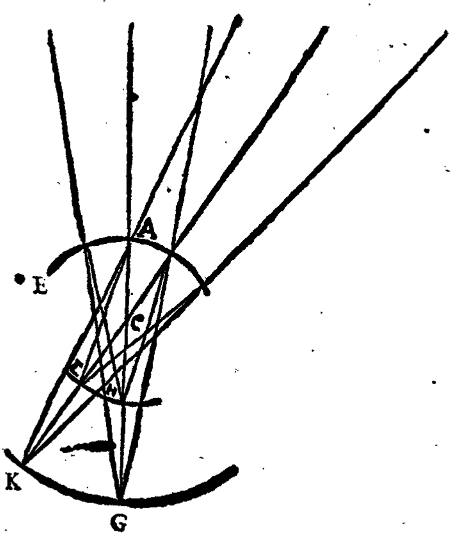
Hactenus complexus radiorum examinavimus qui ad axes lentium referuntur. Sed neceſſe eſt eos quoque inſpicere qui ad puncta extra axem poſita pertinent, quoniam ab his radiis æque ac ab illis pendent tum oculi, tum omnis generis perſpicillorum miri effectus, ac videndum primò, quid fiat in ſuperficiebus ſingulis, quia hoc cognito, etiam de lentibus res erit facilior.

Sit ſuperficies ſphærica convexa EA, cujus centrum C, ſemidiameter convexitatis AC, quæ producatur ad B, ut ſit ratio AB ad BC eadem quæ eſt refractionis. Intelligatur porro ſuperficies ſphærica cava, radios exceptura BD; centrum idem habens C. Jam non tantum radii paralleli rectæ CB, in ſuperficiem AE incidentes, convenient in B, ut in prop. VIII. demonſtratum eſt, ſed & ii qui rectæ CD, angulum qualemcumque cum CB conſtituenti, paralleli ferentur, eodem modo ad D concurrent.

Rurſus ſi a puncto vel ad punctum aliquod G tendentes radii fractique in ſuperficie ſphærica AE, habuerint



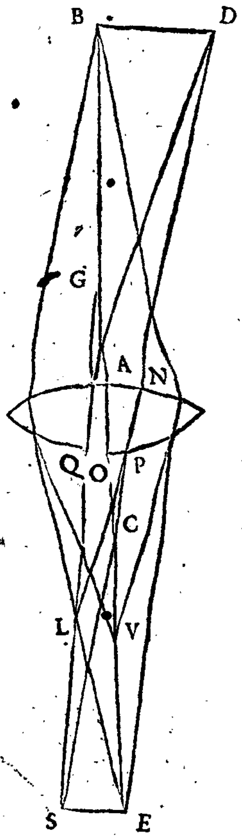




rint punctum concurſus H; hoc autem invenitur per prop. II. p. I. & 2. & centro C intelligantur ſuperficies ſphæricæ GK, HL; tunc radii ex K, puncto ſuperficiei GK venientes, vel ad K tendentes, concurrent ſimiliter ad punctum in ſuperficie HL, ut L. atque hæc per ſe manifeſta ſunt in quibuſcunque caſibus.

Ponatur nunc lens

convexa AQ, cujus axis BAE, in quo nempe centra ſuperficierum AN, OP ſint C & G. Radii autem a puncto B manantes in ſuperficiem AN, franguntur ut inde tendant ad punctum E: atque iterum fracti in ſuperficie OP pergant ad punctum V. Item a puncto D extra axem, quodque tantundem ac B diſtet a ſuperficie AN, vel a centro ejus C, egreſſi radii in ſuperficiem hanc incidant. Horum punctum concurſus L poſt binas in lente refractiones ita inveniemus.

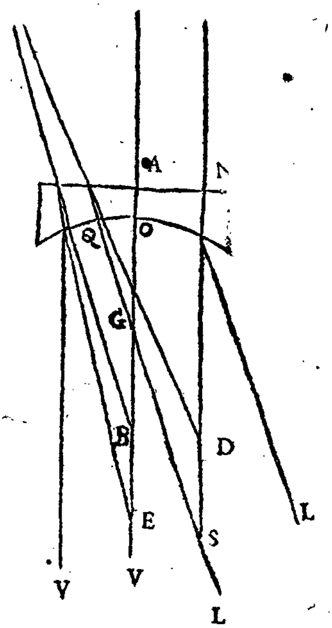


Ducatur recta DC, quæ ſecabit ſuperficiem AN in N, ad rectos angulos, invenieturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radii ex D venientes poſt refractionem in ſuperficie AN, per ſuperius expoſita. Et apparet diſtantias CS, CE fore æquales. Jungatur jam SG, quæ ſuperficiem OQ normaliter ſecabit in Q; eritque propterea in ipſa SG punctum concurſus L, radiorum ex prima refractione tendentium ad S, ac rurſus refractorum in ſuperficie OQ, atque invenietur inde iſtud concurſus punctum ex ſuperioribus.

Quod autem punctum L proximè eandem diſtantiam habebit a lente ac punctum V, hinc conſtabit. Si enim puncta E, S, vertices nempe conorum radioſorum æqualiter diſtarent a ſuperficie OQ, cujus refractione mutantur hi Coni in conos quorum vertices L & V; etiam hi

hi vertices æqualiter diſtarent ab hac ſuperficie. Sunt autem diſtantiæ QS, OE proximè æquales, quippe minimo quopiam differentes, quanto nimirum GE ſive duæ ſimul GC, CS ſuperant GS. Ergo & diſtantiæ LQ, VO proximè æquales erunt. Rectæ autem quæ puncta B, D, itemque V, L, conjungunt, quia minimæ eſſe cenſentur, & puncta ipſa æqualiter a lente diſtant, poſſunt tanquam ad axem lentis BE perpendiculares haberi.

Hæc autem non difficulter ad cavas quoque lentes, & ad eas quæ alteram ſuperficierum planam habent, omnemque caſuum diverſitatem transferri poſſunt, radios parallelos, tanquam ad punctum infinite diſtans conſiderando. Quod uno etiam exemplo in lente plano concava ſchema alterum explicat.



Hujus enim lentis plana ſuperficies AN radios ad punctum axis B tendentes excipit, itemque alios tendentes ad punctum D, ab axe exiguo diſtans, & æque ac B a ſuperficie AN. Quod ſi jam ponamus eos qui ad B tendebant, poſt alteram refractionem in ſuperficie OQ, fieri parallelos axi AE; ſive ad punctum V in axe infinite diſtans concurrere, fient etiam qui ad D tendunt, ejuſdem ſuperficiei OQ altera refractione, inter ſe paralleli: ſive ad punctum L in linea QGS infinitè diſtans pertinebunt. Quæ linea invenitur eodem modo ac in caſu præcedenti; eademque eſt de-

 mon-

monſtratio, qua oſtendatur ex poſtrema refractione radios utrobique fieri parallelos, niſi quod hoc caſu, e duabus GE, GS, quæ ut æquales cenſentur, GE nunc pauxillo minor eſt quam GS, quippe cum æquales ſint AE, NS.

Porrò ex his manifeſtum eſt, etiam per binas pluresve lentes tranſmiſſos conos radioſos, tam obliquos quam rectos, æquali diſtantia a lente poſtrema vertices ſuos ultimos habere, ſi ad æque remotos conorum vertices radii primitus ſpectent.

Comprobat autem quæ hic oſtenſa ſunt experimentum picturæ, quam lens foramini oppoſita in loco tenebroſo exhibet, cum non tantum in axe lentis, ſed & circum amplo ſatis ſpatio hæc pictura mirabili nitore conſpiciatur, ut minima quæque diſtinctè exprimat. Eadem vero & teleſcopiorum ex binis, ternis, quaterniſve lentibus compoſitorum egregii effectus vera eſſe oſtendunt.

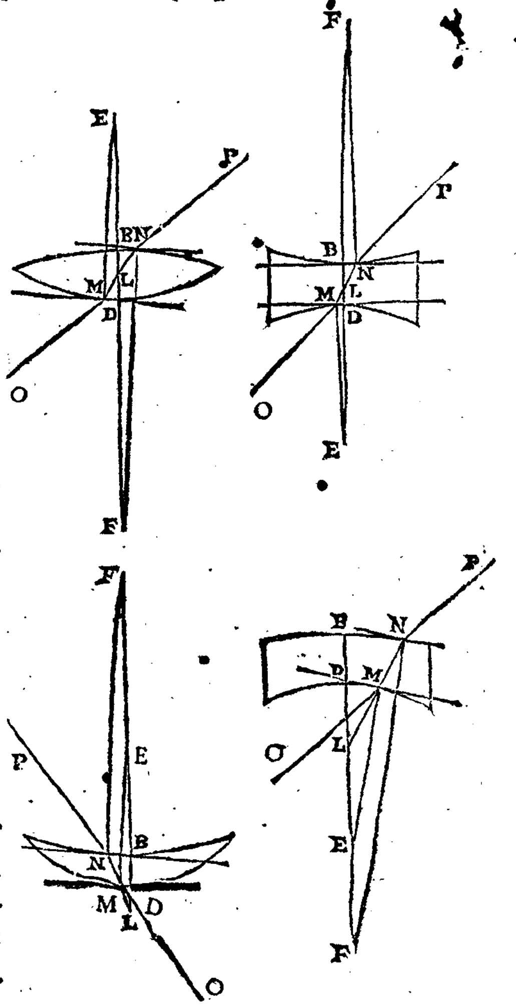
PROPOSITIO XXII.

In omni lente, duarum convexarum aut concavarum ſuperficierum, punctum quoddam eſt intus, per quod radius quilibet tranſiens ante & poſt lentem ſibi ipſi parallelus incedit. In meniſco autem, & in illa quæ minori cavo quam convexo conſtat, punctum ejuſmodi extra lentem a parte ſphæræ minoris reperitur.

Sit lens quælibet iſtarum, cujus ſuperficies altera deſcripta ſit centro E, radio ED, altera centro F, radio FB, quorum FB ſit major altero: & jungatur FE, quæ ſecet lentem in D & B.

Quod ſi jam ſicut radius FB ad radium ED ita ponatur

tur BL ad LD; & cadat punctum L; (ſi quidem duarum convexarum vel concavarum ſuperficierum fuerit lens) in ipſa linea BD, quæ lentis craſſitudinem definit; extra lentem vero, verſus ſphæram minorem, in meniſco & caſibus reliquis; dico radium omnem qui lentem penetrat ut PNMO, ita ut pars ejus NM intra lentem contenta tranſeat per punctum L, vel ad ipſum pertineat; ſibi ipſi, ante ingreſſum & poſt egreſſum ex lente, parallelum ferri, hoc eſt partem PN parti MO.



Jungantur enim FN, EM & intelligantur planæ ſuperficies in punctis N & M utraſque lentis ſuperficies ſphæricas tangentes. Quia igitur ut FB ad ED ita BL ad LD; erit & permutando, FB ad BL ut ED ad DL. Unde & BF ſive NF ad FL ut DE ſive ME ad EL. Cum itaque triangula NFL, MEL latera circa angu-

gulos E & F proportionalia habeant, angulosque æquales ad L, qui vel ipſi obtuſi ſunt, vel reliqui ad M & N (hoc enim neceſſario ita eſſe facile perſpicitur) ſimilia proinde triangula hæc eſſe neceſſe eſt. Quare & anguli lateribus proportionalibus comprehenſi æquales erunt, angulus nempe NFL angulo MEL, ideoque parallelæ inter ſe rectæ FN, EM. Hæ autem ad angulos rectos ſunt planis quæ ſuperficies lentis in punctis N & M contingere intelliguntur. Ergo & plana iſta inter ſe parallela erunt. Quamobrem cum radius NM æqualibus angulis ad illa inclinetur, neceſſe eſt eum æquali angulo flecti, ubi lentem egreditur atque ubi intrabat, hoc eſt, angulum PNM eſſe æqualem angulo NMO. Sunt autem alterni: itaque conſtat PN, MO eſſe parallelas, quod erat demonſtrandum. Eadem demonſtratio lenti convexo cavæ, æqualis utrimque curvaturæ applicata, radios omnes axi vel parallelos vel obliquos recta tranſire, nec directionem immutare oſtendit.

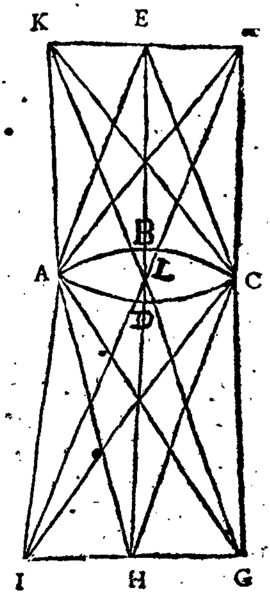
Lentes plano convexas & planoconcavas hic non recenſuimus, in quibus tamen per hæc ipſa conſtat punctum L cadere in mediam lentis ſuperficiem ſphæricam.

PROPOSITIO XXIII.

Pictura cujuſque viſibilis quæ fit in plano poſt lentem convexam, ad viſibile ipſum eam habet rationem, ſecundum diametrum, quam picturæ diſtantia a lente ad viſibilis ab ea diſtantiam.

Sit lens convexa ADCB. Viſibile vero linea recta KF, quam axis lentis mediam ſecet, atque ad angulos rectos in E. A punctis igitur K, E, F æque ac ab aliis omnibus, quæ in propoſita linea imaginari licet, radii

dii ferantur in totam lentem A B C, qui poſt geminam refractionem, in utraque nimirum lentis ſuperficie, colliguntur in totidem punctis tabulæ I H G; nempe qui ex K in G, qui ex E in H, & qui ex F in I; quatenus quidem diſtinctam ponimus exiſtere hanc picturam. Quum igitur lux a puncto K manans, omnia puncta quæ ſunt intra lentem ABC pervadat, fiet neceſſariò ut aliquis radiorum ex K manantium, atque in G collectorum, tranſeat per punctum lentis L, illud nimirum de quo egimus propoſ. ſuperiori; atque is radius ante & poſt lentem ſibi ipſi parallelus feretur; quumque ſimiliter aliquis tranſeat ab F ad I, apparet utroſque pro lineis rectis haberi poſſe in centro lentis ſeſe interſecantibus; non conſiderata videlicet lentis craſſitudine. Cumque hoc modo duos triangulos iſoſceles ſimiles efficiant, quorum baſes KF & IG; hæ utique eandem inter ſe rationem ſervabunt quam triangulorum ipſorum altitudines; hoc eſt, quam diſtantiæ baſium a lente ABCD. quod erat demonſtrandum.



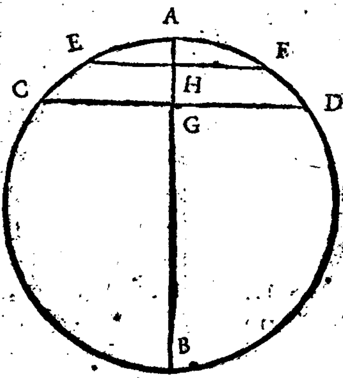
De Aberrationibus ex figurâ.

Duæ in radiis obſervantur aberrationes. Prior ex figura oritur, ex diſſipatione vero poſterior, de qua poſtea. Ad priorem explicandam, præmittuntur ſequentes propoſitiones, ut Lemmata.

PROPOSITIO XXIV.

In minimis circuli ejuſdem ſegmentis, altitudines ſeu diametri ſegmentorum eandem inter ſe rationem habere cenſendæ ſunt, quam quadrata baſium.

Sint ejuſdem circuli exigua ſegmenta CAD, EAF, quæ utraque diameter circuli AB bifariam ſecet, ſintque ſegmentorum altitudines AG, AH. Dico rationem AG ad AH proximè eandem eſſe, quæ quadrati baſeos CD ad quadr. baſeos EF. Quia enim rectangulum BGA æquale quadrato GD: & rectangulum BHA æquale quadrato FH; apparet eſſe ſicut quadratum GD ad qu. HF, ſive ut qu. CD ad qu. EF ita rectangulum BGA ad rectangulum BHA; Sicut autem rectangulum BGA ad rectangulum BG, HA, quod pauxillo minus eſt rectangulo BHA, ita eſt AG ad AH. Ergo & AG ad AH exiguo majorem rationem habet quam quadratum CD ad qu. EF.



Sit AB diameter partium 20000000; arcus CAD $\frac{1}{36}$ circumferentiæ ſive 10 graduum; fit DG partium 871557, cujus ſi FH dimidia ponatur erit ea 435778. At AG eſt 38053; cujus quarta pars 9513, cui ſi æqualis eſſet AH, jam eſſet eadem ratio AG ad AH quæ quadrati CD ad qu. EF. Nunc autem invenitur AH partium 9500, adeo ut differentia tantum ſit $\frac{13}{9500}$ ſive $\frac{1}{731}$ ipſius AH, ac tantum $\frac{13}{20000000}$ diametri AB.

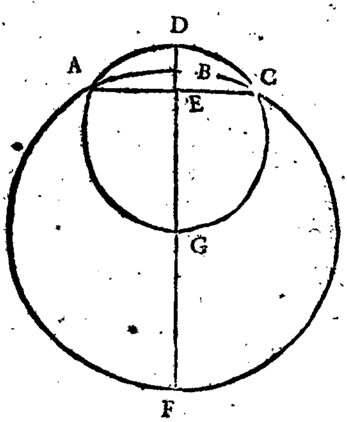
Su-

Superficies vero convexæ aut concavæ lentium quas in ſequentibus conſiderabimus plerumque tantum $\frac{1}{100}$ vel $\frac{1}{200}$ partem circumferentiæ complectuntur, ut poſtea dicetur, in quibus proinde multo minus fallit dicta baſium altitudinumque proportio.

PROPOSITIO XXV.

In minimis circulorum inæqualium ſegmentis, æquales vel eaſdem baſes habentibus, altitudines ſegmentorum, diametris ipſorum circulorum, contraria ratione reſpondere cenſendæ ſunt.

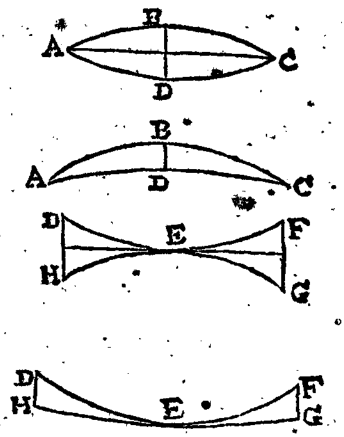
Sint ſegmenta exigua inæqualium circulorum, ABC, ADC, eandem baſin AC habentia, ac biſariam diviſa recta DE, in qua diametri circulorum, BF quidem ejus ex quo ſegmentum ABC, DG verò minoris ex quo ſegmentum ADC. Dico ſicut BF ad DG ita proxime eſſe altitudinem DE ad BE. Cum enim rectangula FEB, GED inter ſe æqualia ſint, quippe quæ ſingula æquentur quadrato EC, Erit proinde ut FE ad GE ita DE ad EB. Sed ut FE ad GE ita eſt proxime diameter FB ad diametrum GD, cum partes EB, ED minimæ ponantur totarum diametrorum reſpectu. Ergo etiam ut diameter FB ad diam. GD ita eſt proximè DE ad altitudinem BE.



Sit arcus ADC rurſus $\frac{1}{36}$ circumferentiæ ſive 10 gr. &

 dia-

diameter DG partium 20000000; Erit ED partium 38053. Jam ſi diameter BF diametri DG dupla ſtatuatur, hoc eſt, partium 40000000, invenietur EB partium 19000, quæ debebat eſſe dimidia ED, hoc eſt, partium 19026. Itaque differentia tantum eſt $\frac{26}{19000}$ ſive $\frac{1}{731}$ ipſius EB, nec niſi $\frac{26}{40000000}$ diametri BF. Et ſumto minore arcu ADC, tanto exactius quadrabit dicta altitudinum ac diametrorum contraria proportio.



Craſſitudo lentis convexæ dicatur intervallum quo inter ſe diſtant puncta media utriuſque ſuperficiei, lateribus coeuntibus. Ita lentis ABCD cujus latera in unum circulum AC conveniunt, craſſitudo eſt BD, diſtantia nempe punctorum mediorum utriuſque ſuperficiei.

Craſſitudo autem lentis cavæ dicatur diſtantia circumferentiarum utriuſque ſuperficiei, coeuntibus earum punctis mediis. Ita lentis DEFGH, cujus puncta media in E ſeſe contingunt, craſſitudo eſt DH vel FG, latus nimirum Cylindri utramque ſuperficiem comprehendentis.

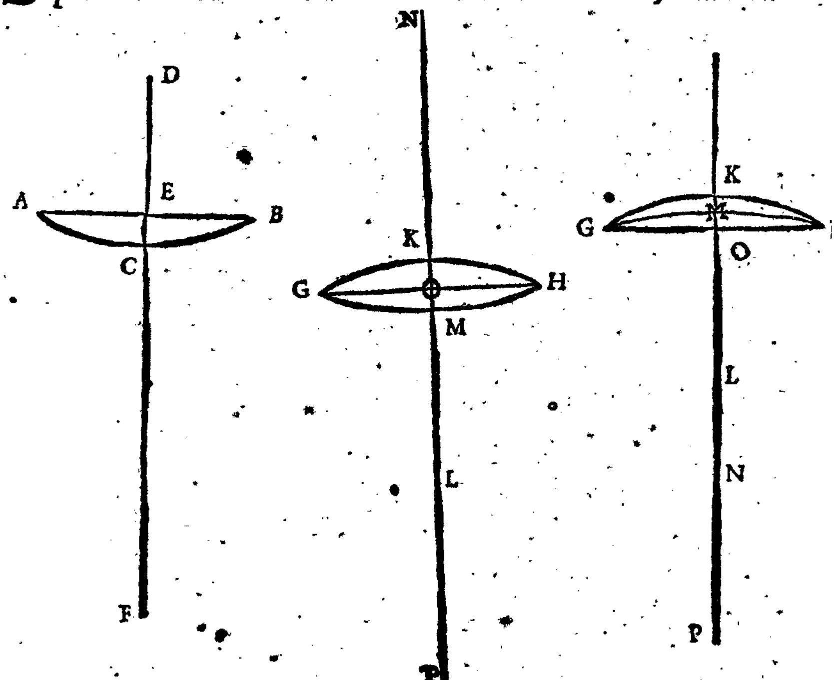
Hoc modo enim in ſequentibus lentes conſiderabimus. Et quamvis convexæ lentes plerumque craſſitudinem aliquam in ambitu habeant, cavæ vero aliquam ſemper in medio. Eam tamen cenſebimus tantum omnium eſſe craſſitudinem, quæ ſupereſſet ſuperficiebus ſe mutuo vel in ambitu vel in medio contingentibus.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Lentes convexæ eandem foci diſtantiam habentes, cavæ vero eandem diſtantiam puncti diſperſus, ſi & latitudinem æqualem habuerint, etiam æquali erunt craſſitudine, & contra.

Sit primo lentium altera AB plano convexa, ſitque ſuperficiei ACB ſemidiameter convexitatis DC, craſſitu-



do lentis CE, foci diſtantia CF, quæ erit dupla CD. Lens autem altera utrimque convexa ſit GH, cujus latitudo eadem quæ lentis AB, & foci diſtantia MP æqualis CF. Dico igitur & craſſitudinem KM lentis GH æqualem eſſe EC craſſitudini lentis AB.

Sit enim in lente GH ſuperficiei GKH ſemidiameter convexitatis LK; ſuperficiei vero GMH ſemidiam. convexitatis MN. rectaque GH ſecet craſſitudinem lentis KM in O.

Quia igitur ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita dupla LK ad foci diſtantiam MP*. quæ æqualis ponitur CF. Erit proinde ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita dupla LK ad CF, ſive ita LK ad dimidiam CF hoc eſt, ad DC. Quia autem ut LK ad NM ita MO ad OK †. erit & componendo ut duæ ſimul LK, NM ad NM ita MK ad KO. Itaque & MK ad KO ut LK ad DC. Sed ut LK ad DC ita quoque eſt CE ad KO*, quia ſcilicet ſubtenſa GH æqualis AB; Ergo MK ad KO ut CE ad KO; ac proinde MK æqualis CE: quod erat oſtendendum.

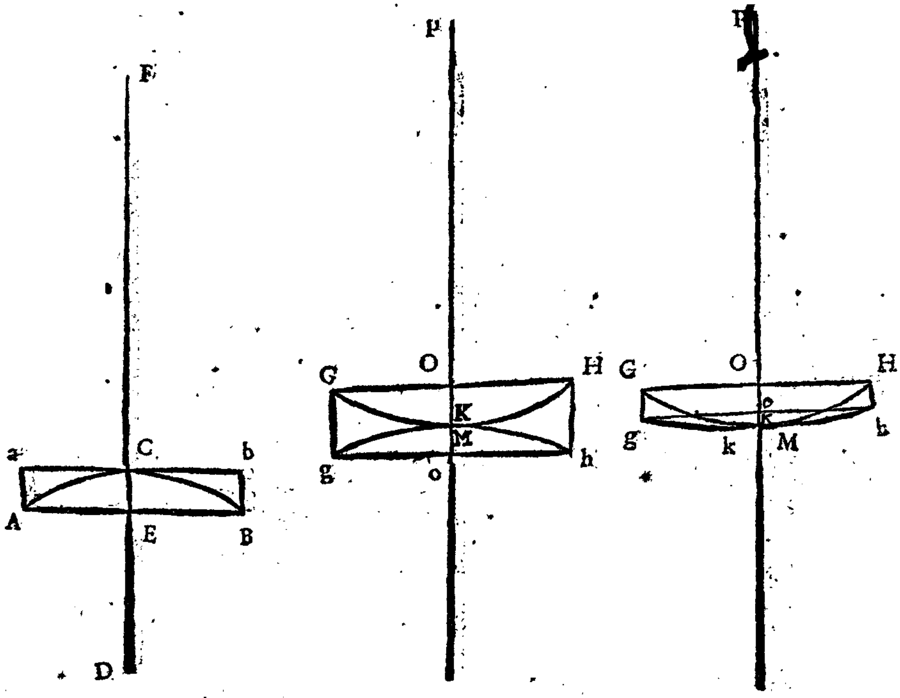
* Prop. XVI.
† Prop. XXV.
* Prop. XXV.

Sit jam pro lente GH meniſcus, cujus ſuperficies cava GMH; craſſitudo autem meniſci KM erit id quo KO ſuperat MO. Poſitis itaque cæteris ut prius; quia ut exceſſus NM ſupra LK ad NM ita dupla LK ad foci diſtantiam MP*, quæ æqualis ponitur CF; Erit proinde ut dictus exceſſus duarum NM, LK ad NM ita dupla LK ad CF, ſive ita LK ad dimidiam CF, hoc eſt, ad DC. Quia autem ut NM ad LK ita OK ad OM erit etiam ut exceſſus NM ſupra LK ad NM ita KM ad KO. Itaque & KM ad KO, ut LK ad DC. Unde porro ſicut prius in lente utrinque convexa oſtendetur quod MK æqualis CE.

* Prop. XVI.

Cum igitur quævis lens utrinque convexa vel meniſcus æqualem foci diſtantiam eandemque latitudinem habens atque lens plano convexa AB, etiam craſſitudinem ei æqualem habeat, ſequitur & omnes utrimque convexas atque omnes meniſcos qui foci diſtantiam latitudinemque inter ſe æqualem habuerint; etiam pari craſſitudine futuros.

Sit jam etiam lens plano cava ACBba ſuperficie utraque



traque contigua in C; ſitque rurſus ſuperficiei ACB centrum D, & CF diſtantia puncti diſperſus, quæ eſt dupla CD; craſſitudo autem ſit Aa vel CE. Lens autem altera, vel utrimque cava vel cavo convexa ſit GKH h M g æqualem ipſi AB latitudinem habens, punctique diſperſus diſtantiam PM æqualem FC. Harum autem lentium ſuperficies utræque ſeſe in puncto medio contingere ponuntur, ita ut puncta K & M in unum conveniant, ac craſſitudo lentis ſit, vel ſumma duarum KO, Mo; quæ altitudines utriuſque ſphæricæ ſuperficiei referunt, vel earum differentia. Quæ craſſitudo ut æqualis oſtendatur craſſitudini CE lentis ACB ba, repe-

Repetenda tantum eſt utraque præcedens demonſtratio, quarum prior convenit lenti utrimque cavæ, poſterior cavoconvexæ. Ubi obſervandum tamen ut pro foci diſtantia ſemper legatur diſtantia puncti diſperſus, & animadvertendum ſummam aut differentiam duarum KO, MO, hic eſſe OO, cum illic fuerit KM.

Ex his vero rurſus ſequitur, veram quoque eſſe propoſitionem in quibuſvis lentibus utrimque cavis vel cavoconvexis.

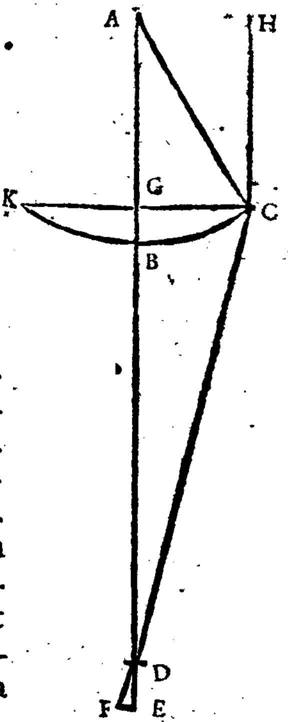
Propositio XXVII.

Oſtendere quomodo in lentibus aberrationes radiorum quæ ex figura ſuperficierum ſphærica oriuntur compendio inveniantur. Et quænam lens ſphærica convexa melius radios parallelos colligat inveſtigare.

Lentis ſphæricæ convexæ nomine eas intelligimus quæ radios parallelos concurrere faciunt, ſive duabus convexis ſuperficiebus conſtent, ſive convexa & plana, ſive convexa & concava. Harum vero æquales foci diſtantias habentium aliæ aliis perfectius radios parallelos verſus punctum illud quod focus dicitur inclinant, ſumtis nimirum latitudinibus ſeu aperturis lentium æqualibus. Quod licet in Teleſcopiorum rationibus parum referat, propter aliam aberrationem longe majorem atque alterius naturæ, de qua, ubi eo ventum erit, dicemus, habet tamen in Microſcopiorum examine & alibi utilitatem hæc cognitio, eoque non eſt prætereunda. Proportionem autem refractionis vitri ſeſquialteram in his ubique uſurpabimus, quæ quam proximè ejuſmodi invenitur, ut in præcedentibus dictum fuit.

In-

Incipiendo itaque a planoconvexa lente atque ejus illius poſitione quâ ſuperficies plana radiis parallelis expoſita eſt, ubi calculi ratio omnium facillima eſt; Sit lens ejuſmodi, cujus ſectio per axem ſegmentum circuli KBC, cujus circuli atque item ſuperficiei convexæ centrum ſit A, axis vero lentis ABD, ſecans bifariam arcum KC in B, & ſubtenſam KC in G, conveniatque ſuperficies convexa KBC cum plana KC in lentis margine, & propoſitum ſit examinare refractionem radii HC axi lentis paralleli atque ab eo remotiſſimi, quæ refractio ponatur eſſe CD, & conſtat quidem in hac lente tantum unam fieri in ſuperficie convexa CBK. Focus autem lentis E erit ultra punctum D, ut oſtenſum eſt prop. IX. Invenieturque ſumendo AE triplam AB, ita enim AE ad EB habebit rationem ſeſquialteram, quæ hic eſt proportio refractionis. Inveniendum itaque eſt ſpatium DE, intra quod radiorum omnium parallelorum refractiones cum axe lentis conveniunt: etenim tanto quæque propius convenit quanto vicinior radius fuerit axi AB, ut oſtenſum propoſ. IX. Jungatur AC, ſitque hæc ſive AB $= a$, CG $= b$, quarum utraque data eſt. AD vero ſit $= x$. Quia itaque AD ad DC habet rationem quæ refractiones metitur, erit DC $= \frac{2}{3}x$. Et ablato quadrato GC a quadrato CD, fiet quadratum GD $= \frac{4}{9}xx - bb$, & GD $= \sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$. Rurſus ablato eodem qua-



drato CG a quadrato AC, fiet quadratum GA $= aa-bb$. [illegible] AG $= \sqrt{aa-bb}$, qua addita ad GD $= \sqrt{\frac{4}{9}xx-bb}$ fiet tota AD ſive $x = \sqrt{\frac{4}{9}xx-bb} + \sqrt{aa-bb}$. Unde invenitur $x = \frac{3}{5}\sqrt{9aa-9bb} + \frac{3}{5}\sqrt{4aa-9bb}$. Secundum quæ ſi AB ponatur pedum 6, ſive pollicum 72 & GC pollicis 1, invenitur x ſive AD paulo major quam $215\frac{968747}{1000000}$, qua ablata ab AE $= 216$, reliqua ſit DE paulo minor quam $\frac{31253}{1000000}$ unius pollicis. Itaque in lente hujuſmodi cujus foci diſtantia BE eſt 12 pedum, apertura vero KC duorum pollicum, radii omnes intra ſpatium DE cum axe conveniunt.

Dicatur autem intervallum iſtud DE, quo nempe radii extremi in quavis lente concurſus diſtat a foco lentis, *Aberratio radii extremi*.

Hanc porro in propoſita lente, alia quoque faciliori ratione reperiri ſciendum eſt: quandoquidem

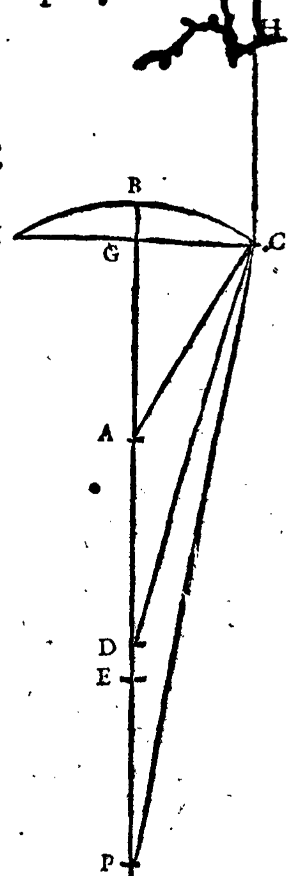
In omni lente planoconvexa cujus plana ſuperficies exterior eſt, aberratio radii extremi eſt quadrupla ſeſquialtera ſive $\frac{9}{2}$ craſſitudinis lentis; Exigua quidem differentiolâ, ſed quæ in illa lentium latitudine quæ teleſcopiorum uſibus idonea eſt, nullius ſit momenti. Ita, in propoſita lente, ſi ſumatur DE $= \frac{9}{2}$ GB, inveniemus eam $\frac{31252}{1000000}$ unius pollicis proximè, cum ex priori calculo habuerimus $\frac{31253}{1000000}$.

In lente eadem inverſa, ut ſuperficies convexa primum radios inflectat, multo melior radiorum collectio invenietur. Eſt autem calculi ratio hujuſmodi. Primo ſumitur BR tripla ſemidiametri BA, ut fiat R focus ſuperficiei convexæ KBC; deinde ponitur GE æqualis duabus tertiis GR; tumque erit E focus lentis KBC, ut conſtat ex propoſ. XIV. ex qua apparet inſuper foci diſtantiam GE proxime eandem eſſe quæ fuit ſuperiori lentis poſitu. Radius autem extremus HC axi parallelus a ſuperficie convexa KBC primum flectitur verſus

P, ita ut CP ad PA habeat rationem quæ eſt refractionis, nempe 3 ad 2 *. Deinde ex ſuperficie plana KC egrediens refringitur verſus D, ut PC ad CD rurſus habeat rationem quæ eſt refractionis †, ita ut CD proinde æqualis ſit AP. Ad inveniendam vero AP, poſitis ut ante AB $\propto a$; CG $\propto b$. AP vero $\propto x$; erit PC $\propto \frac{3}{2}x$. a cujus quadrato $\frac{9}{4}xx$. ſi auferantur quadrata PA $\propto xx$ & CA $\propto aa$, quod reſtat $\frac{5}{4}xx - aa$ æquabitur duplo rectangulo PAG, hoc eſt, $2x\sqrt{aa-bb}$. Ex qua æquatione fit $x \propto \frac{4}{5}\sqrt{aa-bb} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{9}{4}aa-bb}$. Itaque inveſtigatâ ſecundum hæc AP, cui æqualem diximus CD, aufertur deinde ab hujus quadrato quadratum CG; unde relinquitur quadr. GD. ablata autem GD a GE, reſtat DE aberratio radii extremi.

* Prop. II.

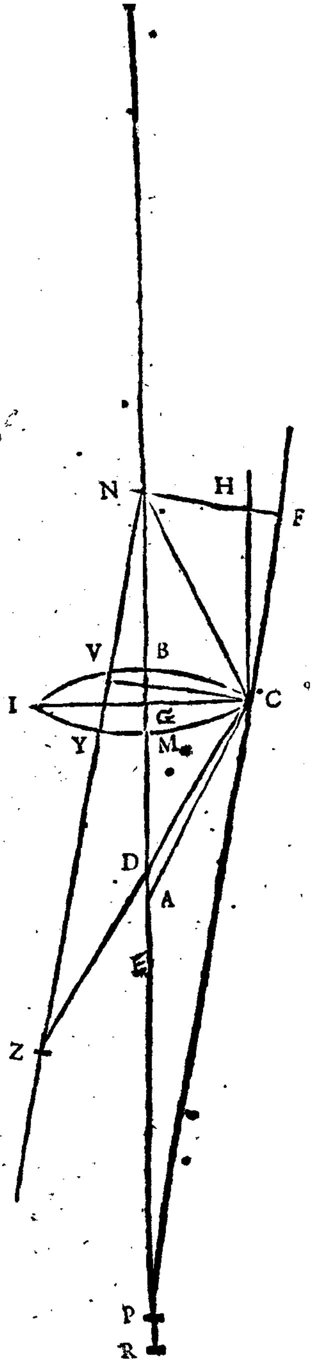
† Prop. III.



Eadem vero DE abſque tanto calculi labore haberi poteſt, quia *In lente planoconvexa, cujus convexa ſuperficies radios parallelos excipit, aberratio radii extremi eſt $\frac{7}{6}$ craſſitudinis lentis.* atque eo tantum ſupputandi methodos deſcribimus, ut has regulas veras eſſe quivis per numeros examinare poſſit. Et in hac quidem lente poſita AB, ut ante, pollicum 72; CG pollicis, invenitur prædicto calculo DE $\propto \frac{81021}{100000000}$ unius pollicis proximè. Secundum regulam vero, hoc eſt, ſumtâ DE $\propto \frac{7}{6}$ craſſitudinis BG, fit ipſa proxime $\frac{81022}{100000000}$.

Patet autem hinc quanto minor aberratio ſit in eadem lente plano convexa hoc modo collocata, quam ſi plana ejus ſuperficies radios parallelos excipiat, ſicut enim $\frac{7}{6}$ ad $\frac{9}{2}$ ita 7 ad 27, adeo ut aberratio ferè quadruplo minor ſit.

Poteſt etiam ſolius ſuperficiei convexæ KBC aberratio conſiderari, ut hic PR, cum R ſit focus illius ſuperficiei: Eſtque PR ſemper æqualis $\frac{4}{3}$ BG, ſive altitudinis convexi.



Eſto jam propoſita lens utrinque convexa, ſitque ſuperficiei IBC, quæ radios parallelos excipit, centrum A; ſuperficiei vero IMC centrum N, per quæ tranſiens axis lentis NA utrimque productus ſit. Datas autem ponimus ſemidiametros AB, NM, & ſemidiametrum lentis GC. Jam ſi E ponatur focus lentis IC, & ſumatur BR tripla BA, & MX tripla MN, debebit eſſe ut RX ad RN ita RM ad RE *. Dantur autem tres iſtæ priores RX, RN, RM. nam quia AB ſeu AC data eſt itemque CG, dabitur & AG. ſimiliterque propter datas NC, CG dabitur NG. Sed & AR datur, quippe dupla AB, & NX dupla

* Prop. XVI.

NM

NM. Ergo tota RX data erit, nec non RN & RM. Quare & quarta proportionalis RE data erit.

Ponamus jam porro radium extremum axi parallelum HC, poſt refractionem primam in ſuperficie IBC ita ferri, ut cum axe concurſurus ſit in P, altera deinde refractione in ſuperficie CMI flecti ſecundum rectam CD, quæ axi occurrat in D. Aberratio itaque radii HC eſt DE, quæ hoc modo invenietur.

Sit NZ parallela CP, atque ei occurrat producta CD in Z. Sit etiam CV perpendicularis ad NZ, & NF perpendicularis in PC productam. Primum itaque ex datis AB, CG invenitur AP, ſicut paulo ante in lente plano convexa. Eſt autem AP ad PC ut 2 ad 3 ergo & PC data erit. Ex datis autem AP & AR, datur PR; qua ablata ab RN, quam datam oſtendimus, relinquitur PN. Sicut porro PC ad CG ita PN ad NF ſive CV, itaque & hæc dabitur.

Jam conſideranda eſt NZ tanquam axis ſuperficiei convexæ CYI, quæ radium axi parallelum FC ita flectit verſus Z, ut NZ ad ZC habeat rationem quæ eſt refractionis, hoc eſt, 3 ad 2; Unde ex datis NC & CV invenietur NZ, eodem modo atque ſuperius in prima poſitione lentis plano convexæ. Jam vero propter triangula ſimilia ZND, CPD, erit ZN ad CP ut ND ad DP; & componendo, ZN una cum CP ad CP ut NP ad PD. datas autem oſtendimus ZN, CP, NP: ergo & PD hinc data erit. Datur autem & PR. Ergo & DR, a qua ſi auferatur RE jam ante inventa, relinquetur DE aberratio radii HC quæſita. Et hæc quidem methodus ad exactam ſupputationem adhibenda eſſet.

Invenimus autem & hic Regulam compendioſam qua, abſque labore illo, lineam DE, ſicut in præcedenti lente plano convexa, atque æque accuratè definire licet.

licet. Repertis enim tantummodo BG, GM, ex datis AB, NM, CG; ponendoque totam BM, hoc eſt, lentis craſſitudinem $\propto q$. ſemidiametrum AB $\propto a$; NM $\propto n$. Erit DE $\propto \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,\overline{a+n}}$, hoc eſt, ſicut ſexcuplum quadratum lineæ æqualis duabus AB, NM, ad vigintiſeptuplum quadratum AB, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, plus ſeptuplo quadrato NM, ita erit craſſitudo lentis BM ad aberrationem radii extremi DE. Quæ regula ut & ſequentes quas dabimus inventa eſt neglectis minimis, ſed neceſſario cum delectu.

Si itaque exempli gratia, lens IC fuerit æqualiter utrinque convexa, hoc eſt, ſi $a \propto n$, fiet DE $\propto \frac{5}{3}$ craſſitudinis BM. Unde patet lentem utrimque æqualiter convexam, latitudine & foci diſtantia iiſdem, cum lente plano convexa, cujus convexum exterius ſitum ſit, non æque bene atque illam radios parallelos colligere: talium enim lentium æqualis cum ſit craſſitudo, ut oſtenſum propoſ. XXVI, convenient radii in planoconvexa intra $\frac{7}{6}$ ſuæ craſſitudinis; at in hac æqualiter convexa intra $\frac{5}{3}$ ſuæ, hoc eſt, ejuſdem craſſitudinis: quorum intervallorum proportio eſt ea, quæ 7 ad 10.

Quod ſi ſemidiameter AB ad NM ponatur ut 2 ad 5; hoc eſt, a partium 2, & n partium 5; fiet ex hac regula DE æqualis $\frac{7}{6}q$, ſive craſſitudinis lentis. Adeo ut hujuſmodi lens æquiparanda ſit dictæ plano convexæ. Atque ita facile in quibuslibet inæqualium convexorum lentibus inveſtigari poteſt, quanto quæque melior ſit.

Quæſita vero minimi determinatione, hoc eſt, quænam forma lentis faciat aberrationem DE reliquis minorem, invenio debere eſſe AB ad NM ut 1 ad 6; ac tum quidem fit DE æqualis $\frac{15}{14}$ craſſitudinis; adeo ut hæc lens

lens optima omnium cenſenda ſit, quanquam plano-convexa non multum ei cedat.

Notandum autem ſemidiametrum AB ſemper ſumi ad eam ſuperficiem pertinere quæ radios parallelos primum excipit. Nam hæc eadem lens optima, ſi invertatur, multo deterior fit, facitque aberrationem DE æqualem $\frac{145}{42}$ craſſitudinis ſuæ.

Porro ſi ex data lentis foci diſtantia, ac ſemidiametro convexi exterioris invenienda ſit aberratio DE radii extremi; ex præcedente regula habebitur alia hoc modo. Nempe ſi foci diſtantia ſit $= d$, & ſicut prius AB $= a$, NM $= n$, craſſitudo lentis $= q$. quoniam d eſt $= \frac{2an}{a+n}$ ut patet ex propoſ. XVI, erit $n = \frac{ad}{2a-d}$. quo ubique ſubrogato in locum n in Regula priori $\frac{27aaq+6anq+7nnq}{6qu.\,a+n} =$ ED, fiet $\frac{27aaq-24adq+7ddq}{6aa} =$ ED.

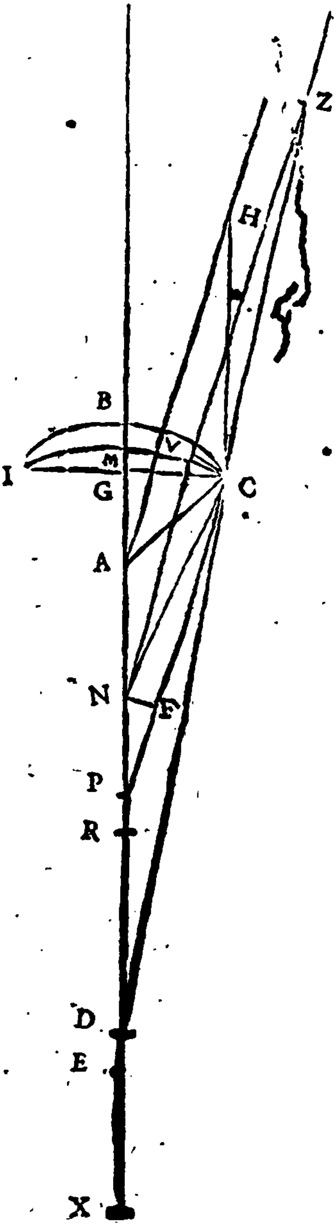
In meniſco eadem ratio eſt ſupputandi, quæ in lente utrimque convexa, ſive convexa ſuperficies radios parallelos excipit, ſive cava; cujus utriuſque caſus figuram hic adſcripſimus; illud tamen obſervandum non ſummam ſed differentiam duarum NZ, CP eſſe hic ad CP ut NP ad PD.

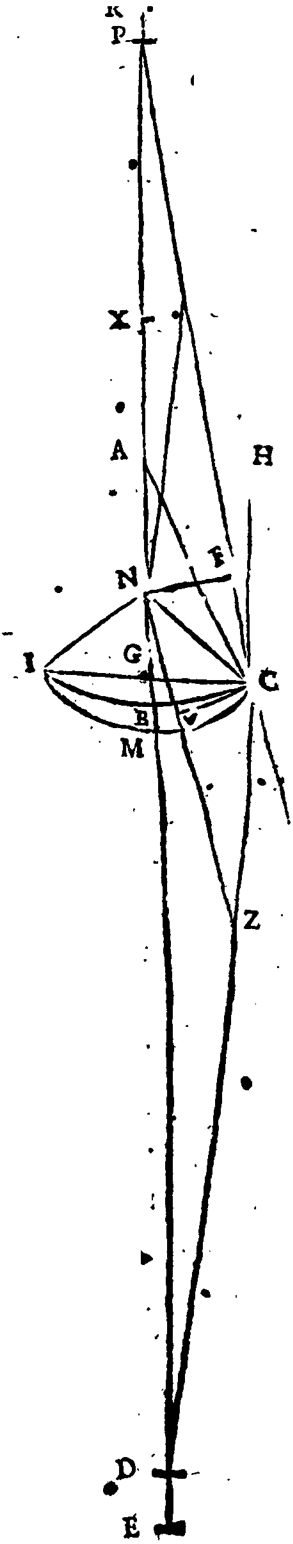
Poſitis vero literarum ſignificationibus iiſdem, quæ prius, ut nempe ſemidiam. AB ſuperficei exterioris IBC ſit a, ſuperficiei IMC ſemidiam. NM $= n$, & BM craſſitudo lentis $= q$. Regula ad inveniendam ED aberrationem radii extremi priore caſu eſt hujuſmodi: ED $= \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6qu.\,n-a}$. Poſteriori vero, ubi a major quam n, fit ED $= \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6qu.\,a-n}$.

Secundum quæ & meniſci quilibet inter ſe & cum len-

lentibus utrimque convexis comparari poſſunt. Ut ſi, exempli gratia, in priore caſu, ponatur ſuperficiei cavæ ſemidiameter NM tripla ſemidiametri AB, hoc eſt, $a \propto 1$, $n \propto 3$. fiet $ED \propto 3q$, hoc eſt, tripla craſſitudinis BM. At in lente optima ſupra definita, cujus foci diſtantia ac latitudo eadem eſſet quæ menisci IBCM, ac proinde eadem quoque craſſitudo *; aberratio DE tantum $\frac{11}{14}$ haberet craſſitudinis ſuæ, itaque apparet me-

* Prop. XXVI.





meniſcum hujuſmodi fere triplo deterius radios parallelos colligere quam lens illa omnium optima.

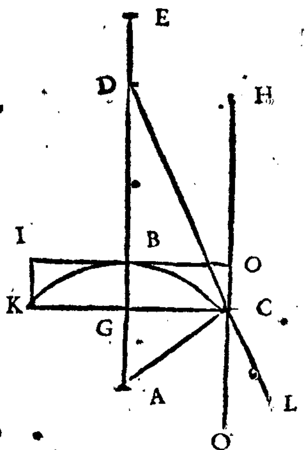
Sed nec ullus meniſcus tantum præſtat quantum lens planoconvexa, cujus ſphærica ſuperficies extrorſum collocatur; & tanto quiſque pejor eſt quanto magis cavam ſuperficiem alteram habuerit, eâdem ſcilicet manente foci diſtantia ac latitudine: quod in priore quidem caſu ſic fiet manifeſtum. Sit rurſus foci diſtantia ∞ d. Ergo quia hæc æqualis eſt $\frac{2an}{n-a}$, ut patet ex propoſ. XVI, erit $a \infty \frac{dn}{2n+d}$, quo ſubſtituto ubique in locum a in Regula harum priori, fiet DE $\infty \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$, ſive $\frac{7}{6}\frac{ddq}{nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Ubi facile perſpicitur quo minor ſumetur n, hoc eſt, ſemidiameter NM, eo majorem fore DE. Et quantumlibet magna ſumetur n, ſemper DE majorem fore quam $\frac{7}{6}q$.

Secundo caſu, cum nempe cava ſuperficies meniſci extrorſum converſa eſt, quia foci diſtantia $d \infty \frac{2an}{a-n}$, erit $n \infty \frac{ad}{2a+d}$; quo ubique ſubſtituto in locum n in poſteriori regula fit DE $\infty \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ ſive $\frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Ubi manifeſtum eſt, quo minor ſumetur a, hoc eſt, ſemidiameter ſuperficiei cavæ, eo majorem fieri DE. Et quantumvis magna ſumetur a, ſemper DE majorem fore quam $\frac{27}{6}q$ ſive $\frac{9}{2}q$. adeo ut lens planoconvexa, licet plana ſuperficies extrorſum collocetur, ſemper tamen melior ſit meniſco, cujus cavitas itidem extrorſum converſa ſit. Oſtenſum enim eſt eam lentem facere aberrationem DE $\infty \frac{9}{2}$ craſſitudinis ſuæ.

PROPOSITIO XXVIII.

Concavarum lentium quænam melius radios parallelos diſpergant inveſtigare.

Concavarum nomine omnes eas lentes intelligimus quæ radios parallelos diſpergere aptæ ſunt, etſi alteram ſuperficierum planam, aut etiam convexam habeant. Earum vero tantò melius quæque diſpergere radios dicenda eſt, quanto propius ita eos inclinat ut tanquam ab uno puncto manare videantur, ſive ut refractiones eorum retro productæ intra minimum ſpatium cum axe lentis conveniant.

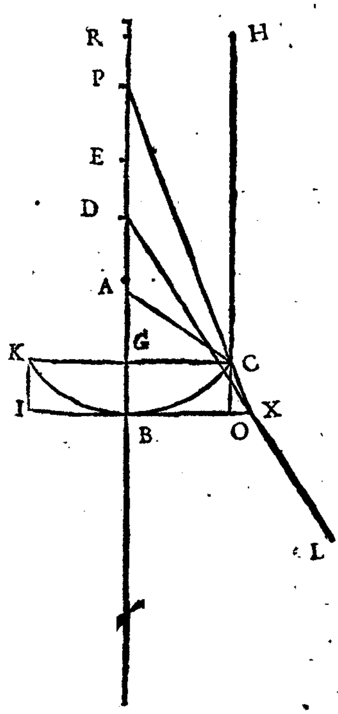


Sit primum lens planoconcava KBCOI, ſuperficie plana OI radios parallelos excipiente, centrum vero ſuperficiei concavæ ſit A, axis lentis ABE; radius autem axi parallelus extremus ſit HO, qui planam quidem ſuperficiem irrefractus tranſibit. Ex cava autem egrediens ita frangatur ut pergat ſecundum CL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Punctum autem diſperſus lentis ſit E, quod invenitur ponendo BE duplam BA, ut conſtat ex prop. XI.

Ex qua etiam apparet, radios omnes parallelos qui minus ab axe diſtant quam HO, propius concurrere ad punctum E quam LCD, ſi nempe ſimiliter refractiones eorum retro producantur. Eſt itaque lentis hujus aberratio DE, quæ ut inveniatur, eadem eſt calculi ratio at-

atque in lente planoconvexa. Producta enim HC verſus Q, factaque CG perpendiculari ad AB, junctaque CA, ſi putemus lentem planoconvexam eſſe KBCG; in quam cadat radius axi parallelus QC, neceſſe eſt eum ita refringi in C, puncto ſuperficiei KBC, ut refractio ejus ſit in directum refractioni CL radii HC†. Itaque incedet ſecundum QD. cujus proinde concurſus cum axe AE, eodem calculo quo ſupra in lente plano convexa inveſtigabitur. Quemadmodum igitur illic, ita & hic erit aberratio ED, $\frac{9}{2}$ craſſitudinis lentis OC, ſive BG. quæ craſſitudo invenitur, ut illic, ex datis AB, CG.

† Prop. I.



At in eadem lente contrario modo collocata, ut nempe ſuperficies cava KBC radios parallelos excipiat, duæ ſunt radiorum refractiones. Radius enim HC, primum in C frangitur, ferturque inde ſecundum CX, quæ retro producta cum axe conveniat in P, ac rurſus ex plana ſuperficie egrediens in X pergit ſecundum XL, quæ retro producta convenit cum axe citra punctum P, puta in D. Eſt autem diſtantia BE puncti diſperſus lentis ſic poſitæ dupla rurſus BA: Inveniturque aberratio radii extremi ED hoc pacto.

Primum refractio radii HC facta in ſuperficie cava KBC nempe CX in eandem rectam

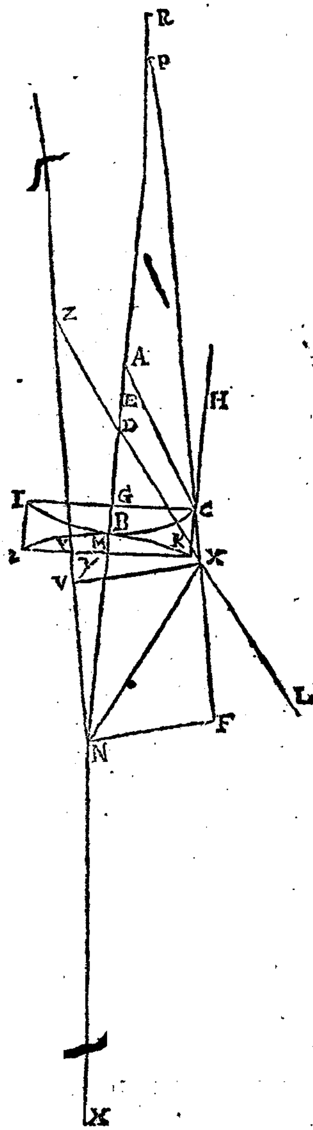
convenit cum refractione radii OC axi lentis paralleli, ſi ſuperficies CBK convexa foret; adeoque invenietur AP intervallum quo diſtat concurſus productæ CX, a centro A, eodem modo, atque ſupra in lente planoconvexa; eſtque hic rurſus AP ad PO ut 2 ad 3. Ergo & PC dabitur. Sicut autem GP ad PC ita BP ad PX. Ergo & hæc data erit, & ex eadem triangulorum ſimilitudine dabitur & BX. Jam vero cum ſecunda refractione radius CX ita inflectatur in XL, ut concurrente ea cum axe in D, ratio PX ad XD ſit eadem quæ refractiones vitri metitur, nempe quæ 3 ad 2; dataque ſit PX. etiam XD dabitur, a cujus quadrato auferendo quadr. BX, habebitur quadr. BD, unde & ipſa BD, ac proinde & DE.

Eſt autem ſicut in lente planoconvexa, cujus ſphærica ſuperficies exterior ponitur, ita & in hac lentis concavoplanæ poſitione aberratio ED proximè $\frac{7}{6}$ craſſitudinis CO ſive GB. Adeo ut hoc modo longe melius radios parallelos hæc lens cava diſpergere dicenda ſit quam cum ſuperficie plana illos primum excipit.

Eſto jam lens utrinque cava IBCKBI. Sitque ſuperficiei IBC, quæ parallelos radios excipit, centrum A; alterius vero ſuperficiei IBK centrum N. per quæ transiens axis lentis NA utrimque productus intelligatur. Datis igitur ſemidiametris AB, NM, dabitur & BE diſtantia puncti diſperſus radiorum parallelorum. factis enim BR tripla BA, & MX tripla MN, conſtat eſſe ut RX ad RN ita RB ad RE *; unde RE, ac proinde & EB, datam eſſe liquet.

* Prop. XVII.

Ponamus porro radium extremum HC, axi parallelum, poſt refractionem primam in ſuperficie IBC, ita ferri ſecundum CX, ut retroproductus conveniat cum



axe in P. Altera vero refractione, in ſuperficie I M K, flecti eam ſecundum X L, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Aberratio itaque radii extremi H C eſt D E, quam paulo alia ratione hic inveniri oſtendemus, quam in lente utrinque convexa. Sed prius animadvertendum eſt, licet ſuperficies I M K ad X producta intelligatur, atque ita paulo amplius pateat quam ſuperficies I B C, craſſitudinem tamen lentis eam hic ſtatui G γ quæ eſt æqualis C K parti nimirum rectæ H C inter ſuperficiem utramque interceptæ. Sicut & apertura lentis dupla C G cenſenda eſt, non vero diſtantia dupla ab axe puncti X.

Sit jam N Z parallela C P; atque ei occurrat producta X D in Z. ducatur deinde X V perpendicularis ad N Z, & N F ad P X productam.

Primum itaque ex datis A B, C G, inveniuntur A P, P C, ut modo in lente planoconcava. Ex datis autem A P, A R datur P R, qua ablata ab R N, quæ data eſt, relinquitur P N. Porro ſicut P C ad C G, quæ datæ ſunt, ita P N ad N F, cujus quadrato ſubtracto a

53213

quadr. NX, reliquum erit quadratum XF: Sicut autem PC ad PG (quæ data eſt, propter datas AP, AG) ita PN ad PF, a qua ſi auferatur inventa XF, ſupererit PX. Conſideratâ jam rurſus NZ tanquam axe ſuperficiei cavæ XMI, quæ radium CX ita flectit, ut producta XL ad Z, ſit NZ ad ZX ut 3 ad 2, invenietur ex data ſemidiametro NX & VX, quæ æqualis eſt inventæ NF, diſtantia NZ, eodem modo atque ſupra in lente plano-convexa ac poſitione ejus prima. Propter triangula autem ſimilia DPX, DNZ, erit ut NZ ad PX ita ND ad DP; & componendo ut utraque ſimul NZ, PX ad PX ita NP ad PD. qua addita ad datam PR, & ablata ab utriſque RE, ſupererit ED quæ requirebatur. Et hæc quidem calculi ratio exacta.

Verum eandem ED, regulâ prorſus ſimili atque in lente utrinque convexa, invenitur abſque illo calculi labore. Nam poſita ut illic AB 2|2 a; NM 2|2 n, & craſſitudine lentis quæ hic eſt CK ſive Gγ. 2|2 q, fit ſemper ED 2|2 $\frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,a + n}$, tam prope nimirum ut nullius momenti ſit differentia reſpectu ipſius ED.

Secundum hæc omnes lentes utrimque cavæ inter ſe comparari poſſunt, ac quanto quæque melius radios diſpergat reperiri. Optima autem ex minimi determinatione invenietur, quæ hic neceſſario eadem eſt atque in lente utrimque convexa; ut nempe ratio a ad n, hoc eſt, ſemidiametri AB ad NM ſit ea, quæ 1 ad 6. Adeo ut hujuſmodi lens ad corrigendam Myopum viſionem omnium optima cenſeri debeat. Nec non ad radios, qui ad unum aliquod punctum feruntur, parallelos efficiendos.

Sed quoniam in teleſcopiis lens anterior convexa non perfectè ad punctum unum radios inflectit, hinc fit, ut

ſi

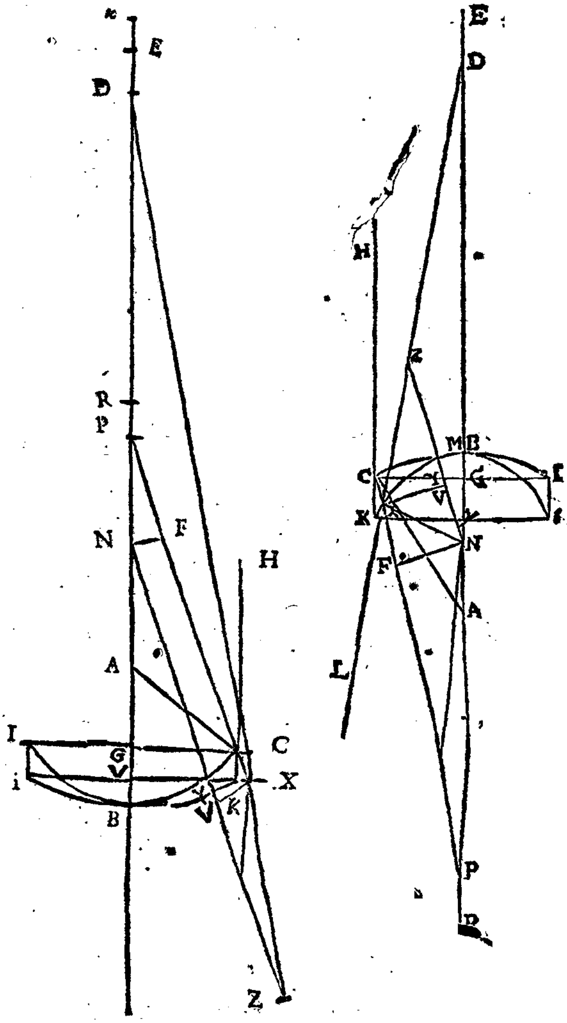
ſi cava quæratur quæ optime ad parallelismum eos. reducat, atque ita ad oculum tranſmittat, nequaquam illa quam diximus rationis ſeſcuplæ deligenda ſit, ſed aliæ minus perfectæ, quarum nempe vitiis compenſantur ac corriguntur vitia lentis convexæ.

Sunt autem iſta imperfectiora, ſed uſu meliora, quibus ſuperficies altera convexa, altera ex minori ſphæra concava, in quibus calculi methodus eadem plane quæ in lente utrimque cava. Duplex autem caſus, quia vel cava ſuperficies radiis parallelis obvertitur, vel convexa, ut in adjectis ſchematis videre eſt. In quibus obſervandum, non ſummam ſed differentiam duarum ZN, XP eſſe ad XP ſicut NP ad PD.

Poſitis vero literarum ſignificationibus iiſdem quæ in lente utrimque cava, ut nempe ſemidiameter AB, ſuperficiei quæ primum radios accipit, ſit a, ſemidiameter ſuperficiei alterius NM ſit n; craſſitudo lentis CK ſive G γ dicatur q; Regula ad inveniendam aberrationem radii extremi ED, priori caſu erit iſta, ED $2|2$ $\frac{27aaq - 6anq + 7nnq.}{6qu.\, n-a}$ Poſteriori vero ubi a major quam n, erit hæc ED $2|2$ $\frac{27aaq - 6anq + 7nnq.}{6qu.\, a-n.}$

Quas apparet plane eaſdem eſſe quas ante in meniſcis dedimus. Poterimus autem ſecundum has comparationem inſtituere lentium hujuſmodi cavarum & quanto quæque majorem aberrationem faciat definire. In univerſum vero oſtendi poteſt lentem eandem convexoconcavam ita collocatam, ut in caſu horum poſteriore, ut nempe ſuperficies convexa radios parallelos accipiat, minus benè eos diſpergere, quam ſi aliter inverſa ſit. Si enim in Schemate horum utroque lens eadem ſed diverſo poſitu intelligatur, ſitque proinde NM caſu poſteriore æqualis AB in priore, ac utraque dicatur

tur a; item AB in poſteriore æqualis NM in priori, atque utraque dicatur n: manifeſtum eſt, poſteriore caſu fore jam ED $2|2\ \frac{27nnq - 6anq + 7aaq}{6qu.\ n-a}$ At priore erat ID $2|2\ \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6qu.\ n-a}$



Ergo cum n ſit major quam a ideoque $27nn + 7aa$ major quam $27aa + 7nn$, apparet ED poſteriore caſu ſemper majorem fore quam priori. Atque idem in meniſco diverſimode collocato obtinere perſpicuum eſt.

Qua porro ratione Meniſcus quiſque tanto pejus radios colligere oſtenſus fuit, quanto magis cavam ſuperficiem alteram habuerit, manente eadem foci diſtantia ac latitudine len-

lentis eàdem poterit & hic de lente convexoconcava oſtendi, tanto pejus eam radios parallelos diſpergere, quanto magis convexam alteram ſuperficiem habuerit. Etenim cum hic, priore caſu, ſit puncti diſperſus diſtantia ME, quæ dicitur d, æqualis $\frac{2an}{n-a}$ ideoque $a = \frac{dn}{2n+d}$, fiet ex priore regula, ſubſtituto ubique $\frac{dn}{2n+d}$ in locum a, DE $= \frac{7ddq+4dnq+7nnq}{6nn}$ ſive $\frac{7ddq}{6nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Ubi patet, quanto minor ſumetur n tanto majorem fore DE, ac ſemper majorem fore quam $\frac{7}{6}q$.

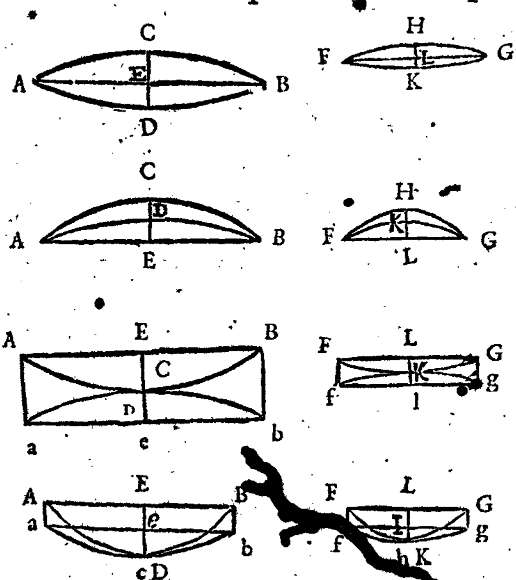
Rurſus ſecundo caſu, cum ſit $d = \frac{2an}{a-n}$, erit $n = \frac{ad}{2a+d}$, quo ubique repoſito in locum n in poſteriore regula, fit DE $= \frac{27aaq+24adq+7ddq}{6aa}$ ſive $\frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Ubi apparet, quo minor ſumetur a, eo majorem iterum fieri DE: Eamque ſemper majorem fore quam $\frac{9}{2}q$. Et hæc quidem ad examinandam cujuſque convexæ aut cavæ lentis in colligendis aut diſpergendis radiis facultatem ac præſtantiam, quorum antequam utilitatem oſtendamus, Theoremata duo ſequentia præmittenda ſunt.

O PRO-

PROPOSITIO XXIX.

In lentibus diverſarum latitudinum, convexis aut concavis, quæ ſuperficies radiis expoſitas ex eadem ſphæra habuerint, itemque adverſas ſuperficies ex eadem ſphæra licet a priori diverſa, vel quæ alteram harum ſuperficierum planam habuerint; Aberrationes radiorum extremorum axi parallelorum ſunt inter ſe ſicut lentium craſſitudines, ſive etiam ut latitudinum quadrata.

Craſſitudines lentium hujuſmodi eſſe inter ſe ſicut quadrata latitudinum, facile oſtenditur ex demonſtratis propoſ. XXIV. Si namque ſint utrimque convexæ, ut primum par hic depictarum, ACBD, FHGK, quarum craſſitudines ſeu axes CD, HK. hic ergo ductis AB, FG, rectis quæ latitudines lentium definiant, ſecentque CD, HK in E & L; conſtat, quia ſegmenta ACBE, FHGL ſunt æqualium circulorum, fore eorum altitudines CE ad HL ut quadr. AB ad quadr. FG *; tam prope nimirum in exiguis hujuſmodi circulorum portionibus, ut nullius momenti



* Prop. XXIV.

menti

omenti ſit differentia. Eadem ratione & DE erit ad KL ut quadr. AB ad qu. FG, ac proinde & tota CD ad HK ut quadr. AB ad qu. FG.

In meniſcis autem, qui ſecundo loco hic ponuntur, concludemus & differentiam duarum CE, DE, eſſe ad differentiam duarum HL, KL, hoc eſt, craſſitudinem CD ad HK ut quadr. AB ad quadr. FG.

In lentibus utrimque cavis, quarum ſuperficies ACB, aDb ſeſe contingere ponuntur, itemque FKG, fKg; quarumque craſſitudines Ee & LI, eadem eſt demonſtratio, quæ in utrinque convexis.

Et in cavoconvexis eadem, quæ in meniſcis.

Quod ſi vero vel convexarum vel cavarum lentium altera ſuperficies plana fuerit, manifeſta ex his, quæ dicta ſunt, eſt demonſtratio.

Supereſt ut oſtendamus aberrationes radiorum extremorum in unoquoque pari eſſe inter ſe ut lentium craſſitudines; quod in planoconvexis & planoconcavis quidem ita ſe habere manifeſtum eſt, cum in his aberratio radii extremi ex ſupraſcriptis ſit vel $\frac{9}{2}$ craſſitudinis lentium, ſi nempe plana ſuperficies radios parallelos excipiat, vel $\frac{7}{6}$ ejuſdem craſſitudinis, ſi ſphærica ſuperficies radiis dictis exponatur. At in lentibus reliquis mixtis, quum ex Regulis ſupra traditis appareat manentibus iiſdem ſemidiametris utriuſque ſuperficiei, eandem etiam manere rationem craſſitudinis lentis ad aberrationem radii extremi, ED; ſequitur eadem proportione aberrationem hanc imminui qua decreſcit lentis craſſitudo; hoc eſt, ſecundum rationem quam habent latitudinum quadrata; Exempli gratia, cum in lente utrimque convexa dixerimus eſſe ſicut ſexcuplum quadratum compoſitæ ex ſemidiametris utriuſque convexitatis ad vigintiſeptuplum quadratum AB, plus ſeptuplo

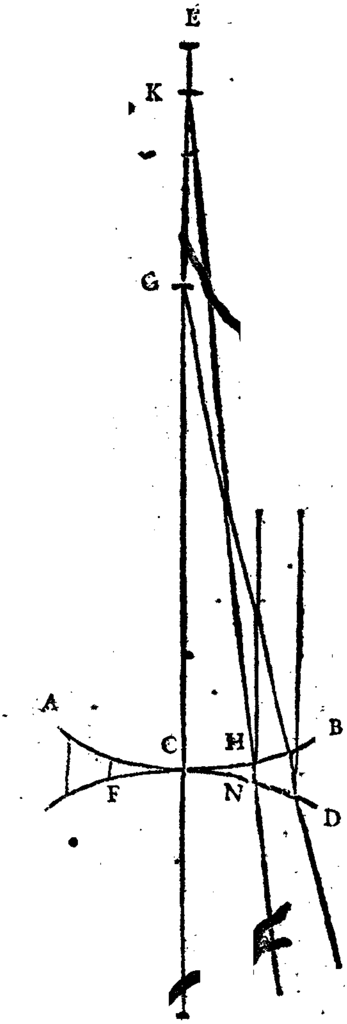
ptuplo quadrato NM, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, ita craſſitudinem lentis ad aberrationem ED; apparet rationem quæ eſt inter has eandem manere, manentibus ſemidiametris AB, NM iiſdem, ac proinde ſicut craſſitudines lentium talibus convexis præditarum, ita eſſe inter ſe earum aberrationes.

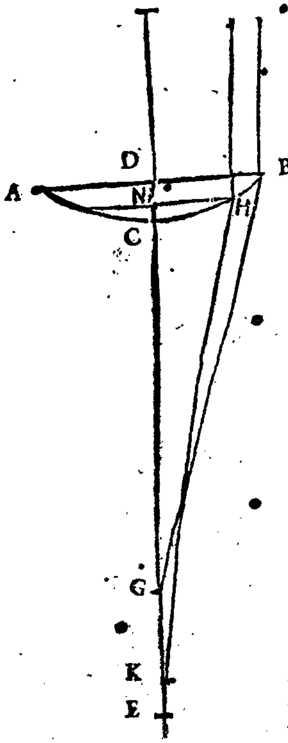
PROPOSITIO XXX.

In lente quavis convexa aut cava aberrationes radiorum axi parallelorum ſunt inter ſe ſicut quadrata diſtantiarum eorundem radiorum ab axe.

In cavis lentibus facilior hujus rei eſt demonſtratio pendetque a proximè præcedenti. Sit enim lens cava ACBDCF cujus axis CE: punctum diſperſus E: Radiuſque axi parallelus in B punctum incidens ita diſpergatur ut retro productus conveniat cum axe in G; alius vero radius parallelus axi, ſed propinquior incidens in H punctum diſpergatur, ita ut productus retro conveniat cum axe in K. Ut igitur appareat aberrationem EG eſſe ad EK ſicut quadr. diſtantiæ puncti B ab axe, ad quadr. diſtantiæ puncti H; conſiderandum eſt ita ſe rem habere, ac ſi ſint lentes duæ diverſæ DBA, NHF, quarum dimidiæ latitudines ſint dictæ diſtantiæ punctorum B & H ab axe. Cumque ſphæricæ ſuperficies utrique lenti ſint eædem, patet ex prop. præcedenti craſſitudines earum BD, HN, ita eſſe inter ſe ſicut quadrata illarum dimidiarum latitudinum. Sicut autem craſſitudines BD, HN, ita ſunt inter ſe & aberrationes EG, EK, Ergo & harum ratio eadem eſt quæ quadratorum a diſtantiis punctorum B & H ab axe.

Non abſimilis quoque demonſtratio eſt in lente planocon-

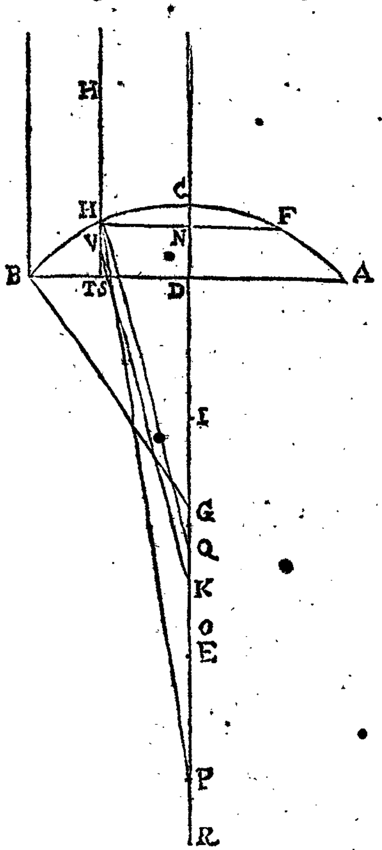




noconvexa, cum plana ſuperficies radiis parallelis oppoſita eſt. Si enim ſit lens hujuſmodi ACB, axem habens DE, focum E, in qua refringantur radii paralleli qui incidunt in puncta B & H, ſuperficiei convexæ, poſtquam planam AB irrefracti tranſierint: occurrant autem axi in G & K. Hîc igitur ductâ HN perpendiculari ad axem DC, rurſus tanquam duæ lentes planoconvexæ conſiderandæ ſunt, quarum craſſitudines DC & NC. Sicut autem quadratum BD, ad quadratum HN ita eſt DC ad NC; & ſicut DC ad NC ita aberratio EG ad EK,

 cum

cum EG æquetur $\frac{9}{7}$ DC, & EK, $\frac{9}{7}$ NC. Ergo ſicut quadr. BD ad quadr. NH ita quoque aberratio EG ad EK.



Sit autem nunc eadem lens contraria ratione diſpoſita, ut nempe radii paralleli incidant primum in ſuperficiem convexam ACB, cujus ſemidiameter ſit IC. Focus ergo E invenitur ſumta primum CR tripla CI, ac deinde poſita DE æquali ² DR. Ponatur radius extremus axi parallelus incidens in B, convenire cum axe in G, adeo ut aberratio ejus ſit EG, radius vero parallelus incidens in punctum H, feratur inde ſecundum rectam HP quæ ſecet ſuperficiem AB in S, ubi facta altera refractione, conveniat cum axe in K, adeo ut aberratio radii hujus ſit EK. Oſtendendum eſt igitur, quod ſicut quadr. BD ad quadr. HN ita aberratio EG ad EK: ducatur HQ parallela SK, atque occurrat axi in Q. Sit etiam HT parallela axi CD, quæ ſuperficiei AB occurrat in T; ac denique producta KS occurat ipſi HT in V.

Quod ſi jam conſideretur tanquam lens alia planoconvexa HCFN, ejus focus O invenietur ſumendo NO æqua-

æqualem $\frac{2}{3}$ NR. Radius autem ejus extremus axi parallelus qui incidit in H, primaque refraƈtione in ſuperficie BCA fleƈtitur verſus punƈtum P, is neceſſario poſt ſecundam refraƈtionem, in ſuperficie plana HN feretur ſecundum HQ, quia hæc parallela eſt SK, ſecundum quem incedit refraƈtus a ſuperficie BD. Eſſet itaque QO aberratio radii extremi lentis HCFN; quam conſtat eſſe ad aberrationem GE radii extremi lentis ACB, ſicut quadr. HN ad quadr. BD*. Quare ſi oſtendatur aberrationem EK radii HH, trans lentem ACB miſſi, æqualem eſſe aberrationi OQ; patebit etiam eſſe quemadmodum quadr. BD ad quadr. HN ita aberrationem EG ad EK. Illud vero ſic oſtenditur: quum PS ad SK habeat eandem proxime rationem quam PD ad DK; ratio autem PS ad SK ſit ut 3 ad 2†: erit & PD ad DK ut 3 ad 2 proximè. Sicut autem PD ad DK ita eſt HT ad TV, propter ſimilitudinem triangulorum SPD, SHT, & SKD, SVT. Ergo & HT ad TV proxime ut 3 ad 2; ac proinde HV proxime pars tertia HT. Sed HV æqualis eſt [illegible] Ergo & QK ſimiliter pars tertia HT vel ND. Cum vero ex conſtruƈtione ſit RE pars tertia RD; & RO pars tertia RN; erit & differentia duarum RE, RO, nempe OE, pars tertia differentiæ duarum RD, RN, quæ eſt DN. Itaque apparet OE æqualem eſſe QK. quare ſi utrique addatur OK, vel utrinque auferatur (nam & hoc contingere poteſt) erit & KE æqualis QO; quod oſtendendum ſupererat. Hæc autem intelligenda ſunt ita ſe habere negleƈtis minimis differentiis quæ reſpeƈtu ipſarum KE, QO nullius momenti ſunt. Qua ratione theorema in cæteris quoque omnibus convexis caviſque lentibus verum erit, ut calculo analytico comperimus.

* Prop. præc.

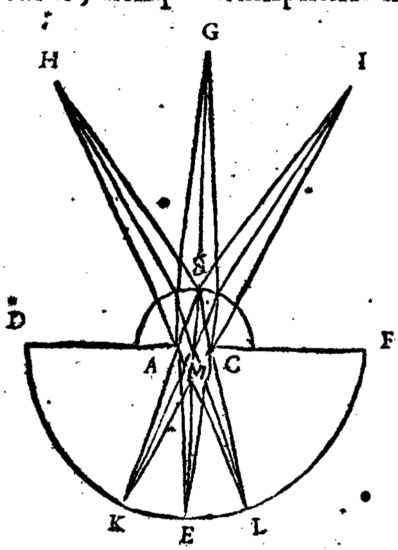
† Prop. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Oculi conſtructionem & quæ ſit videndi ratio explicare.

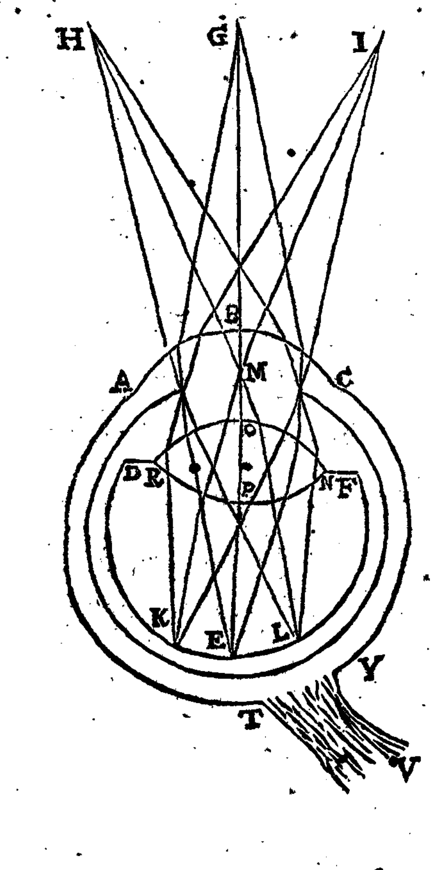
Perpenſis quæ ſuperius prop. XXI. expoſuimus, videatur hoc modo non abſurde oculum fabricari potuiſſe; nempe hemiſphærii figuram tribuendo parti ejus exteriori ABC, quæ tota ſit pellucida: fundum vero oculi alterum hemiſphærium faciendo DEF, priori oppoſitum, ſed idem centrum habens, ſemidiametrum vero ME triplam ponendo ſemidiametri MB minoris hemiſphærii; ac totam deinde cavitatem DABCFED aqueo humore replendo. Hoc pacto enim radii, a quibuslibet rerum procul poſitarum punctis manantes ut H, G, I, fractique in ſuperficie ABC, ad totidem puncta cavi hemiſphærii DEF collecti fuiſſent; nempe qui ex G in E, qui ex G in E, qui ex H in L, qui ex I in K. Quoniam autem non ſatis perfecta eſt, quæ fit a ſphærica ſuperficie, radiorum collectio, niſi eorum tantum qui axi proximi incedunt; oportune remedium ei rei adhiberi poterat obvelando totam hemiſphærii minoris baſin AC, præterquam circa centrum M, ubi foramen modicum relinquendum erat.



erat; hic enim multo melius quam ſi exterior ſuperficies ABC contegatur, relicto circa B foramine; quia tunc ſuperficies ABC non æquè bene comparata fuiſſet ad excipiendos radios a punctis H & I venientes atque ad illos ex G, ad quos omnes nunc eodem modo ſeſe [illegible] facto foramine ad M. Hæc igitur oculi conſtructio non aliena prima fronte cenſeri poſſet; in qua tamen aliqua prudenter mutaſſe ſummi Opificis providentiam, aliqua etiam neceſſario addidiſſe deinceps videbimus, etſi adeo ſubtili ratione in his verſata ſit, ut non in omnibus artificium ejus aſſequi liceat. Ac primum quidem non totum hemiſphærium ABC adhibere voluit, ſed retenta parte ſuperiori, circa latera multum abſtulit, neque eo tamen ſpatium quod uno obtutu viſus comprehendit anguſtius effecit. Cauſa autem auferendi erat ut & hemiſphærii DEF partes circa D & F introrſum reduceret, atque ita oculum ad ſphæræ rotunditatem, quatenus id fieri poſſet, formaret. Volebat enim mobilem eſſe ut in cavo quo continetur quaquaverſum convolvi poſſet. Figuram igitur exteriorem dedit hujuſmodi qualem ſchema hoc alterum exhibet, quod oculum hominis per axem diſſectum refert, duplicata omnium magnitudine quo clarius paterent.

Hic corneæ pars pellucida eſt ABC; reliqua majoris ſphæræ & opaca ATYC, quæ exteriorem oculi tunicam componit. Intra hanc duas alias Anatomici diſtinguunt, quarum intima ex tenuiſſimis nervi optici VT fibris contexta, ac circa fundum oculi KEL albeſcens, retina dicitur. Cæterum cavitatem oculi non uno liquore, ſed tribus inter ſe diverſis complevit; quorum qui ſpatio ABCFNORDA continetur plane fluidus eſt; qui vero ſpatio DRPNFLKD paulo craſſior in-

ſtar ovi albuminis ; tertius autem qui lenticulam conſtituit RONP, ſecundo liquori adhærentem, & filamentis DR, NF circum undique extentis affixam, durus quodammodo, [illegible] ut albumen igni coctum ; verum pellucidus plane ; uti reliqui duo. Differt autem ab illis etiam refractione, quam aliquanto majorem habet, unde fit ut radii, qui extrinſecus a punctis H, G, I, venientes, atque in corneæ ſuperficie ABC fracti, jam convergebant, exiguam iterum refractionem patiantur in utraque lentis OP ſuperficie, qua quidem paulo magis adhuc convergunt, atque ita ut in totidem punctis L, E, K, in fundo oculi referant illa, unde venerunt, puncta H, G, I. Ac fortaſſe quidem, ſecunda illa refractione in lente RN, ita radii diriguntur ut recipiendæ rerum picturæ apta jam ſit cavitas ſuperficiei KEL, quæ alioqui è majori ſphæra eſſe deberet, ſicut in priori figura effecta fuit. Verum & alia major fuit neceſſitas adhibendæ lentis hujus, nempe ut ejus auxilio æque ad res longinquas, ac in proximò ſitas, oculus adaptaretur ; quod in noſtro il-



lo

lo ſuperius expoſito oculo deerat. Hoc autem fieri poteſt duobus modis, ut vel accedat propius ad corneæ ſuperficiem dicta lens cum res prope poſitæ contuendæ ſunt, vel ut in formam paulo convexiorem colligatur; vel etiam ut utrumque accidat. Quod ſi accedat ad corneam, id fieri oportet prementibus oculi latera muſculis, atque una humorem vitreum cui lens RN inhærere dicta eſt. At ſi figuram mutare lens eadem dicatur, rotundiorque fieri cum ad res prope admotas reſpicimus, videntur preſſo a muſculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Poteſt autem, ut jam dixi, & utrumque horum ſimul fieri. Porro pupillæ M locum, non ita ut nos ſupra, in centro convexitatis ADE ſtatuit, ſed propius paulo illi admovit, incertum qua de cauſa, niſi quod & hoc aliquid facere poteſt, quo ſuperficies retinæ KEL, ea qua nunc eſt cavitate, apta ſit recipiendis imaginibus, cum alioqui amplioris ſphæræ eſſe debuiſſet. Diametrum ſphæræ totius AL invenio unciam circiter eſſe pedis noſtri Lugdunenſis, qui pæne idem eſt ac vetus Romanorum; unciæ vero tres quintas habet diameter convexitatis corneæ ABC. Pupillæ M latitudo certam menſuram non habet; eſt enim, uti quivis experiendo explorare poteſt, major cum minor lux oculo affulget: ſoloque lucidæ rei aſpectu contrahitur, vel item, cum ea quæ prope oculo admoventur intueri conamur. Inſigni autem artificio ita fabricata eſt, ut, mutata magnitudine, ſemper ſibi conſtet rotunditas. Sed in hæc inquirere non eſt noſtri inſtituti; multoque minus quomodo, quæ in fundo oculi pictura viſibilium formatur, inde ad cerebrum mentemque noſtram perferatur; cumque inverſa ſit, rectas tamen res nobis videri faciat; utque oculis duo-

bus, non tamen duplices; quæ & obſcuriora omnia arbitror, quam ut mortalium ulli perveſtigari queant.

PROPOSITIO XXXII.

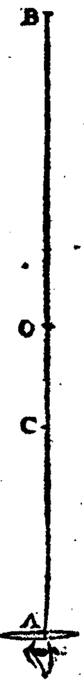
Senum & Myopum oculis auxilium comparare lente vitrea.

Ex his quæ de conſtructione oculi ac videndi ratione explicuimus, facile eſt porro colligere quomodo affecti eſſe debeant oculi eorum, qui tantum remota diſtincte cernunt, ut Senes; vel qui tantum proxima, ut Myopes. Cum enim radiorum e propinquo puncto venientium concurſus neceſſariò longius abſit a ſumma oculi ſuperficie quam eorum qui a longe remoto adfluunt, non poterit & longinquæ rei & propinquæ in eodem oculo perfecta imago depingi, niſi ea facultate præditus ſit, ut humoris cryſtallini vel figuram vel ſitum aliquatenus immutare poſſit, atque ita nunc ad has nunc ad illas res ſe accommodet. Quare quibus ad omnia æque oculi valent, iis tales obtigiſſe certum eſt. Senibus vero ac multis quoque citra ſenectutem rigidiores ſunt, parumque intus mobiles, quibus proinde tantum qui e longinquo veniunt radii, aut certè a duorum vel trium pedum intervallo, accuratè in fundo oculi coguntur. At myopes ſeu luſcitioſi propinqua omnia, dummodo non ultra certum terminum, puta pedis duas tertias aut etiam minus, receſſerint, diſtinctè conſpiciunt; unde parumper forſan formam oculorum accommodare poſſunt diverſis viſibilium diſtantiis, ſed non eouſque ut radios parallelos, ſive a procul diſſita re venientes, in retina ad punctum colligant. Sed ob nimiam convexitatem ante eos colligant quam ad

ocu-

oculi fundum pervenerint. Et hæc quidem ita ſe habere eo ipſo manifeſtum eſt, quod vitium utrumque, admotis oculo certæ figuræ lentibus emendari poteſt. Myopi enim nimiam convexitatem minuit lens cava, Presbytis vero convexa contraria ratione medetur. Qua[illegible] itaque lentium figura ut cujuſque oculis quam aptiſſima inveniatur, primum conſtitutio eorum & defectus quantitas hoc modo exploranda eſt.

Si ſeni auxilium quæratur, viſibile aliquod paulatim ab oculis ejus removere oportet, quoad primum diſtincte illud abſque incommodo ſuo cernat; atque eam diſtantiam ſignare, quia viſus conſtitutionem certo determinat. Si enim dicta diſtantia ſit inventa AB, atque is ad quem pertinet poſitus in A, conetur videre punctum propinquum C, fiet, dirigendo oculum utrumque ad C, ut ſimul utrique intrinſecus quidem aliquantum mutentur ab ea diſpoſitione quam habebant ad longinqua conſpiciendum, ſed hoc tantummodo conſequentur ut diſtincte contueantur ea quæ ſunt ad diſtantiam AB. Itaque lente ejuſmodi opus eſt, quæ oculo admota radios ex C puncto venientes inflectat quaſi veniant ex B. Sit igitur ut BC ad CA ita CA ad CO. Eritque tota AO ſemidiameter ſuperficiei lentis vitreæ utrinque æqualiter convexæ, quæ propoſitum efficiet. Vel idem quoque efficiet lens quævis quæ focum ſeu punctum concurſus parallelorum habebit ad diſtantiam AO.



Quia enim ex conſtructione, CO eſt ad CA ut CA ad CB; ſuntque CO & CB ad eandem partem puncti C; O vero punctum concurſus parallelorum lentis in A; ſequitur ex propoſ. XX. radios

dios a C puncto manantes, poſt refractionem in lente A, ita flecti ac ſi venirent ex B. Quare oculo illi quem diximus, cuncta intervallo A C remota, ejuſmodi lentium ope diſtincte percipientur.

Rurſus ſi Myopi comparandum ſit conſpicillum quo longinqua perfectè diſcernat, quærenda eſt tantum diſtantia maxima, ex qua viſibile admotum videat diſtinctè, atque ea ipſa erit longitudo ſemidiametri ſphæræ ſecundum quam ab utraque parte lentem vitream excavare oportet. Vel ſi ab altera tantum parte cava, ab altera plana deſideretur oportet ejus cavitatis ſemidiameter ſit prioris ſubdupla. Quævis enim harum lentium oculo admota efficiet ut radii incidentes paralleli (tales enim cenſentur a longinquis punctis venientes) inflectantur tanquam venirent a puncto diſperſus, cujus diſtantia ab oculo erit eadem, quæ illi diſtinctè videndi menſura erat, ut apertum eſt ex propoſ. XV & XVII.

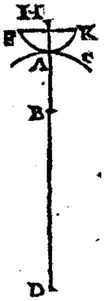
PROPOSITIO XXXIII.

Lentem vitream invenire qua ſub aquis poſiti diſtincte videant.

Certum eſt nec piſces ex aqua extractos, nec animalia cœtera ſub aquam demerſa, diſtinctè quidquam cernere poſſe. Urinatores enim ſub aqua vident quidem, ſed diſtinctè videre nequeunt; at eo ferè modo quo ſenex cum lentem valde cavam oculo apponit. In horum namque oculis, quoniam humor aqueus, qui corneæ tunicæ ſubjacet, fere eandem aquæ refractionem habet, ſicut experientia compertum eſt, neceſſe eſt ſub aquam merſis nullam in primo oculi introitu fieri radiorum extrinſecus incidentium refractionem;

nem; nec refert quidem an corneæ ipſius refractio diverſa ſit, quia cum duabus ſuperficiebus conſtet parallelis, atque utrinque æqualis refractionis diaphano tangatur, radios omnes quaſi rectos tranſmittet. Radii itaque, qui oculo extra aquam poſito, ad corneæ ſuperficiem refracti, inde jam convergentes tendebant ad humorem cryſtallinum, ii nunc in eum paralleli deferentur; neque ſufficiet humoris cryſtallini refractio ad cogendos eos in fundo oculi, ſicut ſolet, ſed ulterius ſitum erit eorum concurſus punctum: unde videndi confuſio. Piſcibus autem extra aquam magna continget in exteriore oculo refractio, quæ ſub aquis vel nulla erat, vel certe multo minor; atque ita in eorum oculis concurſus radiorum fiet antequam ad fundum pervenerint, unde nihil niſi confuſe conſpicere eos poſſe conſequitur. Cœterum hominis viſus ſub aqua ut emendetur, ejuſmodi lens invenienda eſt, quæ oculo admota radios æque convergentes ad humorem cryſtallinum tranſmittat, atque a ſuperficie oculi exteriore venire ſolent extra aquam agentibus. Quod quidem facile eſt, cum refractionis vitri ſub aqua ſciamus eam eſſe proportionem, quæ 9 ad 8 (quæ nempe componitur ex proportione refractionis vitri in aere, quæ eſt 3 ad 2, & aquæ in aere inverſa, quæ eſt 3 ad 4. Hoc enim cum experientiæ conſentit, tum rationi phyſicæ, quam in libro de Luce expoſuimus. Quandoquidem poſita celeritate lucis in aqua ad celeritatem ejus in aere, ſicut 3 ad 4; itemque celeritate in aere ad celeritatem in vitro, ſicut 3 ad 2, ſequitur celeritatem in aqua ad celeritatem in vitro eſſe ut 9 ad 8) cumque & corneæ tunicæ qua diaphana eſt, convexitatem cognitam habeamus. Eſt enim ſphæricæ ſuperficiei portio cujus diameter $\frac{3}{4}$ unciæ pedis noſtratis ſeu Romani ve-

veteris, ut in oculi deſcriptione annotavimus.



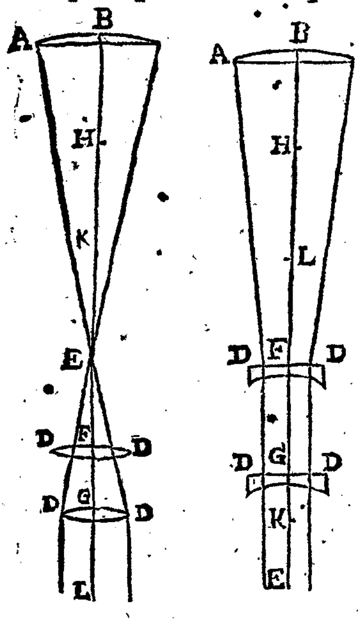
Sit jam igitur A C exterius oculi convexum cujus ſemidiameter A B, & ponatur ratio refractionis humoris aquei eadem quæ eſt aquæ, id eſt, 4 ad 3. Igitur ſumtâ B D triplâ ſemidiametri A B, certum eſt radios parallelos, oculo extra aquam poſito, ita flecti ad ſuperficiem A C ut cogantur ad diſtantiam A D *. Demerſo autem oculo nulla ad A C fit refractio; quare opponenda ibi eſt lens vitrea quæ refractione ſua ſub aqua, radios parallelos axi A B colligat in puncto D. Sit ea lens F A K, ſuperficie una plana, altera vero; quæ proxime oculo admoveatur, convexa ſemidiametro H A. Si igitur hac lente radii paralleli colliguntur ad punctum D, habebit H D ad D A proportionem refractionis, ut conſtat ex propoſ. XIV. Eſt autem proportio hæc, refractionis nempe vitri ſub aqua quæ 9 ad 8. Itaque H D ad D A ut 9 ad 8. & dividendo H A ad A D ut 1 ad 8. Sed D A eſt ad A B ut 4 ad 1, ſive ut 8 ad 2. Ergo exæquo H A ad A B ut 1 ad 2. Erat autem A B $\frac{3}{10}$ unciæ. Ergo H A $\frac{3}{20}$ unciæ, atque ita nota jam eſt forma lentis F A K. Quod ſi vero in locum ejus aliam deſideremus, æqualiter utrinque convexam, apparet ejus ſuperficies utraſque ejuſdem fore convexitatis cujus eſt corneæ ſuperficies A C; hoc eſt, a ſphæra, cujus diameter habeat unciæ $\frac{3}{5}$.

* Prop. VIII.

PROPOSITIO XXXIV.

Perſpicillum ex datis duabus lentibus compoſitum cuilibet viſui accommodare.

A punctis ſingulis rei viſæ ad totam oculi pupillam radios manare conſtat : qui quidem pro parallelis habentur cum procedunt a procul remotis. Itaque cum recta oculi conſtitutione gaudentibns ita ſponte ſua diſponantur, ut longinqua diſtinctè cernant, hoc eſt, ut radios parallelos ſibi incidentes colligant in unum retinæ punctum; ſequitur iis ita lentes collocari debere, ut radii a punctis ſingulis rei viſæ venientes, poſtquam utramque lentem penetrarint denuo fiant



paralleli. Quamobrem ſi lens convexa ponatur A B, axem habens B E, & radii a rei viſæ puncto exeuntes ejus refractione cogantur ad punctum E, quod erit in foco lentis A, ſi viſibile longinquum fuerit; ſi vero propinquum, invenietur per prop. XX. fuerit autem lentis alterius DD foci diſtantia GE, ſi convexa ſit; ſi vero cava, diſtantia puncti diſperſus. His inquam poſitis, accipienda eſt dicta diſtantia EG a puncto E verſus lentem A, ponendaque lens cava in puncto G; vel eadem diſtantia accipienda verſus alteram partem a puncto E, atque

in termino G ponenda lens convexa. Sic enim utroque caſu fiet, ut penetrata lente DD radii paralleli ad oculum perveniant, ut conſtat ex prop. XVI & XVII. atque ita diſtincta continget viſio ei qui bona eſt oculi formatione.

Si vero Myopi aptandum ſit idem perſpicillum, qui viſibile ad diſtantiam FH demum diſtinctè cernere poſſit, ſumatur FL æqualis diſtantiæ GE, qua focus ſuus aut punctum diſperſus abeſt a lente DD, hæc enim data eſt: Et auferatur quidem FL ab FH ſi lens DD cava ſit, addatur vero ſi convexa. Et ut HL ad LF ita ſit LF ad aliam; dico huic æquale ſumendum eſſe intervallum GF ſecundum quod minuenda eſt utroque caſu longitudo perſpicilli, quæ prius erat GB, ut Myopi conveniat.

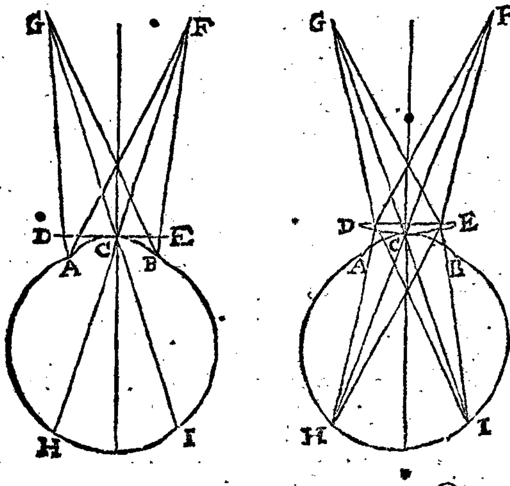
Poſita enim lente DD in F & ſumtâ FK æquali FL quia HL ad LF ut LF, ad FG, ſive ut FK ad KE; erit & HF ad FL ſive FK ut FE ad EK. Et permutando HF ad FE ut FK ad KE, quare & HE ad EF ut FE ad EK. Cum itaque punctum E ſit ad quod vel a quo tendentes radii occurrunt lenti DD, punctum vero K ſit illud, quo pertinent refractiones paralleiorum a parte oppoſita venientium *; ſequitur radios ad E vel ab E venientes ita flecti a lente DD, ut inde ferantur tanquam egreſſi a puncto H. Unde recte ſe habebit perſpicillum ad diſtinctam viſionem Myopi præſtandam.

* Prop. XX.

PROPOSITIO XXXV.

Quæ vel ob interpoſitas lentes, vel ratione diſtantiæ, confuſè ſpectantur, diſtincta reddi poſſunt, vel addita lente una juxta oculum, vel oppoſita ibidem lamina cum foramine minimo; dummodo non in ipſo maximæ confuſionis puncto oculus poſitus fuerit. Utracunque vero correctio adhibeatur, eadem magnitudine & poſitu viſibile ſpectabitur.

Si enim ab unoquoque rei viſæ puncto egreſſi radii ad oculum ferantur, tendantque velut ad punctum poſt oculum, facile ex ſupra demonſtratis intelligitur cujuſmodi cava lente reddantur paralleli. Item ſi divergentes, ac tanquam ex puncto ante oculum egreſſi adveniant, quomodo convexa lente ad paralleliſmum redigantur; utroque vero caſu viſio efficitur diſtincta. Sed hoc idem quoque conſequemur oppoſito ad oculum minimo foramine; quia tunc velut uni tantum radiorum, qui a ſingulis rei viſæ punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, tranſitus datur. Ponantur enim radii ab extremis rei viſæ punctis profecti, ad oculi pupillam A B accidere tanquam ex punctis F, G, venientes. Et objiciatur ante oculum foramen



ramen in lamina exiguum C, nonniſi ſingulos veluti radios FC, GC admittens, qui occurrant oculi fundo in punctis H & I. Itaque hic pingentur puncta rei viſæ ſingula, unde manarunt radii FA, FC, FB; & GA, GC, GB. Et propter excluſos cœteros radios præter FC, GC, diſtincta erit pictura, eoque & viſio.

Rurſus iiſdem poſitis, ſed ablatâ lamellâ perforatâ, ſit hujus loco lens oculo proxima DE, quæ diſtinctam viſionem efficiat. Dico eadem qua prius magnitudine eodemque poſitu ſpectatum iri viſibile. Quia enim per mediam lentem DE, cujus craſſitudo tanquam nulla cenſetur, radii FC, GC, rectis lineis penetrant †. manifeſtum eſt eos eodem modo intra oculum ferri, atque ante per foramen C tranſeuntes, atque idcirco oculi fundo in iiſdem punctis H, I occurſuros. Cum autem ob interpoſitam lentem DE diſtincta viſio fieri ponatur, neceſſe eſt omnes radios ex G venientes ad unum punctum in fundo oculi convenire, atque ita quoque omnes ex F venientes. Igitur omnes a puncto G egreſſi convenient in I, & omnes ex F egreſſi convenient in H, atque idcirco pingentur neceſſario extrema illa rei viſæ puncta in H & I. eoque non alia apparebit ejus latitudo objectu lentis DE, ac foraminis minimi; nec non poſitus quoque idem; quæ fuere demonſtranda.

† Prop. XXII.

Itaque cum in ſequentibus apparentem magnitudinem definiemus etiam iis caſibus quibus confuſa viſio contingit, intelligenda erit ea magnitudo, quæ cernitur correcta confuſione; ſeu lente, ſeu minimo foramine, ut jam diximus.

De effectu Lentium quoad magnitudinem & ſitum apparentem.

Viſionis Phænomena ratione magnitudinis objectorum, ſitus

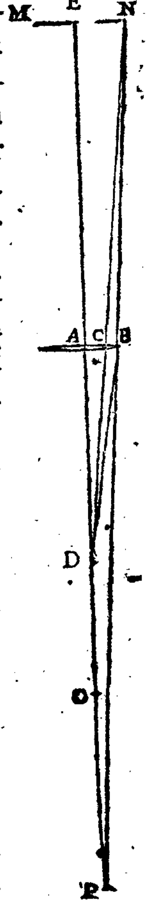
ſitus & ſimilium, pro varia poſitione oculi, objecti & lentium ſunt diverſæ. Aliæ autem concernunt viſionem ſimpliciter in unâ vel pluribus lentibus, aliæ vero eandem collatam cum alia viſione. Omnem earum diverſitatem ſequentibus Propoſitionibus includemus.

Propositio XXXVI.

Oculo conſtituto inter lentem convexam & focum ejus, viſibile quodvis per lentem ſpectatur ſitu recto & auctum magnitudine; habetque magnitudo apparens ad veram, ſi viſibile longinquum eſt, rationem eam quam diſtantia inter lentem & focum ad diſtantiam inter focum & oculum; ſi vero propinquum, rationem compoſitam ex eadem quæ dicta eſt, & ex ratione diſtantiæ inter oculum & viſibile, ad diſtantiam iuter viſibile & punctum dirigens; Si vero in foco lentis oculus ſtatuatur, viſibilia longinqua in infinitum augentur; propinqua vero ſecundum rationem quam habet diſtantia eorum ab oculo ad diſtantiam oculi a lente.

Esto lens convexa AB, cujus medium punctum ſeu umbilicus A; focus O. Oculus vero D, in axe lentis AO poſitus. Viſibile vero linea NM, lenti parallela, cujuſque medium E ſit in eodem axe; quantum enim linea hæc vel ejus pars EN augebitur trans lentem ſpectata, tantum quoque aliud quodvis viſibile, eo loci poſitum, ſecundum diametrum augeri neceſſe eſt. Porro duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP, eritque P punctum oculo D reſpondens. Quia enim radii ex puncto D prodeuntes a lente AB ita inflectuntur ut pergant inde tanquam venientes ex P, per prop. XX. Viciſſim quoque qui ad P tendentes incidunt in lentem AB concurrunt ad punctum oculi D. Ducatur NP recta ſe-

ſecans lentem in B, (ſecabit enim quia punctum N per eam conſpici ponimus) & jungatur BD. Itaque per punctum lentis B cernetur punctum N, quum radius NB refringatur verſus punctum oculi D, neque alius quiſquam eorum qui ex N promanant. Punctum autem E per medium lentis A apparere manifeſtum eſt, quia cum in axe lentis ſitum ſit radius ED irrefractus ad oculum pervenit.



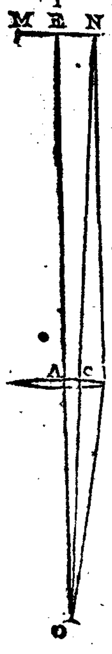
Patet itaque primùm viſibile NM conſpici ſitu erecto, quum punctum B ſit ad eandem partem axis EAO ac punctum N, quod ibi refertur. Liquet etiam BA ſpatium eſſe quod in lente occupat imago lineæ NE. At vero ducta ND rectâ quæ ſecet lentem in C, apparet AC fore ſpatium quod occuparet idem viſibile EN in ſuperficie quæ refractionis expers eſſet. Itaque ratio BA ad CA definit proportionem magnitudinis apparentis ad veram: atque apparet quidem BA ipſa CA majorem eſſe, cum BA ad NE ſit ut PA ad PE; CA vero ad eandem NE ſicut DA ad DE; ratio autem PA ad PE major quam DA ad DE, quia PA ad AE major quam DA ad AE; eſt enim PA major quam DA quia D cadit hic neceſſario inter A & P. Ergo jam & recto ſitu & auctum magnitudine viſibile cerni per hæc conſtat.

Nunc porro oſtendendum, cum viſibile NM longinquum eſt, habere BA ad CA rationem eam quam AO ad OD; cum vero propinquum, rationem compoſitam ex AO ad OD & ex DE ad EP. Prius autem ex poſteriori ſequitur, ac proinde hoc primum demonſtrabimus.

Ra-

Ratio BA ad CA componitur ex ratione BA ad NE & NE ad CA; quarum ratio BA ad NE eſt eadem quæ PA ad PE: ratio vero NE ad CA eadem quæ ED ad AD. Habet igitur BA ad CA rationem eandem compoſitæ ex rationibus PA ad PE & ED ad AD, hoc eſt, rationem quam habet rectangulum PA, ED ad rectangulum PE, AD: hæc autem componitur ex ratione ED ad EP & PA ad AD ſive AO ad OD, nam ex conſtructione cum ſit PD ad DA ut AD ad DO, etiam componendo erit PA ad AD ut AO ad OD. Ergo ratio BA ad CA componitur ex ratione AO ad OD & ED ad EP.

Porro cum longinquum intelligitur viſibile, ratio ED ad EP eſt ratio æqualitatis, quæ proinde compoſita cum ratione AO ad OD, eam nec auget nec diminuit. Itaque tum ratio BA ad CA erit eadem quæ AO ad OD. Atque hæc quidem demonſtranda erant oculo inter lentem focumque ejus conſtituto.



Ponatur autem nunc oculus in ipſo foco O, & ſit propinquum viſibile NM, ducatur NB parallela axi EA, quæ occurrat lenti in puncto B, & jungatur BO, itemque NO ſecans lentem in puncto C. Quia igitur radius NB parallelus eſt axi lentis AB, eum neceſſe eſt refringi verſus focum O, ubi oculus ponitur. Quamobrem punctum N ſpectabitur per ſolum lentis punctum B. Sed punctum E medium NM ſpectatur, uti prius, in centro lentis A. Igitur erectum apparet viſibile NM; & magnitudo apparens ad veram rurſus eam rationem habet quam BA ad CA. Verum ut BA, hoc eſt, NE ad CA, ita EO ad AO; ergo auctum cernitur ſecundum rationem EO ad AO.

Quod ſi vero longinquum fuerit viſibile, jam

jam ratio EO ad AO, erit tanquam infinitæ inæqualitatis majoris, ac proinde infinita continget ampliatio.

Eſt autem animadverſione dignum, hoc oculi poſitu, eâdem ſemper magnitudine cerni viſibile NM, quantumcunque a lente receſſerit; ſemper enim punctum N in eodem puncto B percipietur.

PROPOSITIO XXXVII.

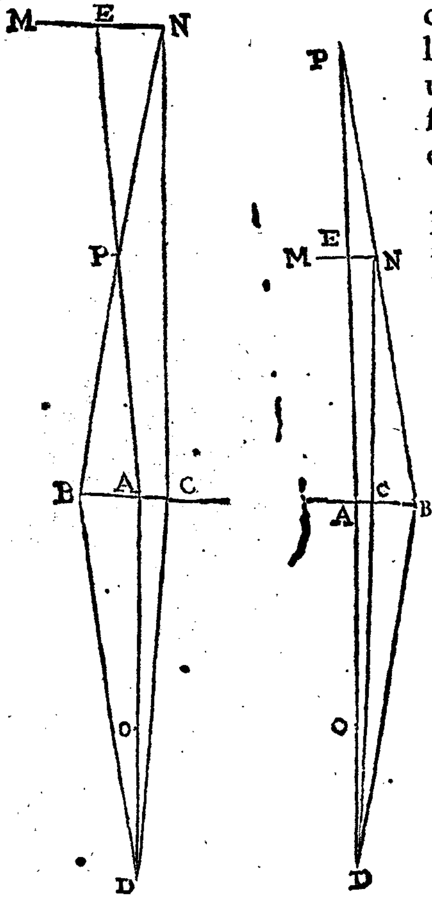
Poſito, oculo in axe lentis convexæ, ſed ita ut ultra focum ab ea diſtet, viſibile ad alteram partem lentis ſitum, ſed citra punctum reſpondens; erectum & majus ſpectatur. Ulterius vero quam punctum reſpondens a lente remotum, videbitur inverſum, & majus vel minus pro diverſa ipſius atque oculi a lente diſtantia. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram ſe habebit eodem modo atque in Theoremate præcedenti.

Ponatur ut ſupra lens AB, & focus ejus O. Oculus autem in puncto axis D, diſtans a lente ultra focum. Et duabus DO, DA ponatur tertia proportionalis DP, ſecundum prop. XX. Erit igitur P punctum oculo reſpondens, quum ſicuti radii ex D procedentes diriguntur a lente verſus punctum P, ita viciſſim qui ex P veniunt dirigantur ad oculum D.

Sit jam viſibile, ut antea, recta MN, quam mediam dividat axis lentis in E, ſitque primo ſitum inter lentem AB punctumque reſpondens P, & ducatur ex P per terminum N recta PNB, lenti occurrens in B, & jungatur BD. Ducatur autem & recta ND ſecans lentem in puncto C. Manifeſtum itaque eſt per punctum lentis B appariturum viſibilis terminum, quod conſpiceretur in C ſi radius ND ſine refractione tranſmitteretur;

pun-

punctum vero E utroque modo per A cerni neceſſe eſt,



quia radius ex E ad D nullus pervenit præter EA qui utramque lentis ſuperficiem ſecat ad rectos angulos, ideoque irrefractus permeat.

Conſtat itaque hic viſibile cerni ſitu erecto quum puncta N & B ſint ad eaſdem partes axis PAD. Rurſuſque ratio apparentis magnitudinis ad veram erit ea, quæ BA ad CA. Quare, cum BA ſit major quam CA (nam BA major eſt quam NE, & NE major quam CA) auctum magnitudine conſpicietur viſibile NE.

Porro in caſu altero ſit viſibile MN poſitum ultra punctum correſpondens P, & eadem conſtruantur quæ prius. Igitur per punctum lentis B rurſus aſpicietur punctum N, & E per A. Sed ſi N fuerit reipſa ſuperius puncto E, nunc cernetur inferius, quia ad contrarias partes axis EAD ſita ſunt puncta E & B. Itaque inverſum jam apparebit viſibile MN. Ratio autem apparentis incrementi rurſus, ut in caſu priore, erit ea quæ BA ad CA; ideoque demonſtrandum eſt rationem hanc, cum viſibile propinquum eſt, componi ex rationibus AO ad OD & ED ad EP. Cum vero

longinquum, quod tantum poſteriore caſu locum habet, eandem eſſe quæ AO ad OD. Quæ quidem demonſtratio eadem eſt quæ in Theoremate præcedenti. Itaque manifeſtum eſt poſteriore caſu majora cerni viſibilia longinqua, quando AO major fuerit quam OD, & minora, cum minor, cumque æqualis, æqualia. Sed viſibili propinquo, ut ſciatur quando auctum vel diminutum ſpectari debeat, videndum utrum major ratio AO ad OD quam EP ad ED, an minor, an æqualis; nam prout hæc ſe habuerint, ratio quoque compoſita ex ratione AO ad OD & ED ad EP, hoc eſt, ratio BA ad CA erit majoris vel minoris inæqualitatis, vel denique æqualitas ipſa.

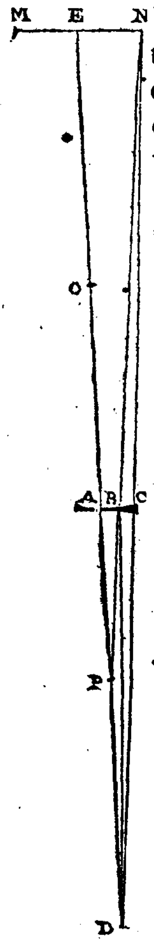
Manifeſtum autem utroque caſu, quod quanto propius accedet viſibile ad punctum reſpondens P, manente oculo & lente, tanto major erit ratio apparentis ad veram magnitudinem; creſcente nimirum ratione DE ad EP, at ratione AO ad OD eadem manente; adeo ut poſitum in puncto ipſo P, augeri debeat in infinitum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Poſito oculo poſt lentem cavam, viſibilia omnia erecta videntur, & vero minora; habetque magnitudo apparens ad veram, ſi viſibile fuerit longinquum, rationem eam quam diſtantia inter lentem & punctum diſpergens ad diſtantiam hujus ab oculo. Si vero propinquum, rationem compoſitam ex illa quæ dicta eſt, & ex ratione diſtantiæ inter oculum & viſibile ad diſtantiam viſibilis a puncto directionis.

Eſto lens cava AC; cujus axis AO; punctum diſpergens O; oculus vero in axe poſitus ſit D. Viſibile ve-

vero ad alteram partem lentis MEN, ita ſitum ut in Theor. præcedenti. Et fiat duabus DO, DA tertia proportionalis DP, ſumenda in partem eandem ac duæ reliquæ. Erit P punctum quo tendentes radii flectuntur a lente AC verſus oculum D, quoniam qui veniunt ab D in eandem lentem, ita flectuntur quaſi procedant a puncto P *. Ducatur recta NP ſecans lentem in B, & jungatur BD; ac denique recta ND ſecet lentem in C. Percipietur ergo punctum N in puncto B; lineaque NE occupabit in lente intervallum BA, quæ occuparet intervallum CA, ſi loco lentis eſſet ſuperficies refractionis expers. * Prop. xx.



Ac primum quidem apparet erectum ſpectari debere viſibile MN, cum punctum ejus N ſpectetur in lente AC ad eandem partem axis ubi revera ſitum eſt; quod quidem neceſſario fieri liquet eo quod punctum P ulterius quam A diſtet ab NE.

Quod autem magnitudine diminutum ſpectabitur ſic conſtabit. Ratio EA ad AP major eſt quam EA ad AD. Unde et componendo ratio EP ad PA major ratione ED ad DA. Sicut autem EP ad PA ita eſt NE ad BA, at ſicut ED ad DA ita EN ad CA. Ergo major ratio NE ad BA quam NE ad CA; ideoque BA minor quam CA. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram eſt ea quæ BA ad CA, itaque illam magnitudinem hac minorem eſſe conſtat.

Porro quod ratio BA ad CA, cum viſibile longinquum eſt, eadem fiat, quæ diſtantiæ lentis a puncto diſperſus ad diſtantiam hujus ab oculo, hoc eſt, quæ

AO ad OD; cum vero propinquum, eadem compoſitæ ex jam dicta ratione & ex ratione DE ad EP: hæc utraque iiſdem verbis demonſtrantur ac in Propoſitione XXXVI.

Manifeſtum vero hinc eſt, manente oculo & lente cava, quo magis removebitur ab ea viſibile, eo magis diminui rationem apparentis ad veram magnitudinem, quippe ratione DE ad EP magis ac magis accedente ad æqualitatem.

Manifeſtum quoque ſi oculus D ſit lenti proximus, etiam punctum P proximum fieri, adeo ut æque ratio AO ad OD, ac DE ad EP, tunc habendæ ſint pro ratione æqualitatis. Quamobrem nec longinqua nec propinqua tunc minora conſpicientur quam lente remota.

PROPOSITIO XXXIX.

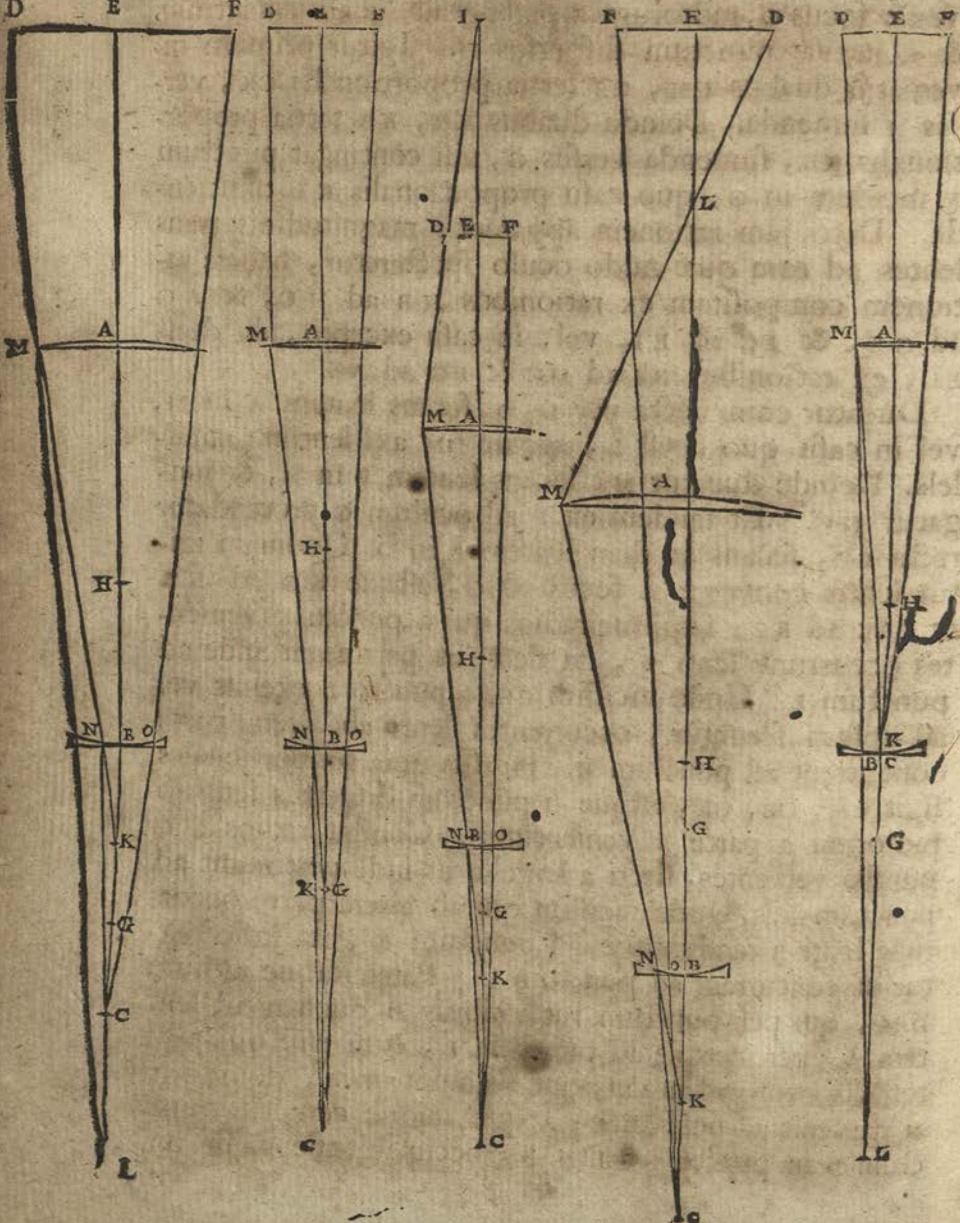
Datis duabus lentibus, & poſitione earum tam inter ſe quam inter oculum & viſibile, invenire qua proportione illud augeant vel imminuant, & utrum ſitu erecto an everſo referant.

Duarum lentium quatuor ſunt conjugationes, nam vel convexa eſt utraque, vel utraque cava; vel cava quæ proprior eſt oculo, altera convexa; vel contra.

Sint igitur primum propoſitæ lentes duæ convexa A & concava B, ita ut hæc oculo propior conſiſtat. Sit autem oculus ad C, in communi duarum lentium axe conſtitutus; viſibile vero DF ſit linea recta eidem axi ad angulos rectos, ab eoque in E bifariam diviſa. Et oporteat invenire rationem magnitudinis per utramque lentem conſpectæ ad eam quæ ſine lentibus perciperetur. Quia autem datæ ſunt lentes, datur & con-

vexæ focus G, radiorum a parte viſibilis advenientium, & concavæ punctum diſperſus H. Igitur primum inveniatur duabus CH, CB tertia proportionalis CK, verſus H ſumenda. Deinde duabus KG, KA tertia proportionalis KL, ſumenda verſus G, niſi contingat punctum K incidere in G, quo caſu proportionalis KL omittenda. Dico jam rationem apparentis magnitudinis trans lentes ad eam quæ nudo oculo ſpectaretur, habere rationem compoſitam ex rationibus HB ad HC, & AG ad GK, & EC ad EL. vel, in caſu excepto, ubi deeſt EL, ex rationibus HB ad HC & EC ad AK.

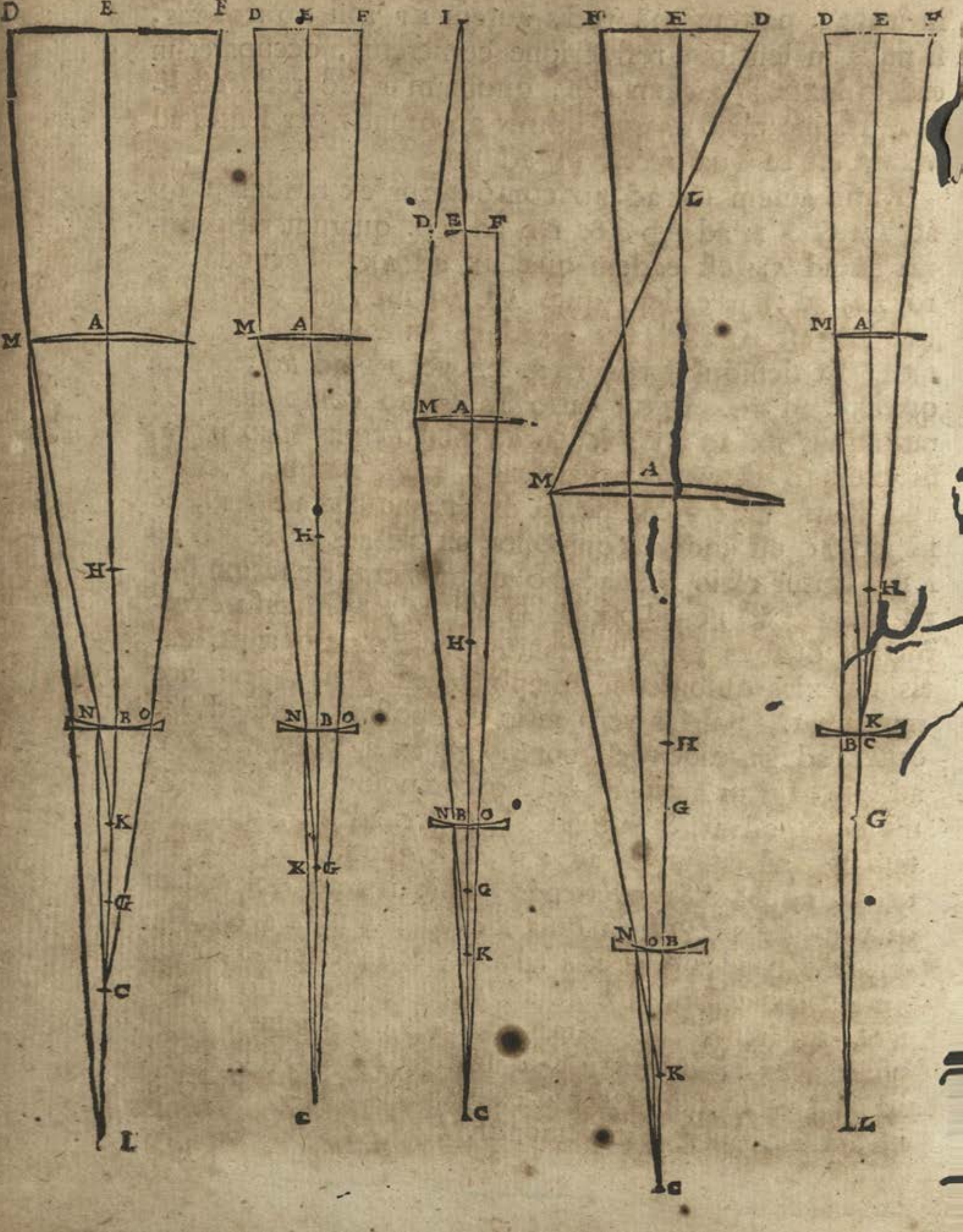
Ducatur enim recta per L, D, ſecans lentem A in M, vel in caſu quo deeſt L, agatur DM axi lentium parallela. Deinde ducatur MK ſecans lentem B in N, & jungatur NC. Et tandem ex F ad oculum C protendatur recta FC, ſecans eandem lentem B in O. Quoniam igitur lentis convexæ A focus eſt G, eſtque KG ad KA ut hæc ad KL; ſequitur radios qui a puncto K venientes occurrunt lenti A, ita flecti ut pertineant inde ad punctum L. Unde viciſſim qui a puncto L exeunt vel ad ipſum feruntur, occurrentes lenti ab altera parte concurrent ad punctum K. Rurſus quia proportionales ſunt CH, CB, CK, eſtque H punctum diſperſus lentis B radiorum a parte A venientium; Conſtat radios a C puncto venientes, flecti a lente B ut inde pertineant ad punctum K. Uude viciſſim qui ab altera parte occurrunt lenti B tenduntque ad punctum K, ita inflectentur ut concurrant ad punctum C. Patet itaque radium DM, qui per punctum rei viſibilis D ducitur ad lentem A, pertinetque ad punctum L, eum eſſe qui poſt refractionem in lente utraque primum in M, deinde in N pervenit ad oculum C; a quo itaque cernetur punctum D in puncto N lentis B, occupabitque recta DE


D E F
M A
H
N B O
K
G
C
L
D E F
M A
H
N B O
K G
C
I
D E F
M A
H
N B O
G
K
C
F E D
L
M A
H
G
N O B
K
C
D E F
M A
H
K
B C
G
L

in lente B partem BN. recta autem EF ipſi ED æqualis, ſi nulla in lentibus refractione cerneretur, occuparet in eadem lente B partem OB, quoniam FOC recta eſt linea. Itaque ratio magnitudinis apparentis per lentes ad veram eſt ea quæ rectæ BN ad BO.

Ratio autem BN ad BO componitur ex rationibus BN ad AM & AM ad ED, & ED ad BO. quarum ratio prima BN ad AM eſt eadem quæ BK ad AK. Secunda vero AM ad ED eadem quæ AL ad EL; aut, in caſu, quo DM eſt parallela EA; eadem cum ratione æqualitatis. Et denique tertia ratio ED vel FE ad BO, eadem quæ EC ad BC. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad AK, & AL ad EL, (cujus loco in caſu excepto eſt ratio æqualitatis) & ex ratione EC ad BC. Ratio autem compoſita ex ratione BK ad AK, & EC ad BC eſt eadem compoſitæ ex BK ad BC & EC ad AK. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad BC & EC ad AK & AL ad EL, & in caſu excepto ex duabus prioribus tantum, cum ratio æqualitatis rationes quibuſcum compoſita eſt non augeat nec imminuat. Rurſus vero ratio compoſita ex EC ad AK & AL ad EL eadem eſt compoſitæ ex EC ad EL & AL ad AK. Igitur ratio BN ad BO compoſita erit ex rationibus BK ad BC & AL ad AK & EC ad EL, quia autem CH ad CB ut CB ad CK, erit quoque CH ad HB ut CB ad BK: & invertendo, ratio HB ad CH eadem quæ BK ad BC. Item quia KG ad KA ut KA ad KL, erit & KG ad AG ut KA ad LA; & invertendo, ratio AG ad GK eadem quæ AL ad AK. Itaque ratio BN ad BO, apparentis nempe magnitudinis ad veram, componetur ex rationibus HB ad HC & AG ad GK & EC ad EL; & in caſu excepto ex rationibus HB ad HC & EC ad AK. quod erat demonſtr.

No-

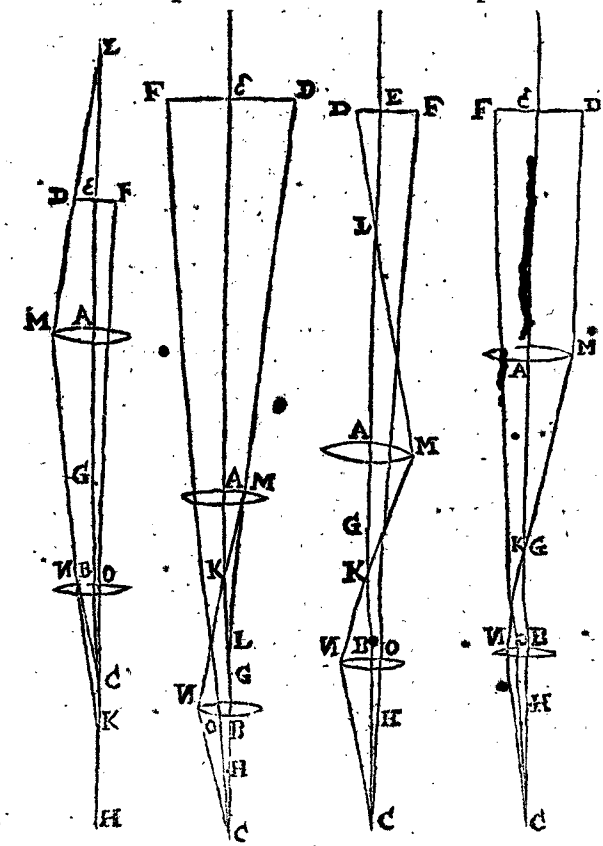

D E F
M A
H
N B O
K
G
C
L
D E F
M A
H
N B O
K G
C
I
D E F
M A
H
N B O
G
K
C
F E D
L
M A
H
G
N O B
K
C
D E F
M A
H
K
B C
G
L

Notandum vero, ſi lens cava B ita poſita ſit inter lentem A focumque ejus G, ut diſtantia BG ſit æqualis BH quæ eſt inter lentem B & punctum ſuum diſperſus, quæ poſitio ordinaria eſt teleſcopii hujuſmodi, qua nempe paralleli ad oculum feruntur radii a ſingulis rei viſæ punctis manantes, quod eadem tunc ſemper erit magnitudo apparens rei longinquæ, quocunque loco oculus C poſt lentem B ſtatuatur: ac ratio ejus ad veram magnitudinem ea quæ AG ad GB vel BH. Cum enim oſtenſum ſit rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus HB ad HC, & AG ad GK, & EC ad EL; cumque hic ratio EC ad EL ſit æqualitatis, eo quod viſibile longinquum ponatur; eoque punctum E cenſeatur infinitè remotum tam a C quam ab L, cujus hic definita eſt diſtantia, componetur ergo ratio apparentis magnitudinis ad veram e rationibus HB ad HC & AG ad GK. Quia autem ut CH ad CB ita CB ad CK; Erit etiam ut CH ad CB ita HB ad BK, hoc eſt, ita GB ad BK, quia GB æqualis HB. Itaque & CH ad HB, ut BG ad GK, & convertendo, BH ad HC ut KG ad GB. Proinde ratio apparentis ad veram magnitudinem componitur ex rationibus AG ad GK & GK ad GB, hoc eſt, erit eadem ac ratio AG ad GB vel BH.

Conſtat igitur in Teleſcopio, quod convexo & cavo vitro inſtructum ſit, eſſe magnitudinem apparentem rerum procul diſſitarum ad eam quæ nudo oculo percipitur, ſicut foci diſtantia lentis convexæ ad foci diſtantiam puncti diſperſus a lente cava. Quod etiam in ſequentibus oſtendetur.

Porro ex ſola inſpectione ſchematum ad caſus ſingulos, apparet utrum erectum cerni debeat viſibile an everſum. Nempe omnibus caſibus erectum appariturum præterquam in illo caſu ubi nimirum focus G lentis A

cadit inter ipſam & punctum K, ſimulque viſibile remotum eſt ultra punctum L; ſic enim punctum D ſpectatur per punctum N lentis B quod ad alteram partem axis EB ſitum eſt, ideoque viſibile everſum ſpectari neceſſe eſt.

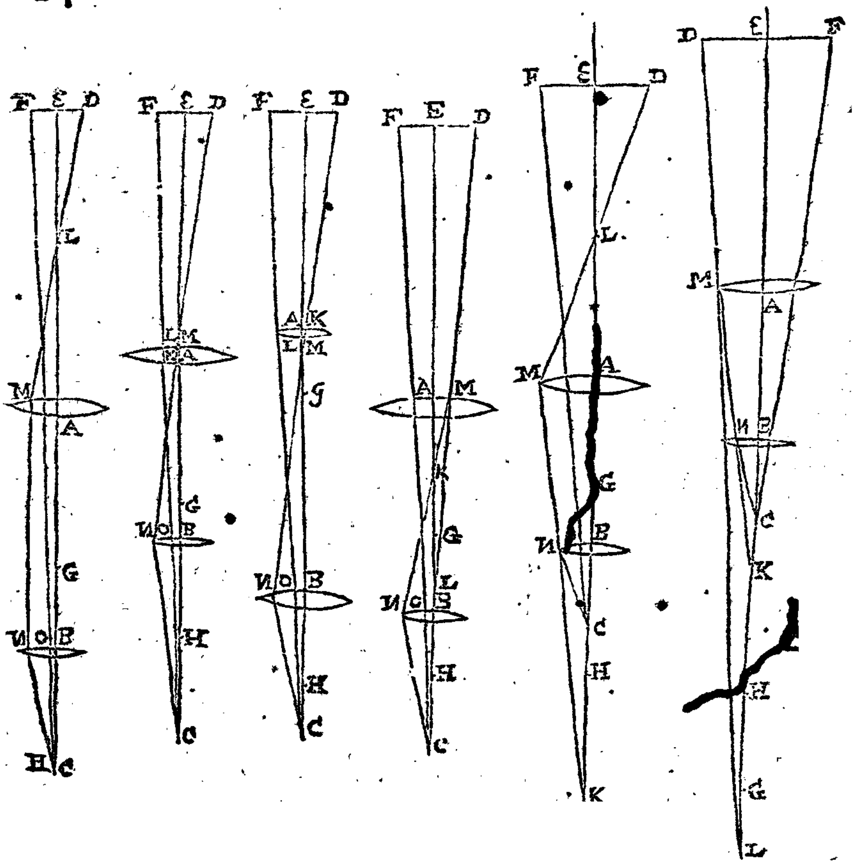


Proponatur nunc convexa lens utraque, & rurſus lentis A ſit focus G; lentis vero B focus H, uterque a viſibili FED averſus. Oculus vero in C. Hic continuè proportionales CH, CB, CK; itemque KG, KA, KL; & reliqua ſimiliter uti prius conſtruantur. Et omnia quæ modo de convexa & cava lente dicta fuere ad apparentem magnitudinem attinentia, etiam his lentibus convenient, eademque erit demonſtratio. Niſi quod hic poteſt poni oculus C in puncto H, quo caſu punctum

ctum K non invenitur, ſed ſumenda eſt AL æqualis AG, & ex puncto D ducenda recta DLM occurrens lenti A in M, unde parallela facienda MN axi AB, quæ occurrat lenti B in N, & jungenda NC. Demonſtratioque erit hujuſmodi. Ratio BN ad BO, nempe apparentis magnitudinis ad veram, componitur ex rationibus BN ſeu AM ad DE & DE ad BO. Quarum AM ad DE eadem eſt quæ AL ad LE: & DE ad BO eadem quæ EC ad BC. Ergo ratio BN ad BO componetur ex rationibus AL ad LE & EC ad BC, hoc eſt, ex rationibus AL ad BC & EC ad EL. Unde ſi viſibile longinquum fuerit, quia tunc ratio EC ad EL eſt æqualitatis, ſupererit ſola ratio AL ad BC, quæ erit apparentis magnitudinis ad veram. Eſt autem AL foci diſtantia lentis A, quippe æqualis AG; & BC foci diſtantia lentis B.

Quando autem punctum K incidit in centrum lentis A, quod contingit quando oculus C ita poſitus eſt, ut ſumpta duabus, CH, CB tertia proportionali CK, ea æquetur diſtantiæ CA; etiam punctum L eodem incidet, ratioque magnitudinis apparentis ad veram componetur tantum ex rationibus HB ad HC & EC ad EL, quia ratio tertia AG ad GK jam eſt æqualitatis. Et hæc quidem oculi diſpoſitio utilis eſt in teleſcopiis ac microſcopiis, quia magna rei viſæ pars uno intuitu ſic percipitur, totam lentem B complente imagine, etiam ſi lentis A minima fuerit apertura.

Quandocunque autem foco G lentis A cadente inter ipſam lentemque B, diſtantia GB æqualis erit BH, qua diſtat a lente B focus ſuus H: erit ratio apparentis ad veram magnitudinem rei longinquæ, ubicunque oculus C in axe lentium ponatur, ea quæ AG ad GB, hoc eſt ea quæ foci diſtantiarum lentis exterioris atque interioris ſive oculo proximæ. Sicut ante in compoſitione



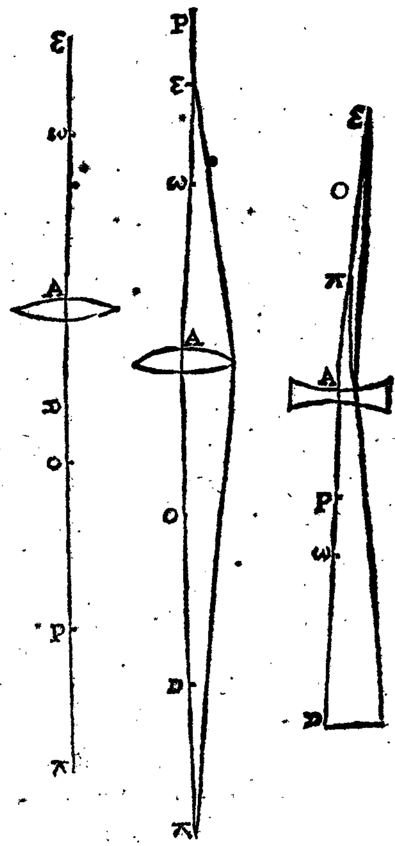
lentis convexæ cum cava oſtenſum eſt. Demonſtratio enim eadem quæ illic habetur etiam huic caſui accommodata eſt. Hæc vero ordinaria eſt teleſcopii ex duabus convexis diſpoſitio, qua nempe fit ut, qui nullo viſus vitio laborant, res remotas diſtincte contueantur.

De cætero utrum erecto ſitu an everſo viſibile ſpectetur, ex figuris cujuſque caſus hic quoque manifeſtum eſt. Nempe ubi puncta N & D reperiuntur ad eandem par-

partem axis AB, erectum ſpectabitur viſibile; ubi vero ad contrarias axis partes inverſum erit, atque apparet utrumque horum variis caſibus contingere poſſe, de quibus ſigillatim inquirere operæ pretium non eſt. Cum eadem omnia etiam poſtea abſque tot compoſitarum rationum ambagibus oſtenſuri ſimus.

PROPOSITIO XL.
Theorema.

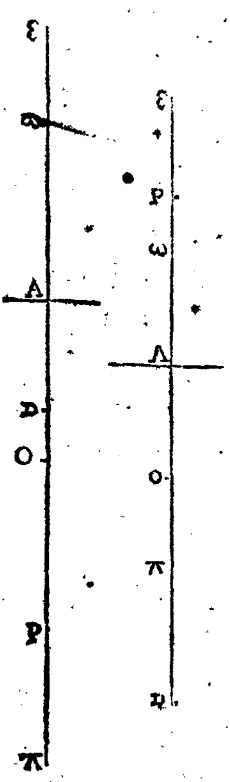
Si per lentes quotlibet viſibile conſpiciatur, iiſque manentibus oculus & viſibile viciſſim loca permutent. Eâdem hoc quâ prius magnitudine apparebit.



Esto primum lens unica A, poſita inter oculum in D & viſibile in E. dico ſi oculus tranſeat in E & viſibile in D, lente A non mota, quod eadem ſic magitudine ſpectabitur, atque cum oculus erat in D & viſibile in E.

Sit enim O focus lentis A ſeu punctum quo pertinent radii paralleli venientes a partibus E. Et duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP ſumta verſus O. Eſt igitur punctum

p oculo in b conjugatum. Qua propter per Propoſ. XXXVI. aut XXXVII. aut XXXVIII. oculo in D conſtituto ratio magnitudinis apparentis ad veram viſibilis in E, erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ad EP. Per hæc eadem, cum oculus ponetur in E & viſibile in D, ſumta Aω æquali AO, & duabus Eω, EA tertia proportionali Eπ, erit ratio magnitudinis apparentis ad veram viſibilis in D, compoſita ex rationibus Aω ad ωE & ED ad Dπ.



Itaque cum utraque poſitione vera magnitudo ſit prorſus eadem, oportet oſtendere rationem magnitudinis apparentis ad veram utrobique eandem eſſe. Hoc eſt rationem compoſitam ex rationibus AO ad OD & DE ad EP, quæ eſt ratio rectang. AO, DE ad rectang. OD, EP eſſe eandem rationi compoſitæ ex rationibus Aω ad ωE & ED ad Dπ, hoc eſt rationi rectang. Aω, ED ad rectang. ωE, Dπ. Atqui priores termini rationum ſunt æquales, hoc eſt, rectang. AO, DE æquale rectang. Aω, DE, quoniam AO æqualis Aω; Ergo opus tantum eſt oſtendere, quod rectang. OD, EP æquale rectang. ωE, Dπ. Quia ergo DO ad DA ut DA ad DP, erit & DO ad OA ut DA ad AP; & permutando OD ad DA ut OA ſive ωA ad AP; quare & OD ad OA ut ωA ad ωP. Rurſus cum ſit Eω ad EA ut EA ad Eπ erit Eω ad ωA ut EA ad Aπ, & permutando Eω ad EA ut ωA ſive OA ad Aπ, quare & Eω ad ωA, ut OA ad

ad Oπ. Erat autem ut ωA ad ωP ita OD ad OA. Ergo ex æquali in perturbata proportione erit Eω ad ωP ut OD ad Oπ. Ideoque & Eω ad EP ut OD ad Dπ. Quare rectang. Eω, Dπ æquale rectang. EP, OD, quod erat oſtendendum.

De ſitu vero, quod ſimilis utraque poſitione appareat, id quidem ſi lens cava ſit manifeſtum eſt. Quoniam omnia per hanc ſpectanti erecta apparent per Prop. XXXVIII. In convexa autem oſtendetur hoc modo.

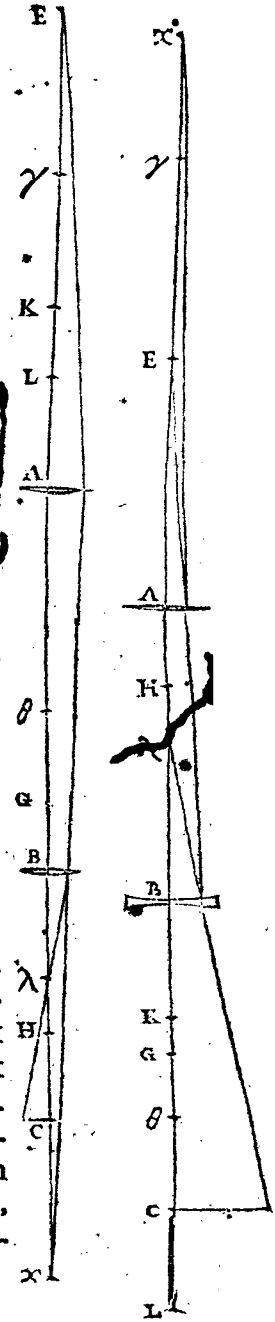
Primum, ſi oculus in D inter A & O ſitus fuerit erectum conſpicit viſibile in E quæcunque fuerit AE diſtantia per Prop. XXXVI. Et viciſſim tranſlato oculo in E, viſibili in D, cadet punctum oculo conjugatum π ultra D quoniam in continua ſunt proportione Eω, EA, Eπ ideoque πA major quam Aω ſive AO. Ergo viſibile in D ex E ſpectabitur erectum, ſicut in E ex D.

Rurſus poſito oculo in D extra AO, cadet punctum conjugatum P ad alteram lentis partem. Et ſi quidem viſibile in E inverſum ſpectatur ex D, fit hoc quia E ſitum eſt ultra P. Tunc vero quia puncto P conjugatum eſt D (eſt enim conjugatio reciproca) & diſtat punctum E ulterius a lente quam P, cadet punctum ipſi E conjugatum quod eſt π, citra D. Ideoque ex E videbuntur quæ in D ſunt ſitu everſo, ſicut ex D quæ in E. Quod ſi punctum ipſi D conjugatum ulterius a lente abſit quam E, hoc eſt, ſi viſibile in E oculo in D ſpectatum fuerit erectum, cadet ſimili ratione punctum π ipſi E conjugatum ultra D, atque id circo erectum tunc conſpicietur viſibile in D ex E, ſicut & in E poſitum ſpectabatur ex D. Quæ quidem erant oſtendenda.

Proponantur nunc lentes duæ A & B, ſitque viſibile in E ſpectatum oculo in C. Dico eâdem magnitudine ſpectatum iri ſi oculus in E ponatur & viſibile in C. Sit enim lentis A focus G & H lentis B, & oculo in C conju-

jugatum punctum K, pertinens ad lentem B, ut ſint videlicet in continua proportione CH, CB, CK. Item puncto K conjugatum punctum ſit L pertinens ad lentem A, ut ſint in continua proportione KG, KA, KL. Itaque cum ex C conſpicitur viſibile in E poſitum, ratio apparentis ad veram magnitudinem eſt ea quæ componitur ex rationibus HB ad HC, AG ad GK & EC ad EL ut oſtenſum fuit Propoſ. XXXIX. Similiter poſito oculo in E & viſibili in C, & notato γ in foco lentis A & θ in foco lentis B; & puncto $\varkappa$ ipſi E conjugato ad lentem A, ut ſint in contin. Prop. Eγ, EA, E$\varkappa$, & puncto λ conjugato ipſi $\varkappa$ ad lentem B, ut ſint in contin. Prop. $\varkappa\theta$, $\varkappa$B, $\varkappa\lambda$. Componetur magnitudinis apparentis ad veram ratio, ex rationibus Aγ ad γE, Bθ ad $\theta\varkappa$ & CE ad Cλ. Eſt autem vera magnitudo utraque poſitione eadem. Igitur oſtendendum quod compoſita ex tribus hiſce rationibus eadem eſt compoſitæ ex tribus illis. Eſt autem ratio ex prioribus tribus compoſita quæ ſolidi ex HB, AG, EC ad ſolidum ex HC, GK, EL. At ratio ex tribus poſterioribus, ea quæ ſolidi ex Aγ, Bθ, CE ad ſolidum ex γE, $\theta\varkappa$, Cλ. Eſtque ſolidum ex HB, AG, EC æquale ſolido ex Aγ, Bθ, CE, quum lineæ ſingulæ ſingulis ſint æquales,

nem-



nempe HB ipſi Bθ, & AG ipſi Aγ & CE utrimque eadem. Igitur opus tantum erit oſtendere quod ſolidum ex HC, GK, EL æquale ſit ſolido ex γE, θκ, Cλ. Id vero ſic oſtendemus. Quoniam eſt CH ad CB ut CB ad CK, erit & CH ad CB ut HB ſive Bθ ad BK, ideoque ut CH ad HB ita quoque Bθ ad θK. Similiter cum ſit κθ ad κB, ut κB ad κλ, erit κθ ad κB ut θB ſive BH ad Bλ, ideoque κθ ad Bθ ut BH ad Hλ. Erat autem Bθ ad θK ut CH ad BH. Igitur ex æquo in prop. perturbata, erit κθ ad θK ut CH ad Hλ. Quare & θκ ad κK ut CH ad Cλ & permutando θκ ad CH ut κK ad Cλ. Rurſus quoniam Eγ ad EA ut EA ad Eκ, erit Eγ ad EA ut γA ſive AG ad Aκ, ideoque ut Eγ ad γA ita AG ad Gκ. Similiter quia KG ad KA ut KA ad KL, erit KG ad KA ut GA ſive γA ad AL, ideoque ut KG ad AG ita γA ad γL: & erat AG ad Gκ ut Eγ ad γA: Ergo ex æquo in perturbata prop. erit KG ad Gκ ut Eγ ad γL. Quare & KG ad Kκ ut Eγ ad EL, & permutando & invertendo Eγ ad KG ut EL ad Kκ. Ratio autem EL ad Cλ componitur ex rationibus EL ad Kκ, & Kκ ad Cλ; quarum EL ad Kκ eadem eſt quæ Eγ ad KG; altera vero Kκ ad Cλ eadem quoque oſtenſa fuit, quæ θκ ad CH. Ergo ratio EL ad Cλ componetur ex rationibus Eγ ad KG & θκ ad CH, ac proinde eadem erit quæ rectang. ſub Eγ, θκ ad rectang. ſub KG, CH. Ideoque ſolidum ſub EL, KG, CH æquale erit ei quod ſub Cλ, Eγ, θκ. quod erat oſtendendum.

Propoſitis vero tribus pluribuſve lentibus demonſtratio ad præcedentium ſimilitudinem conſcribi poterit.

Per hæc igitur quando de apparente viſibilium magnitudine & ſitu inquirere volemus; itemque an diſtin-

ſta futura ſit viſio; hæc tria ſimul cognoſcere poterimus, ſi eo modo rationem ineamus ac ſi viſibile in oculi loco fuerit conſtitutum & hic viciſſim in illius locum ſucceſſerit. Omnia enim ex progreſſu flexuque radiorum facile apparent. Ut ex. gr. in fig. propoſit. quum Radii ex ſingulis punctis E viſibilis promanantes poſt refractionem in lente A pertineant ad punctum *x*; deinde vero poſtquam lentem B tranſierint, ad punctum λ, facile hinc colligetur utrum oculo in C diſtincta ſit futura viſio an ſecus.

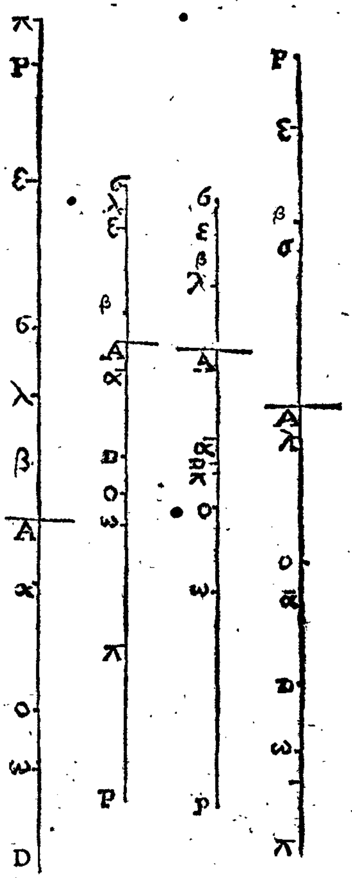
PROPOSITIO XLI.

Theorema.

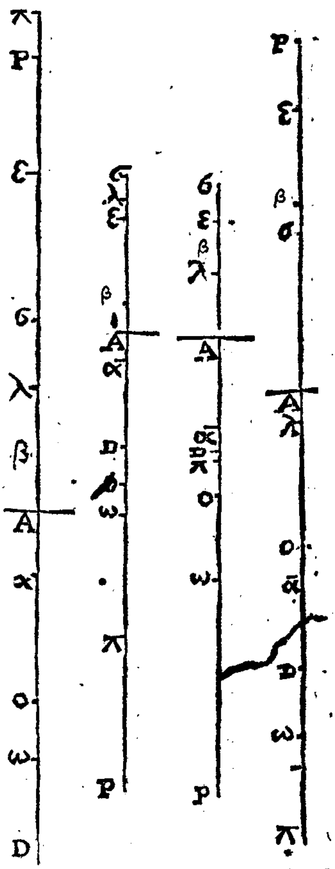
Manente oculo & viſibili, quocunque loco inter utrumque lens convexa ſtatuatur cujus foci diſtantia major ſit quarta parte intervalli quod inter oculum & viſibile, erectum hoc conſpicietur; Et maximum tunc apparebit, cum medio loco inter viſibile & oculum lens ſtatuetur. Si vero foci a lente diſtantia dicti intervalli quarta parte minor fuerit, etiam inverſum quandoque viſibile conſpicietur; eritque inverſarum ſpecierum minima, cum lens medium intervalli locum tenebit.

Poſitus eſto oculus in D, viſibile in E, & lens convexa quovis loco inter utrumque ut in A, focus autem lentis ſit O, & diſtantia AO primum major quarta parte intervalli DE. Oſtendendum eſt imprimis quod vi-

viſibile in E erectum conſpicietur. Hoc autem uno caſu manifeſtum eſt, ſcilicet ſi tam propinqua oculo lens collocetur, ut is inter ipſam & focum conſiſtat per Theorem. prop. XXXVII. At cum ulterius ab oculo diſtabit ſic demonſtrabitur. Sit oculus in D punctum conjugatum P, faciendo nimirum ut duabus DO, DA ſit tertia proportionalis DP. & ſumatur ipſi AO æqualis Aσ. Ergo quoniam DO ad DA ut DA ad DP, erit & DO ad DA ut OA ſive Aσ ad AP, quare & DO ad OA ut Aσ ad σP; itaque DO & σP ſimul ſunt non minores duabus ſimul OA, Aσ. Sed hæ duæ ſimul majores ſunt dimidia DE, cum ſint ſingulæ quarta parte majores, ergo additis OD & σP, erit tota DP major quam DE. Ergo punctum oculo conjugatum P cadit ultra viſibile in E, ideoque erectum hoc ſpectari neceſſe eſt per Theor. prop. XXXVII.



Porro demonſtrandum quod cum locus lentis intervallum DE bifariam dividit maximum apparebit viſibile in E. Sit igitur A medium inter D & E, ubi primo lens conſtituta ſit, deinde & alio quovis loco in α poſita intelligatur, oculo D propinquior; vel in β tantundem ab oculo remotior. Quod ſi igitur poſita lente in



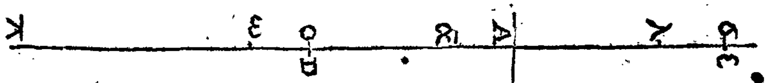
in α oſtendatur minus apparere viſibile quam eadem poſita in A; etiam poſita in β, minus apparebit ex prop. XL. præc. quia nempe tranſponenda lente ex α in β idem fit ac ſi ipſa manente in α, oculus & viſibile invicem loca D & E permutent. Horum vero prius iſtud ſic oſtendemus. Sit ω punctum focus lentis in α poſitæ, & ſumatur αλ æqualis αω, ſitque oculo in D conjugatum punctum π ad lentem in α pertinens, poſita nimirum duabus Dω, Dα tertia proportionali Dπ. Itaque ſpectando viſibile per lentem in A, ratio apparentis ad veram magnitudinem erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ad EP, per prop. XXXVI. XXXVII. & inſpiciendo per lentem in α ratio magnitudinis apparentis ad veram componetur ex rationibus αω ad ωD & DE ad Eπ. Eſt autem vera magnitudo poſitione utrâque eadem, quoniam oculus & viſibile manere dicuntur; Itaque oſtendere oportet majorem eſſe rationem compoſitam ex rationibus AO ad OD & DE ad EP quæ eſt rectang. AO, DE ad rectang. OD, EP; quam compoſitam ex rationibus αω ad ωD & DE ad Eπ, hoc eſt, quam rationem rectang. αω, DE ad rectang. ωD, Eπ. Priores autem

ra-

rationum termini æquales ſunt, rectang. ſcilicet A O, D E, rectang. $\alpha\,\omega$, D E, quoniam A ω æqualis A O. Ergo oſtendendum quod rectang. O D, E P minus eſt rectang. ω D, E π. Quoniam igitur A D æqualis A E & A O æqualis A σ, erit & O D æqualis σ E. Item quia A O æqualis $\alpha\,\omega$ demtâ vel additâ communi α O erit α A æqualis O ω. Eadem ratione erit $\lambda\,\sigma$ ipſi A α æqualis, ac proinde quoque ipſi O ω. Quoniam ergo paulo ante oſtenſum fuit quod D O ad O A ut A σ ad σ P erit rectang. D O, σ P æquale rectang. O A, A σ, hoc eſt, quadr. O A. Et eſt rectang. D O, σ E æquale quadr. O D, quia σ E æqualis oſtenſa eſt ipſi D O. Itaque exceſſus rectang. D O, σ P ſupra rectang. D O, σ E hoc eſt, rectang. D O, E P æquale exceſſui quadr. A O ſupra qu. O D. Etenim manifeſtum eſt quod A O excedit O D; quoniam A O major eſt quarta parte totius E D; ideoque major dimidiâ A D. Et manifeſtum quoque quod rectang. D O, σ P excedit rectang. D O, σ E, nam ſi O cadit inter A, D, cadet σ inter A, E; & P ante lentem ultraque viſibile in E, quoniam erectum conſpici oſtenſum fuit. Rurſus cum D inter A, O, etiam E inter A, σ, & P cadit poſt lentem. Semper ergo his caſibus E inter σ & P ſitum eſt, unde major σ P quam σ E, & proinde rectang. O D, σ P excedit rectang. O D, σ E. Porro quoniam D ω ad D α ut D α ad D π, etiam D ω ad D α ut $\omega\,\alpha$ ſive $\alpha\,\lambda$ ad $\alpha\,\pi$, unde & D ω ad $\omega\,\alpha$ ut $\alpha\,\omega$ ad $\lambda\,\pi$, Ergo rectang. D ω, $\lambda\,\pi$ æquale qu. $\omega\,\alpha$. Eſt autem in primo & ſecundo caſu rectang. ω D, E π æquale exceſſui rectang. ω D, $\lambda\,\pi$ ſupra rectang. ω D, λ E. Ergo idem rectang. ω D, E π æquale exceſſui quadrati $\omega\,\alpha$, h. e. qu. O A ſupra rectang. ω D, λ E. In tertio autem & quarto caſu rectang. ω D, E π æquale duobus ſimul rectang. ω D, $\lambda\,\pi$ & rectang. ω D, λ E; Ergo hic idem rectang ω D, E π æquale eſt rectang ω D, λ E cum qu. $\omega\,\alpha$

 hoc

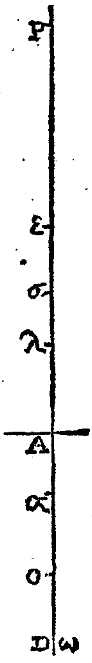
hoc eſt, cum qu. OA. Oſtenſum autem quod rectang. DO, EP æquale exceſſui quadr. OA ſupra qu. OD. Apparet itaque in 3. & 4. caſu quod rectangulo ωD, Eπ minus eſt rectangulum DO, EP, quod erat demonſtr. In 1. autem & 2. caſu ſeparatim idem oſtendetur hoc modo. Quoniam in 1. eſt Dω minor quam DO, erit major ratio ωO ad Dω quam ωO ad DO, hoc eſt, quam σλ ad σE. Oſtenſum enim quod DO 2|2 Eσ. quodque Oω 2|2 σλ. Itaque componendo major ratio OD ad Dω quam λE ad Eσ. Quare majus erit rectang. OD, Eσ h. e. qu. OD quam rectang. Dω, λE. Unde minor eſt exceſſus quad. AO ſupra quad. OD, quam ejuſdem qu. AO ſupra rectang. Dω, λE. Erat autem priori horum exceſſuum æquale rectang. OD, EP. Alteri vero æquale rectang. ωD, Eπ. Ergo illud quam hoc minus eſt. In ſecundo autem caſu, quoniam Dω major eſt quam DO, erit major ratio Dω ad Oω quam DO ad Oω. h. e. quam σE ad σλ. Proinde per converſionem rationis erit minor ratio ωD ad DO quam σE ad Eλ, ideoque rectang. DO, Eσ h. e. qu. DO majus rectang. ωD, Eλ: Unde reliqua ſimiliter concludemus ut in caſu præcedenti. Nempe, quod rectang. OD, EP minus eſt rectangulo ωD, Eπ. Quod demonſtrare oportebat.



Quinto autem caſu cum O incidit in D, etiam σ cadit in E. Et tum quidem per lentem in A poſitam inſpiciendo apparentis magnit. ad veram ratio eſt ea quæ ED ad DA per prop. XXXVI. hoc eſt, dupla. At inſpiciendo, per eandem tranſpoſitam in α, dicta ratio ut antè, eſt ea quæ rectang. αω, DE ad rectang. ωD, Eπ. Eſt autem hic rectang. αω, DE æquale duplo qu.

αω,

αω, quia DE dupla AO, vel αω. Eſt & rectang. ωD, Eπ æquale rectang. ωD, λπ una cum rectang. ωD, λE, quorum ſolum rectang. ωD, λπ oſtenſum fuit æquale qu. αω. Itaque rectangulum αω, DE minus eſt quam duplum rectang. ωD, Eπ. Et minor proinde jam ratio apparentis ad veram magnitudinem quam dupla; qualis erat poſita lente in A.



Denique ſi ω incidat in D, erit ratio augmenti poſitâ lente in A, ut in præcedentibus, ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ſive ωE ad EP. at lente poſitâ in α ratio augmenti erit ea, quæ Eω ad ωα per prop. XXXVI. Componitur autem ratio Eω ad ωα ex rationibus Eω ad EP & EP ad ωα, quarum EP ad ωα minor eſt quam AO ad OD. Nam oſtenſum fuit in præced. quod Pσ ad σA ſeu ωα ſicut AO ad OD; & eſt PE minor quam Pσ quia E cadit inter P & σ, ut oſtenſum itidem eſt ſuperius. Itaque compoſita ex rationibus Eω ad EP & EP ad ωA minor eſt compoſitâ ex rationibus ωE ad EP & AO ad OD. Hoc eſt ratio augmenti poſita lente in α minor quam cum eadem ponitur in A.

Eſto nunc diſtantia AO quæ eſt inter lentem & focum minor quarta parte intervalli DE, quod inter viſibile & oculum. Itaque primum oſtendere oportet quod lens eo loco poni poteſt ut inverſum conſpiciatur viſibile. Quoniam ergo AO minor eſt quartâ parte DE, ſuperabitur rectang. ſub AO, DE à ¼ quadrati DE hoc eſt a rectang. DAE certo exceſſu. Ponatur autem Aα cujus quadr. iſto exceſſu minus ſit, & conſtituatur lens in α. dico inverſam exhibitum iri viſibilis in E ſpeciem. Sint e-

nim

nim reliqua conſtructa, ut in caſibus prioribus. Quia igitur D E bifariam æqualiter ſecta eſt in A & inæqualiter in α, erit quadr. A α æquale exceſſui rectang. D A E ſupra rectang. D α E: Idem vero quadratum A α minus eſt exceſſu rectang. D A E ſupra rectang. ſub D E, A O ex conſtr. Itaque hic exceſſus quam ille major eſt, ideoque rectang. ſub D E, A O minus erit rectang. D α E. Quare minor ratio D E ad E α quam α D ad A O ſeu α ω. Et per converſionem rationis major ratio E D ad D α quam α D ad D ω. Sed eſt π D ad D α ut α D ad D ω. Ergo π D minor eſt quam E D. Eſt autem π punctum oculo in D conjugatum ad lentem in α. Itaque per prop. XXXVII. inverſum apparere neceſſe eſt viſibile. quod erat oſtendendum. Poterat ergo & ultra medium A lens conſtitui ut inverſam ſpeciem exhibeat, tanto quidem intervallo, quanto citerior eſſe poteſt; idque conſtat per XL.



At in ipſo A medio conſtitutam inverſa quoque viſui offerre ſic fiet manifeſtum. Quoniam ſcilicet in continua ſunt proport. D O, D A, D P; eſtque D O major dimidiâ D A, quia A O eſt minor dimidia D A, erit & D A major dimidia D P, ideoque D P minor quam D E. Eſt autem P punctum oculo conjugatum ad lentem in A. Ergo & hic inverſum exhibet viſibile in E poſitum.

Supereſt ut oſtendatur minus ſpectari viſibile per lentem in A medio poſitam, quam per eandem in α. De quo conſtabit ſi contra quam in præcedentibus oſtenſum fuerit quod rectang. O D, E P majus eſt rectang. ω D, E π. Quum igitur hîc cadat P inter σ & E erit rectang. O D, E P æquale exceſ-

ſui

ſui rectang. O D, σ E ſupra rectang. O D, σ P, hoc eſt exceſſui qu. O D ſupra qu. O A; nam rectang. O D, σ E ſuperius æquale oſtenſum fuit qu. O D, & rectang. O D, σ P æquale qu. A O. Rectang. verò ω D, E π, æquale erit exceſſui rectang. ω D, λ E ſupra rectang. ω D, λ π; hoc eſt, exceſſui rectang. ω D, λ E ſupra qu. A O, nam oſtenſum quoque fuit, quod rectang. ω D, λ π æquale qu. α ω ſive A O. Eſt autem qu. O D majus rectang. ω D, λ E, nam hoc eodem modo oſtenditur, quo in caſuum præcedentium primo; Ergo exceſſus qu. O D ſupra qu. O A, hoc eſt, rectang. O D, E P majus eſt exceſſu rectang. ω D, λ E ſupra quadr. O A, hoc eſt, rectangulo ω D, E π: quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Manente oculo & viſibili, ſi lens cava inter utrumque conſtituatur, quò propinquior erit loco inter oculum & viſibile medio, eo minorem hujus ſpeciem efficiet; & minimam omnium cum medium tenebit ipſum.

Esto viſibile in E poſitum; oculus in D, ſitque punctum M intervalli D E medium; Et primum lens cava conſtituatur in A inter M & D, deinde autem in α, inter A, D ita ut diſtantia α M major ſit quam A M. Oportet oſtendere quod minor erit ſpecies viſibilis in E per lentem in A ſpectati, quam per eandem in α. Sit O punctum diſperſûs lentis in A. Sed ω cum eſt in α. Et omnia ſimiliter conſtruantur ac in theorem. præcedenti. Itaque eâdem argumentandi ratione devenietur eo, ut oſtendere oporteat rectang. O D, E P majus eſſe rectang. ω D, E π, cum illic oſtenſum fuerit minus.

Quia ergo D A minor eſt quam A E, & A O æqualis A σ; Erit utraque ſimul D A, A O hoc eſt D O minor utrâque A E, A σ, hoc eſt E σ. Tres autem hæ A α, O ω, σ λ manifeſtò inter ſe ſunt æquales, ſicut & in præcedentibus. Itemque rectang. D O, σ P & rectang. ω D, λ π, ut illic, ſingula æqualia qu. A O. Eſt autem hic exceſſus rectang. O D, σ E ſupra rectang. O D, σ P æqualis rectang. O D, E P: & exceſſus rectang. ω D, λ E ſupra rectang. ω D, λ π æqualis rectang. ω D, E π. Ergo oſtendendum eſt quod exceſſus ille quam hic major eſt; quod erit manifeſtum, ſi oſtendatur rectang. O D, σ E majus rectang. ω D, λ E. cum rectang. O D, σ P & ω D, λ π inter ſe æqualia dicta ſint. Quia ergo D ω minor eſt quam D O, erit major ratio O ω ad ω D quam O ω ad O D. Sed hæc etiam major eſt quam σ λ ad σ E; nam dictum eſt quod σ λ æqualis O ω: quodque σ E major quam D O. Ergo major ratio O ω ad ω D quam σ λ ad σ E. Et componendo, major O D ad D ω quam λ E ad E σ. Quamobrem majus quoque rectang. O D, E σ, rectangulo D ω, λ E, quod reliquum erat oſtendere.



Quod ſi vero ipſi M A intervallo ad alteram partem puncti medii M æquale ſumatur, ac in eo lens conſtituatur. Eâdem magnitudine cernetur viſibile atque per lentem in A, ut oſtenſum eſt propoſ. XL. Proinde conſtat tanto exilius conſpici quanto propior erit lens puncto medio M. Ex quo denique manifeſtum eſt, minimum conſpici viſibile cum in ipſo M puncto lens conſtituitur. Quæ fuere demonſtranda.

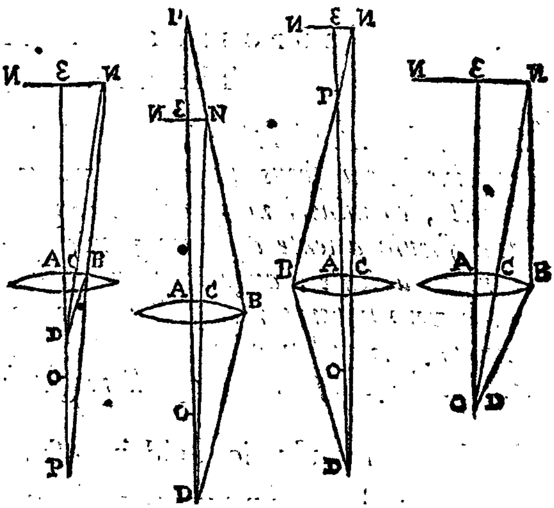
PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Manente diſtantia oculi a lente convexa, ſi inter lentem & focum oculus ſitus ſit, quo magis viſibile removebitur eo minori conſpicietur magnitudine. Si vero ultra focum oculus a lente diſtet, abſcedens viſibile augebitur, quamdiu erectum apparet; inde vero ſi porro removeatur decreſcet inverſa imago. Quod ſi in foco lentis conſtitutus fuerit oculus, quacunque viſibilis a lente diſtantiâ, eâdem ſemper magnitudine cernetur.

Ponantur quæ in præcedenti prop. XXXVI & XXXVII; (nempe in qua de augmento unius lentis convexæ.) Primum itaque quoniam oculo citra focum a lente diſtante, punctum conjugatum P cadit poſt lentem & oculum, manifeſtum eſt quo magis viſibile NN removebitur, eo minorem fore AB; recta enim ducta eſt NBP. Verum DA diſtantia oculi a lente eadem manere ponitur; ergo minuitur angulus ADB recedente viſibili, quapropter minui ſpeciem ejus neceſſe eſt.



Oculo autem ultra focum remoto, quoniam punctum P cadit ante lentem, apparet quandiu viſibile NN erectum ſpectatur, hoc eſt, quamdiu non ultra P diſtat; tanto majorem fore AB quanto propius ad P viſibile acceſſerit. Ergo tanto major quoque fiet angulus ADB, quia diſtantia AD non mutatur.

Sed poſtquam everſo ſitu ſpectari ceperit, remotum videlicet ultra punctum P, quanto ulterius ibit, tanto minor fiet AB, ideoque & angulus ADB.

Poſito autem oculo in foco lentis ipſo, nullum inveniri punctum conjugatum diximus, ſed rectam duci NB axi EA parallelam. Igitur quacunque viſibilis diſtantia æquè magna eſt AB, ideoque & angulus ADB. Quare eâdem ubique magnitudine viſibile conſpicietur. Quæ fuere demonſtranda.

PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

Manente diſtantia lentis ab aſpectabili, ſi fuerit hoc lenti propius quam focus ſuus; quo magis oculus a lente diſtabit, eo minori magnitudine conſpicietur. Si vero ultra focum a lente diſſitum fuerit aſpectabile removendo oculum a lente, augebitur quandiu erectum apparebit. Inde vero ſi porro receſſerit oculus, everſa ſpecies diminuetur. Quod ſi ad focum lentis ſitum ſit, quacunque oculi a lente diſtantia, æquali magnitudine conſpicietur.

Cujus demonſtratio evidens eſt, ſi id quod prop. XL. de permutatione loci mutua inter oculum & rem viſam dictum fuerit, applicetur Theoremati.

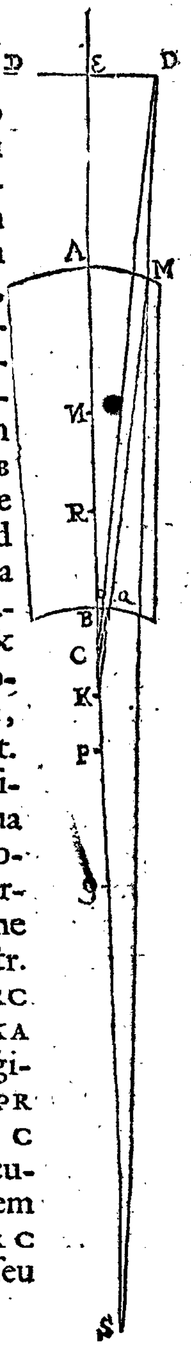
PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Si loco conſpicilli duarum lentium, ejuſmodi adaptetur ex ſolido materiæ diaphanæ fruſto, cujus altera ſuperficies convexa ſit, altera cava, eâdem proportione viſibilia augebit longinqua, atque conſpicillum duarum lentium. Scilicet augmenti ratio ea erit, quæ diſtantiæ ſuperficiei convexæ a foco ſuo ad diſtantiam foci a cava, cui oculus admotus fuit.

Eſto talis ſpecilli continui ſuperficies convexa AM, ex ſphæra cujus N centrum. Superficies vero BQ cava centro P; Et focus ſuperficiei AM ſeu concurſus parallelorum ſit G punctum; at R punctum diſperſus ſuperficiei BQ radiorum parallelorum qui intra ſolidum feruntur. Porro viſibile longinquum ſit DED. Itaque oſtendendum cum oculus ſuperficiei B applicabitur ea proportione viſibile DED augeri, quam habet AG ad GB.

Ponatur prius oculus in C non adhuc ſuperficiei BQ prope admotus, & tribus hiſce CR, CP, CB ponatur quarta proportionalis CK, ſecundum prop. XII. p. 5. Ergo quoniam radii ex C puncto ſi egrederentur, refracti in ſuperf. BQ pertinerent ad punctum K, ideo viciſſim qui intra diaphani ſoliditatem ita feruntur, ut tendant ad K, pertinebunt poſt refractionem in ſuperficie B ad punctum C. Eadem ratione ſi tribus hiſce KG, KN, KA collocetur quarta proportionalis KS, fiet ut radii ad punctum S tendentes refractique in ſuperficie AM tendant ad punctum K. Jungatur DS ſecans ſuperficiem AM in M, deinde MK ſecans ſuperficiem BQ in Q, & connectantur QC. Recta vero DC ſecet ſuperficiem BQ in



O. Itaque radiorum ex puncto viſibilis D is, qui ſecundum rectam DM, flectetur ab M verſus K, ſed iterum refractus in Q perveniet ad oculum in C. Quare conſtat in puncto Q ſuperficiei BQ ſpectari punctum D: quod ſpectaretur in O ſi loco ſpecilli, una tantum ſuperficies B poneretur refractionis expers. Eſt igitur ratio magnitudinis apparentis ad veram oculo in C conſtituto, ea quæ QB ad OB. Ratio autem QB ad OB compoſita eſt ex rationibus QB ad MA; & MA ad ED; & ED ad OB, quæ ſunt eædem rationibus KB ad KA; SA ad SE; & EC ad BC. Et eſt ratio compoſita ex rationibus SA ad SE & EC ad BC eadem compoſitæ ex rationibus SA ad BC & EC ad SE. Itaque ratio QB ad OB componetur ex rationibus KB ad KA, SA ad BC, & EC ad ES; ratio autem compoſita ex rat. KB ad KA & SA ad BC eſt eadem compoſitæ ex rat. KB ad BC & SA ad KA, reliqua vero EC ad ES eſt ratio æqualitatis, quoniam viſibile DED longinquum ponitur. Ergo ratio QB ad OB compoſita eſt ex ratione KB ad BC & SA ad KA. Quia vero ex conſtr. eſt CR ad CP ut CB ad CK, erit PR ad RC ut KB ad BC. Item quia KG ad KN ut KA ad KS, erit NG ad GK ut SA ad AK. Igitur ratio QB ad OB componetur ex rat. PR ad RC & NG ad GK, oculo adhuc in C conſtituto. Cum vero ſuperficiei BQ oculus contiguus ponetur cadet C in B, item K in B, quare tunc erit ratio PR ad RC ſeu

ſeu R B eadem quæ eſt refractionis, ac proinde eadem rationi A G ad N G. Ratio vero NG ad GK erit NG ad GB. Ergo tunc ratio QB ad OB, quæ eſt ratio magnitudinis apparentis ad veram erit compoſita ex rat. A G ad NG, & NG ad GB, hoc eſt, erit ea quæ AG ad GB; quod erat demonſtr.

Oportet autem ſuperficiem B N certa ratione cavam eſſe ſi diſtincta viſio requiritur. Nam alioqui etſi magis minuſve cava eſſet, aut plana aut convexa quoque, idem prorſus contingeret augmentum, ſi modo oculus prope admotus ponatur. Nam ſemper eadem demonſtratione oſtendetur magnitudinis apparentis ad veram, eſſe rationem eandem, quæ AG ad GB.

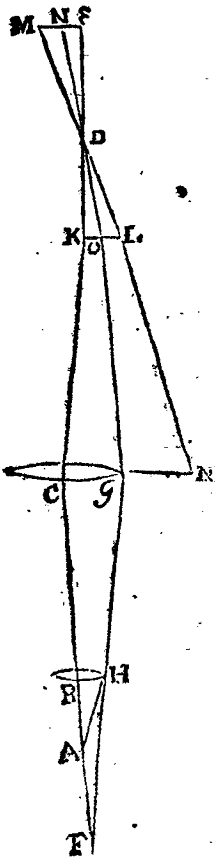
Hiſce vero nequaquam conſentiunt ea quibus Carteſius Teleſcopii inventum explicare contendit, ſimilem huic tubum proponens ſolidum. Vult enim cavam ſuperficiem ejuſmodi eſſe ut radios a ſingulis viſibilium punctis procedentes, & per ſuperficiem tubi exteriorem tranſmiſſos, ita inflectat ac ad oculum mittat; tanquam ſi a propioribus punctis advenirent: Et quam rationem habuerit diſtantia horum punctorum propinquiorum ad diſtantiam ipſius viſibilis, eandem reciproce magnitudinis apparentis ad eam quæ ſolis oculis perciperetur definit. Hoc autem quomodo verum ſit, quum ſenum oculis ea conveniat teleſcopii conſtitutio, ut radii convergentes aut certè paralleli ad oculum deferantur, non autem quaſi ex puncto aliquo propiori manantes. Et notum eſt tamen non minus ſenibus quam qui viſu pollent ſpecierum magnitudines multiplicari.

Porro illud quoque in eâdem Carteſii explicatione abſurdum, quod eam ob cauſam majora omnia videri ait, quoniam ex diverſis rei viſæ punctis venientes radii decuſſentur in exteriori convexa tubi ſuperficie, qui

tu-

tubo non adhibito ad pupillam oculi decuſſarentur; quoniam enim ſi plana aut concava eſſet loco convexæ ſuperficiei nihilominus decuſſatio ſimilis ibi contingeret, efficietur æquè etiam inverſo tubo majora omnia conſpici debere. Quod iis quæ ſuperius demonſtrata fuerunt atque ipſi adeo experientiæ adverſatur.

Propositio XLVI.



Diſpoſitis, in linea recta oculum & viſibile jungente, lentibus aut ſuperficiebus quotvis & quibuslibet, communem axem habentibus eandem lineam rectam, percipiet oculus poſt omnium refractiones aliquam viſibilis partem, etiamſi veluti ad punctum reductus fuerit, dummodo hoc punctum non ſit, quo poſt refractionem concurrunt radii a puncto viſibilis quod in axe eſt egreſſi.

Sit recta E E axis communis in quo oculus ad A punctum, lentes ad B & C. Inveniatur porro ex prop. XX. punctum F ad quod pertinentes radii ut G F flectantur refractione lentis B per H A ad punctum oculi A. Itemque inveniatur punctum D, ad quod pertinentes radii ut D G flectantur refractione lentis C in G F; ut pertineant ad punctum F, atque ita porro ſi plures fuerint lentes ſuperficiesve. Poteſt autem infinitè diſtare punctum F vel D, quibus caſibus axi paralleli fiunt radii G F vel D G.

Quod

Quod ſi jam viſibile ad punctum D poſitum eſſet, apparet oculum fore in puncto concurſus radiorum e puncto D venientium, eoque unum hoc viſibilis punctum tantummodo infinitè tunc expanſum cerni. Ponimus autem hic oculum eſſe extra hoc concurſus punctum. Ergo punctum D cadit vel ultra vel citra locum rei viſibilis, quæ nempe ſit in E vel K.

Quoniam igitur ita duci poteſt FHG ut quamlibet exigui fiant anguli ſinguli GFC, GDC, ſeu EDN; apparet effici poſſe, ut rectæ FHG, GDN non extra lentes B, C aberrent. Harum vero poſtrema GDN, neceſſario partem aliquam rectarum EM vel KL axi perpendicularium intercipiet, velut NE vel KO, quas oculus comprehendet angulo BAH. Itaque aliquam viſibilis partem cernet, quod erat dem.

Quod ſi infinitè diſtet punctum D, tunc DG axi parallela intercipiet rurſus partem rectarum EM vel KL. Si vero F infinite diſtat fit FG axi parallela, nec id quicquam in demonſtratione mutat.

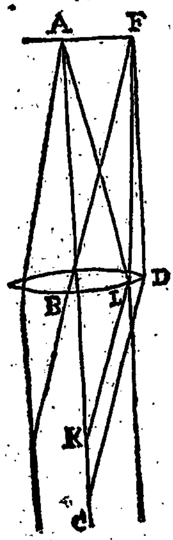
PROPOSITIO XLVII.

Si inter oculum & rem viſam quotlibet lentes aut ſuperficies diaphani interjaceant, & a puncto rei viſæ quod ſit in omnium axe communi manantes radii, trajectis iiſdem lentibus aut ſuperficiebus paralleli exeant; quocunque intervallo poſt ipſas oculus ſtatuatur, eadem apparebit rei viſæ magnitudo; idemque poſitus.

Sit axis communis quotlibet lentium vel ſuperficierum ſphæricarum ABC, res viſa linea AF, axi ABC perpendicularis in qua punctum F tam propinquum ſit ipſi A, ut oculo in K aut C, quibuslibet nempe duobus axis

punctis, collocato & ad punctum redacto, in conſpectum venire poſſit: hoc enim poſſibile eſſe ex prop. antecedente conſtat. Dico utroque oculi poſitu, eadem magnitudine apparituram lineam AF. Quum enim a puncto A manantes radii, trajectis interpoſitis diaphanis inter ſe fiant paralleli; etiam ab F puncto egreſſi inter ſe paralleli exibunt *; quorum DC ad oculum in C poſitum pergat, LK ad oculum poſitum in K. Quia igitur inter ſe paralleli ſunt radii DC, LK, æquales erunt anguli BKL, BCD, atqui oculo in K ſpectatur recta AF angulo BKL, oculo vero in C ſpectatur eadem AF angulo BCD. Ergo utrobique æquali angulo, ideoque pari magnitudine. Sed & ad eandem axis partem cadere apparet rectas CD, KL, cum ex punctis C, K parallelæ exeant. Ergo ſive ex C ſive ex K idem poſitus percipietur lineæ AF. Quæ erant dem.

* Per Prop. XXI.



DE

DE TELESCOPIIS.

Primum ac præcipuum eorum, quæ in hac refractionum doctrina tractantur, Teleſcopiorum eſt ratio; magni inprimis inventi, cujus præſtantiam pro dignitate nemo ſatis deprædicaverit. Ut enim utilitates cœteras prætercam, de quibus poſtea dicetur, quantum hoc eſt in cœleſtium contemplatione ad ea viam aperuiſſe, quæ nulla alia ratione inveſtigari poterant: Unde & rerum naturæ mirabilia multa patuerunt, & totius denique mundi conſtitutio, ut qua regione tellus hæc noſtra, noſque qui eam incolimus poſiti ſimus, multò quam ante certius, compertum comprobatumque ſit. Qua cognitione nihil mihi majus meliuſve hominum ſolertia perfectum eſſe videtur. Quod ſi quis tanta induſtria exſtitiſſet, ut ex naturæ principiis & Geometriæ hanc rem eruere potuiſſet, eum ego ſupra mortalium ſortem ingenio valuiſſe dicendum crederem. Sed hoc tam longe abeſt, ut fortuito reperti artificii rationem non adhuc ſatis explicare potuerint Viri doctiſſimi.

Sunt qui inventionis, ſed, uti dixi, fortuitæ, primæ laudem Jacobo Metio Batavo Alcmariæ civi tribuant. Mihi vero certo compertum eſt ante ipſum teleſcopia fabricaſſe Artificem quendam Medioburgenſem apud Selandos circa annum hujus ſæculi nonum, ſive is, fuerit cujus Sirturus meminit, Joh. Lippersheim nomine, ſive cui Borellus in libello de vero Teleſcopii repertore primas defert, Zacharias. Hi tunc non majores ſeſquipedalibus tubos factitabant. Utroque vero multo prior rudimenta artis tradiderat Joh. Bapt. Porta Neapolitanus, cujus exſtant de rebus Dioptricis, & Magia Na-

turali libri; totis 15. annis ante editi quam in Belgio noſtro teleſcopia exorirentur. In quibus libris de ſpecillis (ut vocat) ſuis memorat res procul poſitas quaſi propinquæ eſſent oſtendentibus, deque conjunctione cavarum & convexarum lentium. Nihil tamen magnopere eum profeciſſe, hoc ipſum probat, quod tanto tempore ars jam cœpta non ultra inclaruit, neque ipſe Porta quidquam in cœlo obſervavit eorum quæ poſtea apparuerunt. Hoc inde eſt quod caſui, fortuitiſque experimentis originem inventi deberi conſtat. Neque enim hic vir licet Mathematicarum aliquatenus gnarus reconditas rationes, quibus ars ea pro fundamentis utitur, comprehenderat, ut meditatione eam eruere poſſet, multoque minus illi, quos ante memoravi, homines opifices ac ſcientiarum rudes. Fortuna vero & caſu eodem perventum nihil mirum eſt, cum frequens uſus eſſet, jam a trecentis atque amplius annis utriuſque generis lentium, quibus ſeorſim adhibitis vitia oculorum emendantur. Ut potius mirandum ſit tamdiu rem obviam latuiſſe.

Cœterum ut primum Teleſcopiorum Belgicorum fama ſparſa erat continuò Galileus ſimilia illis, ac brevi multo præſtantiora effecit, quibus celeberrima illa cœli phænomena omnium primus intuitus eſt: Lunæ montes valleſque, Solis maculas & ex his converſionem ejus in ſemetipſum, Planetas Jovis comites, Phaſes Veneris quales Lunæ, variaſque ad aſpectum magnitudines; Viam lacteam minutis ſtellulis refertam, unde candoris cauſa; Differentiam ſtellarum inerrantium inter & planetarum diametros, atque illarum numerum antiquitus cognito multo majorem. Idem Galileus Saturni quoque phænomena obſervaverat, quà licebat in illa perſpicillorum ſuorum parvitate, veras autem planetæ ſi-

ſiguras adſecutus non erat, ſed neque quiſquam alius multis poſt ipſum annis. Etſi enim magnitudine multum creverant tubi, parum tamen virtute & efficacia proceſſerant. Nos autem magis auſpicato rem eandem aggreſſi, cum quæ ad refractiones radiorum attinent jam perſpecta haberemus, ipſique nobis lentes effeciſſemus ac teleſcopia pedes viginti & amplius longa, his Saturni formas non ante viſas deprehendimus, cauſamque earum annulum globo circundatum nullo in cœteris planetis exemplo. Item comitem Saturno planetam exiguum reperimus dierum ſexdecim periodo circumeuntem, quæ omnia ante annos 26. libro ſingulari conſcripta edidimus. Noſtris autem obſervationibus excitati Aſtronomi atque artifices majora ſubinde teleſcopia paraverunt, in quibus optima, quæ a Joſepho Campano Romæ fabricata. Quorum opera feliciter decennio poſt, duos alios præter noſtrum illum Comites apud Saturnum reperit Dom. Caſſinus. Idemque in Jovis ac Martis ſideribus maculas quaſdam obſervavit, ex quarum motu etiam globorum, quibus inerant, converſiones certis periodis definivit.

Et hactenus quidem adhuc proceſſit nobile hoc artificium, hæcque ſumma eſt eorum quæ de rebus cœleſtibus terrarum incolis revelavit. Quæ magna ac præclara eſſe quis niſi plane ſtupidus non agnoſcit? Quanta vero ad naturæ contemplationem lux hinc exorta ſit, quis non Philoſophiæ ſtudiis initiatus intelligit? Certe gratari ſæculo huic noſtro peſſumus propter tantarum rerum nunc demum acquiſitam ſcientiam: quam quo non pretio redemiſſent Viri illi eximii, non longo annorum intervallo hinc excluſi Copernicus, Regio-montanus, Braheus. Veteres autem illi ſapientiæ cultores Pythagoras, Democritus, Anaxagoras, Philolaus, Pla-

to, Hipparchus, quas non exteras terras peregrinando pervagati eſſent hujuſmodi naturæ ſecretorum noſcendi amore, utque talibus frui poſſent ſpectaculis. Fortaſſe autem & alia plura ac nova præter ea quæ diximus propediem exſpectanda ſunt, poſtquam nupero invento noſtro ingens incommodum ex nimia tuborum mole ac pondere ortum, atque adeo ipſos tubos ſuſtulimus, ut nihilo difficilius nunc centenum vel ducentorum pedum teleſcopia quam antea decempedalia tractentur. Utique cum & expoliendarum ampliſſimarum lentium artem plures jam excolere cœperint, cujus Nos quoque ſtudium longo tempore intermiſſum repetiimus, nec pœnitendo ſucceſſu. Sed jam ad cauſas proprietateſque factitii hujus oculi pergamus, quas non ſatis feliciter hactenus expoſitas habemus.

Quod enim hic præ cœteris requirebatur, ut data lentium forma ac poſitu ex his modus menſuraque amplificandæ rei viſæ definiretur, id hactenus præſtitum non eſt. Nam neque Keplerus hoc docuit, etſi multa laude dignus ob ea quæ in Dioptricis primus explicuit; Neque illo felicior fuit Carteſius, imo ut vere dicam a via potius aberravit in his, quæ de ratione & effectu teleſcopii demonſtranda ſuſceperat. Quod vix credibile de tanto Viro, tamque in his rebus verſato, tamen dicendum fuit, ne quis fruſtra ea intelligere laboret, e quibus nulla ſana ſententia elici poteſt. Cum vero alii multi poſt eum in eodem argumento operam inſumſerint, nihilo magis tamen idem Problema quod in his omnium præcipuum eſt abſolverunt. Ab eo nunc nos ordiemur idque in ſingulis teleſcopiorum generibus expediemus.

Oſtendimus autem in ſuperioribus in univerſum data forma & poſitu duarum quarumlibet lentium, item-

que

que oculi loco, quomodo augmenti ratio cognoſcatur. At quia nunc illos tantum caſus quos Teleſcopia requirunt exequi volumus, brevius idem conficiemus. Ac primum quidem in illo teleſcopiorum genere quod e convexa & cava lente componitur, omniumque primum fuit inventum. Requirunt vero primo eam lentium poſitionem teleſcopia omnia, ut diſtincta viſio ſequatur. Ut vero auctiora referant quæ ſpectantur, neceſſe eſt in his quæ duabus lentibus conſtituuntur, ut exterior convexa ſit, ejus vero quæ eſt oculo propior e minori ſphæra ſit ſive convexitas ſive cavitas.

PROPOSITIO XLVIII.

Teleſcopium ex convexa & cava lente compoſitum viſibilia longinqua, diſtinctè ac recto ſitu videri facit, amplificatque ſecundum rationem foci diſtantiæ lentis convexæ ad diſtantiam puncti diſperſus lentis cavæ.

Sit utriuſque lentis axis communis AO; lens vero exterior convexa A, cujus punctum concurſus radiorum parallelorum a viſibili longè remoto venientium, ponatur O punctum. Cava autem ſit D, quæ ſic collocetur inter lentem A & focum ejus O, ut punctum diſperſus radiorum parallelorum a parte ea, ubi eſt O, in ipſam incidentium, cadat in idem punctum O. Et huic lenti proximus primo ſtatuatur ſpectantis oculus.

Radii igitur a puncto rei longinquæ egreſſi cenſentur paralleli incidere in lentem A, ii quidem qui ex puncto in axe producto procedunt cogerentur ad punctum O; ſed rurſus paralleli evadent opera lentis D, ita, ut dictum eſt, collocatæ, uti ex ſupra demonſtratis conſtat. Parallelos enim radios ad oculum pervenire volumus, ut

bona

bona oculi conſtitutione fruentibus teleſcopium aptetur; Nam de Myope dicemus poſtea. Similiter vero a punctis longinquis extra axem poſitis manantes colligerentur quique ad puncta ſua prope O, ſed & hi lentis D refractione evadent denuo paralleli quamvis ad axem A D obliqui, ſecundum prop. XXI. quos radios tamen in figura non expreſſimus, vitandæ confuſionis gratia.

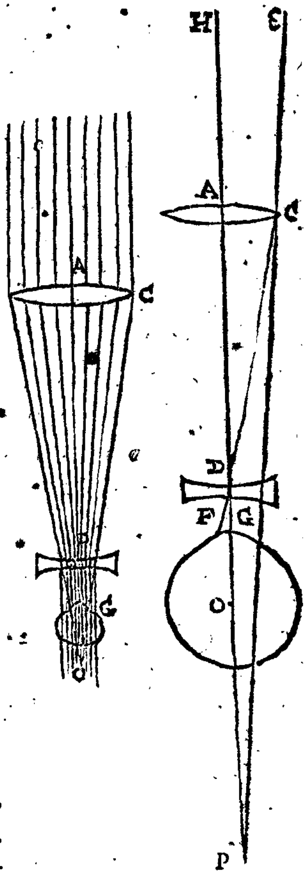


Jam ex demonſtratis prop. XXXV. patet eandem fore amplificationem & poſitum manente lente utraque, atque cum loco lentis D foramen exiguum ſtatuetur; tunc vero magnitudinis apparentis ad veram ea eſt ratio, quæ AO ad OD, ut oſtenſum prop. XXXVI. Et ex eadem viſibile erectum ſpectatur. Ergo eadem hîc fiunt teleſcopio ex lentibus A, D compoſito. Quod ſi vero retrocedat oculus ab lente D, eadem remanet rei viſæ magnitudo apparens ex prop. XLVII. nec vera mutatur, quia viſibile longinquum ponitur. Ergo eadem quæ prius manet amplificatio. Sed & poſitus idem ex eadem prop.

Quod ſi Myopi aptandum ſit hujuſmodi teleſcopium, paulo propius admovendam eſſe conſtat lenti A lentem ocularem D, unaque oculum ſpectatoris; quoniam ſic fiet ut non jam paralleli ut antea radii perveniant ad oculum, ſed divergentes. Hinc vero paulo minus augmentum continget Myopi quam prius, cum punctum O maneat, eoque intervallum D O creſcat, ratio vero augmenti ſit ſemper ea quæ AO ad OD.

Et hæc quidem primarii theorematis breviſſima eſt demonſtratio. Cujus partem eam quæ ad amplificationem

nem rei viſæ attinet aliter quoque demonſtrabimus, ut nihil opus ſit prop. XXXVI. Poſitis igitur ut ante lentibus AC & D & puncto O, fiat duabus DO, DA, tertia proportionalis DP, ponenda in eandem partem ac DO. Jam radii quilibet ad punctum P tendentes ut ECP & a lente AC refracti, cogentur ad punctum D lentis hic poſitæ centrum ex prop. XX. Ponamus iſtum ECP radium eſſe unum ex iis qui a dextro lunæ latere egrediuntur, cum centrum Lunæ ſit in producto axe DA. Et conſtat quidem hunc recta linea CDF ad oculi pupillam perventurum, quia per centrum lentis D tranſit, cujus mediæ craſſitudo pro nulla habetur, & duæ ejus ſuperficies ibidem pro parallelis. Diximus autem omnes a puncto illo lunæ procedentes inter ſe parallelos ad oculum deferri. Itaque ſic omnes recipit oculus, ut radio CDF paralleli incedant; ac propterea punctum illud in lunæ latere videt



eo loco quo tendit recta DC, quæ cum in eandem partem axis tendat, ad quam ſitum eſt punctum lunæ, unde radii advenere, apparet erectas exhiberi res viſas. Porro angulus ADC definit ſemidiametrum lunæ teleſcopio auctæ. Sed angulus CPA eſt is, quo nudo oculo iſte ſemidiameter comprehenditur, quia radium ECP

a dextro lunæ latere exire diximus, radium vero HAP, a centro ejus, nam ſive e puncto P, ſive ex G luna ſpectetur nudo oculo eodem angulo apparet propter maximam diſtantiam. Itaque amplificatio contingit ſecundum rationem anguli ADC ad APG, quæ cenſetur hic eadem ac rectæ PA ad DA; Sed quia ex conſtructione eſt DO ad DA ut DA ad DP; Erit invertendo & componendo AO ad OD ut PA ad AD. Ergo jam amplificationis ratio eſt quæ AO ad OD; quod erat demonſtrandum.

Apparet autem hic nihil referre quantum ad amplificationem, quo loco poſt lentem oculus conſtituatur.

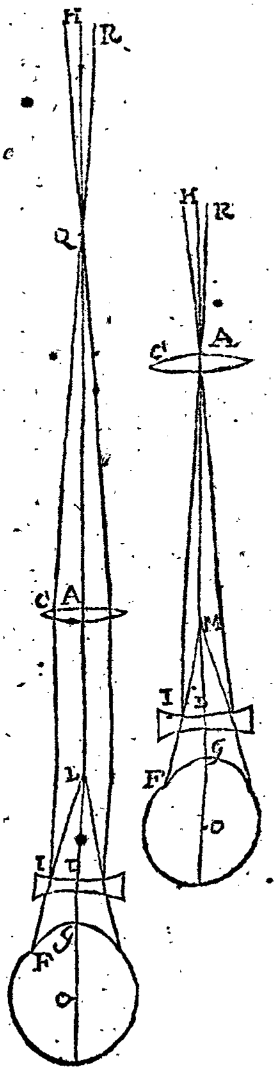
Ponantur rurſus lentes AC & D ut ante, & ſit AQ in axe earum producto æqualis AO. Accipiamus jam ex radiis iis, qui a puncto lateris dextri lunæ adveniunt radium RQC qui per Q punctum tranſiens (aliquis enim eo tranſibit) occurrat lenti AC in C. Is hinc parallelus fiet axi AD, & refractione altera lentis cavæ diverget ac ſi veniret a puncto L; & ad oculum feretur ſecundum rectam LIF, ut, nempe diſtantia LD ſit æqualis DO; quia tunc L eſt punctum diſperſus parallelorum in lentem D incidentium.

Proportio autem auctæ magnitudinis facilè jam hic colligitur. Quia enim radii a puncto in latere Lunæ dextro egreſſi perveniunt paralleli ad pupillam GF, poſtquam utramque lentem pervaſere, omneſque propterea paralleli fiunt radio LIF, quem conſtat eſſe eorum unum, percipietur illud lunæ punctum ſecundum rectam IL, ac proinde angulo ILD ſemidiameter lunæ comprehendetur. At vero angulus quo ſemidiameter ſpectabitur oculo nudo ſive ex D ſive ex Q eſt RQH, ſive CQA. Ergo ratio augmenti eſt ea quæ anguli DLI ad AQC, hoc eſt, quæ rectæ AQ ad LD, propter

æqua-

æquales AC, DI. Sed AQ eſt æqualis AO, & LD æqualis DO. Eſt ergo ratio augmenti ea quæ AO ad OD; quod erat oſtend.

Poteſt idem rurſus demonſtrari ex interſectione radiorum quæ in A centro lentis AC contingit, ſequendo nimirum radium RA unum in hac figura eorum qui ex lunæ dextro latere adveniunt, qui recto curſu lentem hanc penetrabit, cum pro nulla habeatur ejus craſſitudo, per prop. XXII. Deinde occurrens lenti cavæ in I ita ejus refractione diverget, ac ſi a puncto M exiret, quod invenitur ponendo duabus AO, AD tertiam prop. AM, ut conſtat ex prop. XX. Itaque rurſus hic radii qui a puncto in latere dextro lunæ adveniunt, quoniam, poſt utriuſque lentis refractionem, paralleli ad oculum feruntur, ut ſupra fuit animadverſum, debebunt omnes ipſi MIF paralleli ferri. Eoque punctum illud conſpici ſecundum rectam FIM. Unde jam intelligitur rationem amplificationis fore eam, quæ anguli DMI ad DAI ſeu HAR. Eſt autem ang. DMI ad DAI reciproce ut AD ad DM, hoc eſt, ut AO ad OD, quia proportionales factæ AO, AD, AM. Itaque rurſus conſtat propoſitum.



Hac via cauſas Teleſcopii melius inveſtigaſſet Carteſius, quam ex inter-

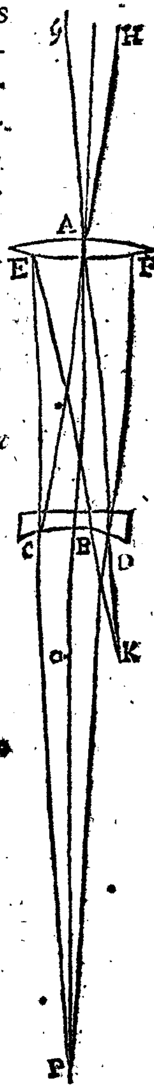
terſectione radiorum quæ fit in ſuperficie lentis exterioris, quâ interſectione ille utendum putabat, quod tamen haudquaquam neceſſe eſſe ex iis quæ hic oſtenſa ſunt ſatis liquet. At nunc multiplici errore laborat ejus expoſitio quæ in Dioptricis legitur, uti & ſchema ipſum, neque ex iis unquam proportionem amplificationis elicere potuit; cujus ignoratione majorem quoque multo quam rei natura patitur, de teleſcopii efficacia ſpem concepit. Putabat enim, ſi artificum induſtria præſtare poſſet quod ars docet, fore, ut res tam particulares & minutas in Aſtris videremus, quam ſunt eæ quas vulgo in terra percipimus. Cum tamen non neſciverit eadem proportione qua res viſæ amplificantur, etiam diametrum lentis exterioris ſuperare debere pupillæ latitudinem, ut lucida omnia teleſcopio æque ac nudo oculo ſpectentur. Nam, licet jam quarta parte hujus claritatis contenti ſimus, invenio tamen aperturam illam lentis exteriorem Terræ diametro majorem eſſe debere, ſi quis res in Jove tanquam 40. pedibus diſtantes ſpectandas præbere poſtulet. Ut appareat aliud quam manuum induſtriam hic requiri.

Quænam autem ſit amplitudo anguli viſorii ſeu ſpatii quod uno intuitu exhibet Teleſcopium ex convexa & cava lente conſtructum ſic definietur.

A pupillæ magnitudine præcipue pendet amplitudo anguli viſorii in hiſce teleſcopiis, idque experiri licet. Nam ſi oculum teleſcopio admotum claudas primum, quo pupilla multum dilatetur, ut in tenebris ſolet, dein aperias, primo intuitu latiori orbe viſibilia comprehendes quam paulo poſt, quia ſtatim contrahetur orbis ob arctatam fulgore lucis pupillam. Quod ſi lamellam

mellam cum exiguo foramine oculo opponas, minori etiam copia rerum viſibilium frueris.

Veruntamen ſi minimum foramen efficias non pro ratione ejus exilitatis, orbis lucidus arctabitur, ſed tunc apertura lentis convexæ amplitudinem ejus definit, quæ proinde non ultra certam quantitatem decreſcet, niſi & lens convexa amplius coarctetur. Quorum ratio explicatu facilis eſt. Si enim lens convexa ſit EF, cava B, cui applicita pupilla primò latitudinem habeat CD, ducanturque ab oppoſitis punctis C, D, quæ ſunt in pupillæ circumferentia, rectæ CAH, DAG, per centrum lentis convexæ A tranſeuntes; hæ definient *angulum viſorium* GAH, quo, quicquid rerum viſibilium comprehenditur, uno obtutu conſpicietur: quoniam per centrum lentis A radii a punctis G, H venientes abſque inflexione penetrant ad C & D; ideoque aſpectabilia intra angulum GAH comprehenſa non poſſunt quin ad oculum radios emittant. Imo etiamſi pupilla pauxillo anguſtior ſit quam DBC; nam ducta GAK ut AK ſit æqualis AO, junctaque EK: dummodo EK in pupillam incidat, cernetur viſibile comprehenſum angulo GAH; obſcurè vero puncta extrema quo tendunt rectæ AG, AH, quia particula tantum radiorum quos in lentem EF mittunt, pupillam ingreditur. Atque hinc fit ut, quantumvis in anguſtum apertura lentis EF contrahatur, nihil aut minimum tantum diminuatur anguli viſorii am-



 plitudo;

plitudo, ſummodo pupillæ orbis non coarctetur. Diminuta autem hac pupillæ latitudine, atque ad unum velut punctum redacta, anguli viſorii amplitudo fit ea quæ anguli EPF: poſita EF apertura lentis convexæ, & puncto P invento, ut in prop. XXXVI, ut nempe BO (ea eſt diſtantia lentis cavæ a foco convexæ) BA, & BP ſint proportionales. Nulli enim radii, per lentem A tranſmiſſi, ad punctum oculi B pervenire poſſunt, niſi qui priuſquam in lentem illam inciderent tendebant ad punctum P. Eorum vero maximus angulus EPF apertura lentis A præfinitur.

PROPOSITIO XLIX.

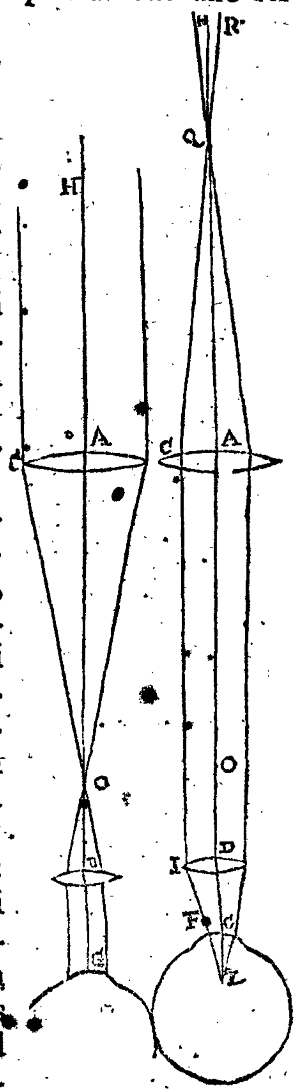
Teleſcopium e duabus convexis lentibus compoſitum procul poſita diſtincte, ſed everſa oſtendit, amplificatque ſecundum rationem foci diſtantiæ lentis exterioris ad foci diſtantiam interioris.

Sit lens exterior convexa AC, interior D, axis communis utrique recta AD, Focus lentis AC ſit O. Altera vero convexa D ita collocata intelligatur ut idem punctum O ſit ipſi focus ſeu punctum concurſus radiorum axi AD parallelorum qui venirent a parte ea ubi eſt oculus G. Oſtendendum eſt his poſitis res longe diſſitas diſtincte & everſas ſpectari & augeri ſecundum rationem AO ad OD.

Duplex autem rurſus deſcribenda eſt figura, in quarum altera radii extrinſecus venientes, axi HA paralleli, refractione lentis AC cogantur ad focum ejus O, atque inde ulterius tendentes ad lentem D, denuo paralleli fiant axi AD, atque ita ad oculum in G poſitum perveniant. Rurſus etiam ſicut ſuperiori propoſitione

co-

cogitandum hunc parallelorum complexum ab uno rei procul diſſitæ puncto venire, quod ſit in axe HAD, velut a centro Lunæ, ab aliis vero punctis ejus ſimiles manare radios parallelos in lentem AC, velut è latere Lunæ dextro, qui ad priores inclinentur, & hinc refracti cogantur ad punctum extra axem juxta O, ubi ſeſe interſecantes, atque ad lentem D delati denuo paralleli evadant, inter ſe nempe, non autem axi AD, atque ita ad oculum perveniant. Hinc itaque conſtat viſionem diſtinctam fieri.



Altera porro figura, ſitum viſibilis everſum, & rationem augmenti oſtendet. Ubi poſitis, ut ante, lentibus convexis AC & D, & inter ipſas foco utriuſque communi O; ſit porro, ut in ſecundâ demonſtr. Teleſcopii ſuperioris, Diſtantia AQ æqualis AO. Et reliqua quoque demonſtratio ferè eodem modo procedet. Seligatur enim ex radiis qui e puncto in latere lunæ dextro adveniunt, radius RQC qui per punctum Q tranſit. Is refractione lentis AC ibit per CI parallelam AD; & rurſus a lente D refractus tendet ſecundum rectam IFL ad punctum L, ita ſumitum ut diſtantia DL ſit æqualis DO. Quia autem

tem radii a latere lunæ dextro, poſtquam per utramque lentem tranſierunt, paralleli perveniunt ad oculum, ut antea diximus, eorum vero unus eſt IFL, ſequitur eos omnes ipſi IFL parallelos in oculum incidere, eoque illud Lunæ punctum percipietur ſecundum rectam FI; quæ cum ad partem oppoſitam vergat ejus, unde hi radii advenere, apparet ſitum lunæ inverti, ut dextra ſiniſtris, eoque & ſupera inferis mutentur. Porro cum centrum Lunæ ſecundum rectam DA conſpiciatur, erit apparens angulus ſemidiametri lunæ ILD. Nudo autem oculo idem ſemidiameter angulo HQR ſeu AQC comprehenditur. Ergo ratio amplificationis eſt quæ anguli DLI ad AQC, hoc eſt quæ AQ ad DL, propter æquales AC, DI, hoc eſt, ea quæ AO ad OD; quare conſtat propoſitum.

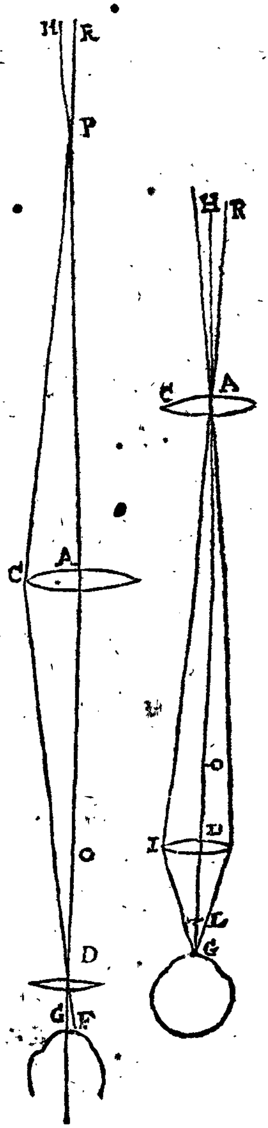
Hic vero nihil quoque referre apparet quantum ad apparentem magnitudinem quo loco poſt lentem D oculus collocetur. Sed ut multa uno intuitu oculus comprehendat ad punctum L vel prope ipſum optimè conſtituetur, quoniam apparet etiamſi minima ſit pupillæ latitudo, totam tamen lentem D quatenus aperturam lentis AC non excedit, (ſolet autem intra hanc menſuram conſiſtere) imaginibus plenam ſpectari.

Oſtendemus autem ſequenti demonſtratione dari punctum paulo ultra L a lente D diſtans, ubi ſi collocetur oculus totam lentem D picturatam aſpiciet, etiamſi minimæ fuerint tum pupillæ, tum lentis AC apertura.

Diſpoſitis enim ſicut ante lentibus AC, D, ut focus earum communis ſit punctum O. Statuatur duabus AO, AD, tertia proportionalis AG. Unde punctum G ultra L diſtabit a lente D, cum DL, DO ſint æquales. Erit autem ad G ponendus oculus, ut fiat quod dictum eſt.

Si enim, ut in tertia demonſtratione teleſcopii ex con-

convexa & cava compoſiti, ſequamur rurſus radium R A unum eorum qui ex puncto in dextro rei viſæ latere adveniunt, quique incidit in centrum lentis A C, is recta linea hanc penetrabit ſecundum prop. XXII. cum pro nulla habeatur ejus craſſitudo. Deinde lenti D occurrens in I, cogetur hujus refractione ad punctum G, quod eſt pupillæ medium, propterea quod proportionales ſunt AO, AD, AG. Itaque quicquid angulo DAI ſive HAR oculo nudo comprehenditur ſpectabitur in lente D; adeo ut campi (ut vocant) amplitudo jam pendeat a latitudine lentis D, licet aperturæ lentis A & pupillæ ſint veluti puncta: atque ita quoque omnino, ſi utraque magis pateat. Sciendum vero neque lentem D nimis amplam eſſe adhibendam, propter incommodum colorum ex nimia refractione, de quo in ſequentibus dicetur; nec nimis arctandam aperturam lentis AC, ne obſcuritas inducatur; certa autem menſura ejus alibi docebitur. Pupilla vero licet appoſita lamellæ cum foramine, quantum acus facere poteſt, in anguſtum contrahatur, nihil fere lucis aufert quoniam coni radioſi a ſingulis rei viſæ punctis



manantes inſigni tenuitate ſunt cum incidunt in lentem D, quam retinentes inde paralleli ad oculum pergunt.

Porro facile rurſus hic intelligitur proportionem ampliationis eſſe eam, quæ anguli DGI ad HAR ſive DAI, hoc eſt, eam quæ AD ad DG, ſive quæ AO ad OD, quia DA ad AO ut GA ad AD.

Atque hæc proportio aliter rurſus, ut in demonſtratione prima ex cavo & convexo, comprobari poteſt, ſequendo radium illum, qui a puncto rei viſæ extra axem teleſcopii poſito manans deducitur lentis AC refractione ad centrum lentis ocularis D. Hoc enim patet ex inſpecta figura hic adſcripta, in qua eadem eſt conſtructio ac demonſtratio quæ fuit illic.

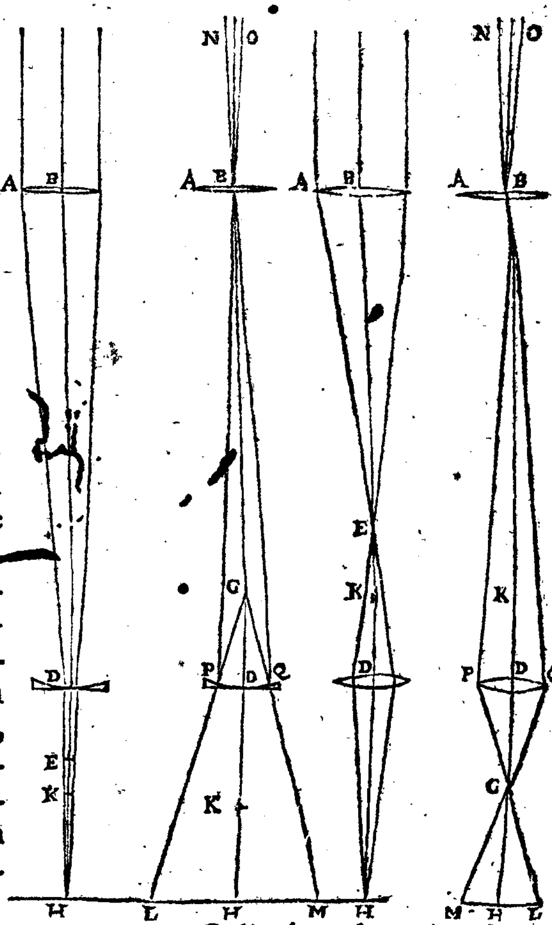
Hinc porro apparet quanto præſtent Teleſcopia ex convexis duobus compoſita iis quorum lens ocularis cava eſt, cum tanto amplius ſpatium uno intuitu comprehendant. Eſt enim anguſtia illa ſpectaculi injucunda & prorſus incommoda, præſertim ſi ultra tres quatuorve pedes tubi extendantur. Quare etſi Galilei egregium illud perſpicillum ac tot novis repertis celebre ex convexo & cavo fuerit conjunctum, nunc tamen ejus generis nulla, nec ad ſiderum obſervationes, nec ad res in Terra ſpectandas adhibentur, ſed tantum e convexis compoſita. Unicus vero uſus cavoconvexorum in minima longitudine relictus eſt, 4. nempe aut 5. digitorum, in qua brevitate tolerabilis jam latitudo anguli iſtius viſorii reperitur. In hujuſmodi perſpicillis ratio incrementi facienda eſt quadrupla circiter: Sed & dupla non majorem utiliter adhibere ſolemus; quo fit ut lucida etiam intra ædes omnia ſpectentur. Et ſtellæ melius quam oculo nudo, multæque ſimul, quoniam in tali perſpicillo apertura exterioris lentis vel ad ſeſquipollicem patere poteſt.

PRO-

PROPOSITIO L.

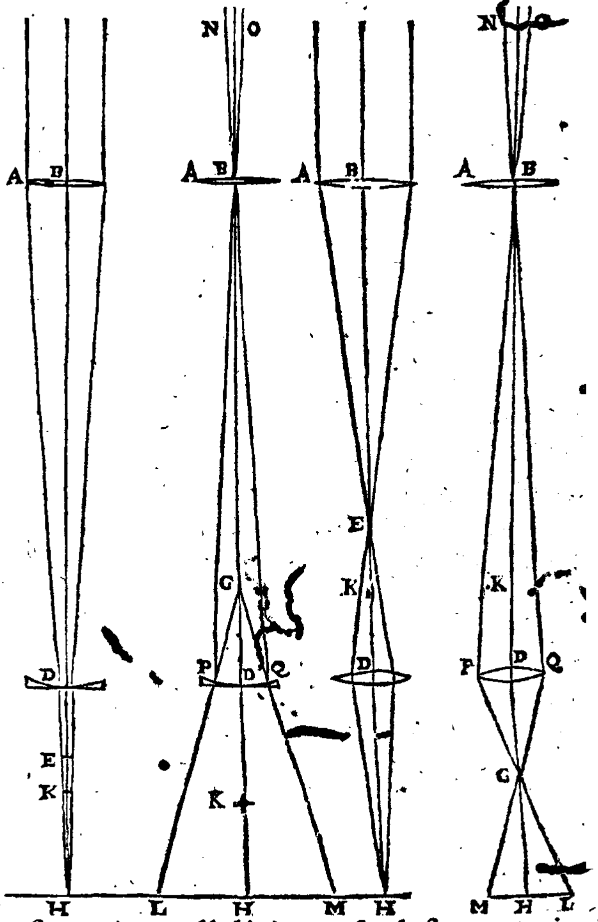
Conſtitutionem teleſcopii ad obſervandas Solis Eclipſes maculaſve demonſtrare & quanta futura ſit ejus imago.

Obſervandis Solis Eclipſibus nec non maculis quæ in ſuperficie ejus circumferuntur teleſcopium utiliter adhiberi inventum eſt, ſi nimirum Solis imago per utramque lentem trajecta tabulâ albâ excipiatur, in quam nullum aliunde lumen adveniat. Cujus inventi ratio ut intelligatur primum diſpoſitio lentium cognoſcenda eſt, quomodo nempe aptatæ picturam Solis quam nitidiſſimam efficiant.



Sit igitur lens convexa AB Soli obverſa, cujus focus E pun-

E punctum. Altera vero in D concava vel convexa, nam utraque teleſcopii forma huic rei idonea eſt, & magis quidem quæ duorum eſt convexorum, quoniam picturas erectas exhibet, cum altera invertat. Lentis autem D ſit K punctum concurſus vel diſperſus radiorum parallelorum a parte qua eſt H venientium, ſitque in H conſtituta tabula alba ad excipiendam Solis imaginem. Quæ igitur ut diſtincta ac terminata appareat oportet radios qui ab uno Solis puncto procedunt, hoc eſt, qui paralleli inter ſe deferuntur in lentem AB, in uno rurſus tabulæ puncto colligi. Quapropter paulo major debet eſſe diſtantia lentium AB & D quam in conſtitutione teleſcopii media, ſive quæ bene videnti fuerit accommodata; ac talis requiritur poſitio lentis D, ut in continua ſint proportione EK, ED,



EK. Sic enim fiet ut radii tendentes ad E focum lentis AB, deducantur ad punctum H. At in teleſcopii conſtitutione media congruere debet punctum K foco E, ut ſuperius eſt oſtenſum. Adeo ut hic diſtantia lentium augenda ſit intervallo EK, quod quidem tanto minus eſſe neceſſe eſt quanto diſtantia EH fuerit major; nam longitudo DK quæ data eſt, quippe diſtantia foci vel puncti diſperſus lentis D, ea ſic dividitur in E ut ſicut HE ad ED ita ſit hæc ad EK.

Quanta porro futura ſit diameter picturæ Solis in tabula H ſic definiemus: ducantur ex centro lentis AB ad lentem D rectæ BP, BQ comprehendentes angulum æqualem ei quo Solis diameter comprehenditur abſque teleſcopio ſpectantibus; Et ſit duabus, BK, BD tertia proportionalis BG, & jungantur GP, GQ, & producantur uſque dum tabulæ ad H collocatæ occurrant in punctis L, M. Dico LM fore diametrum Solis in tabula LHM. Producantur enim PB, QB verſus O & N. Itaque cum a puncto circumferentiæ Solis dextro radii ferantur ad ſuperficiem totam lentis AB, qui omnes inter ſe & rectæ OB paralleli cenſentur, incedet unus iſtorum radiorum ſecundum lineam OB, idemque penetrata lente AB, perget ſecundum lineam BP *, quoniam B centrum eſt lentis, cujus craſſitudinem pro nulla ducimus. Eadem ratione unus radiorum parallelorum e ſiniſtro Solis margine venientium incedet ſecundum rectam NBQ. Porro autem uterque a lente D inflectetur ut pergant ſecundum rectas PL, QM, in quas productæ ſunt GP, GQ per prop. XX. Quia ſcilicet in continua proportione ſunt BK, BD, BG. Itaque manifeſtum eſt punctum in dextro Solis latere pingi in L, punctum vero oppoſitum in ſiniſtro in M. Quatenus enim diſtincta totius Solis pictura exiſtit, neceſſe eſt ubi

* Prop. XXII.

unus radiorum a quolibet ejus puncto venientium in tabula ſiſtitur, ibi quoque cæteros colligi ab eodem puncto egreſſos. Ergo diameter picturæ uti diximus erit LM.

Sciendum vero, quo major erit imago Solis LM, lentibus AB & D iisdem manentibus, eo minus lucidam fore. Etenim ſi radii omnes a Sole in lentem AB deſcendentes, occupent rurſus in tabula LHM ſpatium æque latum atque eſt lens AB, hoc eſt, ſi Solem depingant lenti AB, quatenus adaperta eſt, æqualem, erit hæc imago æque clara ac ſi nullis interpoſitis lentibus Sol tabulam illuſtraret; non habita videlicet ratione eorum radiorum quos lentes reflectunt, vel propter obſcuritatem materiæ non tranſmittunt, quo forte dimidia pars omnium vel amplius intervertitur. Quod ſi vero major imago fuerit, ut in hujuſmodi obſervationibus exigitur, jam tanto quoque erit obſcurior. Experientia vero oſtendet quænam amplitudo ad obſervationem utiliſſime adhibeatur, tentata alia atque alia tabulæ a teleſcopio diſtantia. Ubi illud obſervandum, ut aucta hac diſtantia ſimul tantillum minuatur ea quæ eſt inter lentes AB & D, ut diſtincta pictura efficiatur: cujus ratio ex ante dictis intelligitur.

PROPOSITIO LI.

Quomodo pro duabus convexis tria adhibendo amplior fiat teleſcopii proſpectus, quo ad ſidera ſpectanda utimur.

Quanquam lentes non fruſtra ſint multiplicandæ, quod & vitri craſſitudine & iteratis reflexionibus non parum lucis depereat; hanc tamen utilitatem præbere poteſt, ut latior evadat eoque jucundior Teleſcopii

pii

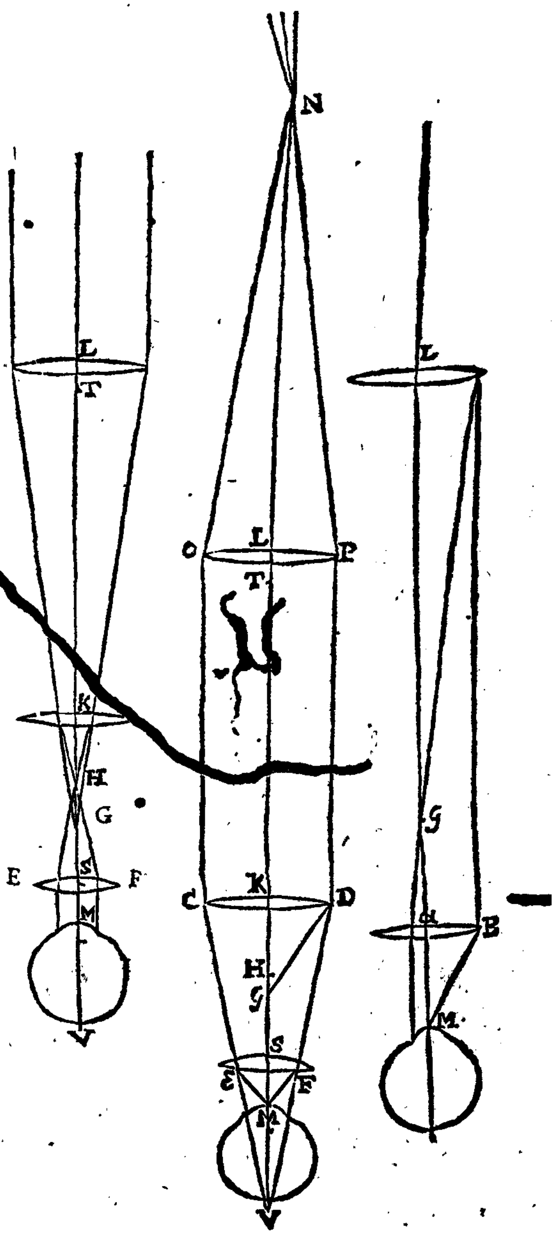
ni proſpectus. Adſumtis enim præter magnam lentem ocularibus duabus certam inter ſe rationem diſtantiamque habentibus, multo minor fit aberratio radiorum a diverſis punctis rei viſæ ad oculum tendentium, quam ſi unica lens ocularis adhibeatur, quæ eandem amplificationem efficiat, atque ita multo plura unico intuitu comprehendere licet, ac præterea nævi ac impuritas omnis lentium ocularium planè evaneſcit; cum alioqui in una lente non parum adferat incommodi.

Sit ratio augmenti propoſita ea quæ P ad Q. Lens exterior L, focus ejus G. Et ut P ad Q ita ſit LG ad GK, cadente puncto K inter L & G. Et in K lens convexa ſtatuatur cujus foci diſtantia KV ſit tripla ad KG, & diviſa KV æqualiter in S, ſtatuatur ibi lens altera EF cujus foci diſtantia ſit $\frac{1}{2}$ SK. Oculus vero ſit in M, poſita SM diſtantia 2|2 $\frac{1}{2}$ KG. Erit factum quod quæritur.

Demonſtrationem vero duplici figura explicamus. In quarum priori expendimus radios ab uno aliquo rei viſæ puncto manantes, quod punctum in axe teleſcopii poſitum intelligi volumus. Qui itaque radii velut axi paralleli in lentem L incidere cenſentur. Unde porro tendere debent ad hujus lentis focum G. Sed refractione, quæ fit in lente K, oſtendemus eos mitti ad punctum H; atque inde ſeſe interſecantes atque in lentem S incidentes reddi parallelos, itaque ad oculi pupillam M pergere. Poſitâ enim KT æquali KV, quæ erat foci diſtantia lentis K, quia KG dicta eſt eſſe $\frac{1}{3}$ KV; KH vero $\frac{1}{4}$ KV; Erit GH ad GK ut 1 ad 4; ſed & GK ad GT erit ut 1 ad 4. Ergo proportionales GH, GK, GT, ac proinde radii ad G tendentes flectentur refractione lentis K ad H, cum ſit H focus lentis S, faciet hæc ut a puncto H pergentes paralleli fiant, qui proinde oculo ad

ad M occurrentes diſtinctam viſionem efficient, quod unum eſt eorum quæ demonſtrare oportebat.

Jam in altera figura ratio amplificationis eadem datæ oſtendetur & amplitudo anguli viſorii. Ponatur enim LN in producto axe æqualis foci diſtantiæ LG. Et a punctis longinquis venientes radii expendantur per punctum N trans euntes atque in lentem L extremam utrimque incidentes, qui ſint NO, NP, quos conſtat refractione ejus effici axi parallelos, atque ita incedant per OC, PD, donec incidant in lentem K. Unde porro



roſcimus perrecturos rectis CV, DV ad punctum V, ſed a lente S interceptos ajo detorqueri ad punctum M, ubi oculi pupilla poſita fuit. Quia enim SV eſt ½ KV; & SM 2|2 ½ KG, hoc eſt 2|2 ⅙ KV; erit SM ad SV ut 1 ad 3, ac proinde VM ad VS ut 2 ad 3. Sed & VS ad VH eſt ut 2 ad 3. Ergò proportionales VM, VS, VH & quia H eſt focus lentis S, conſtat ex propoſ. XX. radios ad V tendentes ita frangi a lente S ut tendant ad punctum M. A punctis igitur E & F, in quibus rectæ CV, DV ſecant lentem S, ducantur rectæ EM, FM. Sic viſibile per lentes cernetur ſub ang. EMF qui ad ONP habet proportionem, ut LG ad KG, id eſt, ut P ad Q. Quia enim ratio EMF ad ONP, id eſt, EMS ad ONL componitur ex rationibus EMS, ad EVS, & EVS ad ONL; ratio vero EMS ad EVS eadem eſt, quæ VS ad MS ſive ½ KG, item ratio EVS ad ONL eadem quæ NL ſive LG ad KV ſive 2 VS. Erit ratio EMF ad ONP compoſita ex 2 VS ad KG, & LG ad 2 VS, id eſt, erit EMF ad ONP ita LG ad KG, ita P ad Q. quod erat dem.

Videndum jam num quid juvet, & an non idem effectus ſit, ac ſi ponatur ſola ocularis α, cujus foci diſtantia Gα 2|2 KG […] KV; quum angulus αMβ ſit futurus æqualis KGD, hoc eſt, SMF; nam KD 2|2 2 SF. Reſp. Erit quidem amplificatio eadem utrobique. Sed lens S majorem feret aperturam quam dimidiam lentis α, tùm quia lentis S foci diſtantia eſt ¼ KV, eoque major quam ½ foci diſtantiæ lentis α, quæ eſt ⅓ KV; tum quia radius DF convergens minus colorabitur in tranſitu per lentem S, quam ſi axi parallelus incederet. Sed in D jam aliquem colorem traxit, ſed parum, quia lentis K foci diſtantia eſt KV.

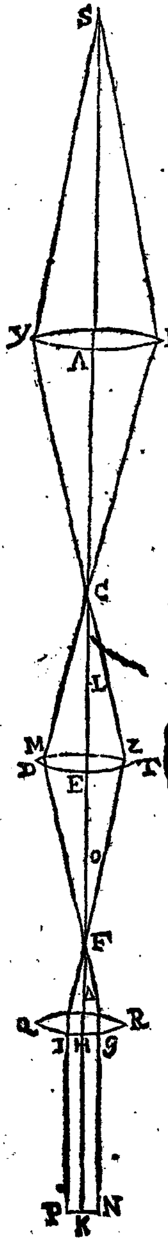
PROPOSITIO LII.

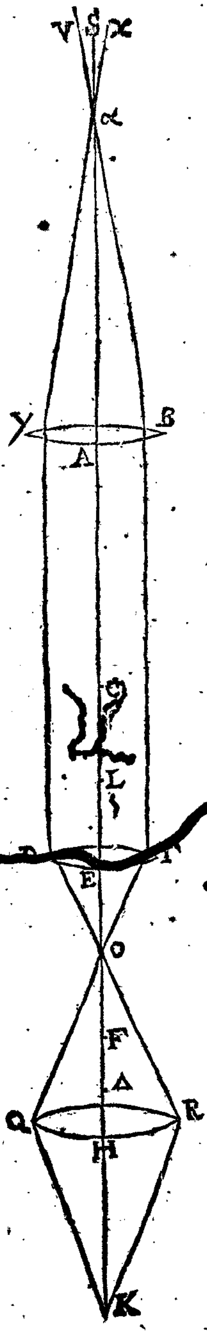
Tribus convexis lentibus diſtincta & erecta ſpectare viſibilia longinqua & majora ſecundum datam rationem.

Accipiatur lens major AB, cujus foci diſtantia ſit AC. Deinde vero aliæ duæ minores DT, & QR, quarum foci diſtantiæ EL, HF ſint inter ſe æquales & ad quarum utramvis habeat AC rationem eam ſecundum quam facienda eſt multiplicatio. Collocentur autem hoc pacto ut diſtantia CE, qua altera earum abeſt a foco lentis A, ſit dupla EL: Et EH intervallum inter utramque ejuſdem EL triplum. Denique ad K punctum conſtituatur oculus, ſumtâ HK diſtantia ductæ EL vel FH dupla. Quibus ſic comparatis propoſitum dico abſolvi.

Sit enim viſibile longinquum cui axis lentium communis occurrat in puncto S. Radii itaque ex puncto S ad lentem AB delati ut SB, SY, habendi ſunt pro parallelis, ideoque convenient in foco C, ibique erit eorum interſectio. Eſt autem L focus lentis DE, & CL ſubdupla CE, & EF æqualis EC, quoniam EH eſt tripla FH ſeu LC; Ergo erunt in continua proportione CL, CE, CF. Quare radii iidem refracti in lente DT ad M & Z denuo convenient in puncto F, * atque inde occurrentes lenti QR in I & G, refractione ejus efficientur paralleli, quia F eſt focus lentis HG. Paralleli itaque ſecundum rectas IP, GN perveniunt ad pupillam oculi quæ eſt in K, eoque viſio fiet diſtincta. Poſuimus autem oculum hoc loco, ut unico intuitu plura ſimul conſpiceret: cujus ratio eſt, quod ſi a foco lentis AB intelligantur radii pervenire ad extremas margines

*Prop. xx.





nes lentis A, velut αB, αY, hi per geminam in lentibus A & E refractionem, cum axe convenient poſt lentem in puncto O, quod erit in foco lentis E, quia axi parallelæ ſunt. Itaque OF æqualis erit FH, & HK dupla ad FH, ſicut ſumendam diximus. Punctumque K erit illud quo convenient radii DO, TO, poſtquam tranſierint lentem QR; ac lens tota H duplam habens latitudinem lentis E, imaginibus lucida apparebit, omniaque ſpectanda præbebit quæ angulo BαY ſive VαX comprehenduntur.

Porro erectum ſpectari viſibile ad S poſitum, facile apparet ex ipſis radiorum flexionibus; Si enim oculus ad K puncti inſtar conſideretur, flexiones iſtæ ſunt KQTBαV, KRDYαX, ex quibus manifeſtum fit punctum viſibile V ſpectari in Q, & X in R, ſingula nimirum ad eandem quam obtinent axis partem.

Denique quod ratio in-

crementi continget ea, quæ eſt AC ad CL, vel LE vel FH, oſtendetur hoc modo. Putemus viſibile collocari in K, inque eo notari puncta N & P: oculus autem intelligatur in puncto S. Quia itaque radius ab N puncto fluens perveniet ad oculum S per rectam BS; & qui a puncto P, per rectam YS, oculus autem in longinqua poſitus eſt diſtantia; ſequitur ipſi viſibile PN auctum videri ſecundum rationem YB ad PN, quia angulus YSB ad angulum quem facerent SP, SN, eandem rationem habebit quam YB ad PN. Quia autem YB ad MZ ut AC ad CE; MZ vero ad IG ſive PN ſicut EF, ſive ipſa EC, ad FH. Erit igitur ex æquo YB ad PN ut AC ad FH ſive EL. Itaque patet oculo in S conſtituto viſibile PN auctum videri ſecundum rationem AC ad EL, ac proinde & viſibile longinquum in S poſitum, oculo in PN ſive ad K tranſlato ſecundum eandem rationem auctum ſpectabitur. * Quam etiam nihil mutari liquet etſi oculus a lente QR plus minuſve removeatur, quod eædem maneant YB & PN. Atque hæc quidem erant demonſtranda.

* per Prop. XL.

Hoc aliter demonſtrari poteſt ut non opus ſit theoremate de tranſpoſitione oculi & objecti. Scilicet HKR ad SX ſive AαY rationem habet compoſitam ex HKR ad HOR, id eſt, ex HO ad HK, & ex HOR ſive EOD ad AαY, id eſt, ex Aα ſive AC ad EO ſive EL; quia vero HO æqualis HK, erit HKR ad SαX ita AC, ad EL. q. e. d.

Cæterum haudquaquam neceſſe eſt æqualiter convexas ſumi lentes DT, QR. Etenim ſi e minori convexo adhibeatur alia pro lente QR, puta quæ foci diſtantiam habeat æqualem FΔ, ea tantum in Δ collocanda erit, manentibus reliquis ut prius, eritque ratio incrementi major priori, videlicet ea quæ AC ad ΔF. Quod ſi vero

pro

pro lente DT aliam quamvis convexam accipiamus, eamque ſic collocemus, ut coni radiorum MCZ, MFZ æquales ſint; hoc eſt, ut CE ſit dupla intervalli EL, quo diſtat a lente DT focus ſuus; nihil prorſus ratio incrementi immutabitur. Debet autem ita ſemper diſponi lens QR ut focus ejus incidat in punctum F.

Sciendum vero ea tantum gratia ex pluribus quam duabus lentibus teleſcopia hujuſmodi componi, ut latior fiat uno intuitu proſpectus, cum alioqui certum ſit ea quæ ex convexa & cava lente componuntur magis augere pro ſua longitudine res viſas, atque etiam diſtinctiores efficere, nulliſque colorum pigmentis infectas quod in hac lentium trium compoſitione ægre vitari poteſt. Veruntamen ſi a parte oculi alia adhuc lens vel duæ inſuper addantur evaneſcunt aliquatenus adventitii colores iſti, minuſque diſtortæ apparent rerum imagines, ac plures etiam uno obtutu comprehenduntur; nec longitudo teleſcopii propterea augetur, quoniam ita lentes collocantur, ut non plures quam duæ fiant radiorum interſectiones, ſicut in compoſitione trium. Alii vero aliter lentes oculares in his inter ſe conſociant, ſola experientia duce, quid optimum ſit quærentes. Nec ſane facile foret certa ratione aliquid circa hæc præcipere, quum colorum conſideratio ad geometriæ leges revocari nequeat, nec niſi difficile admodum illa quæ circa latera lentium ſæpe cernitur rectarum linearum incurvatio. Poſſem equidem, quæ ab aliis magno labore hic inveſtigata ſunt, proponendo, aliquot ejuſmodi perſpicillorum conſtructiones docere, ſed cum longè potiora exiſtimem, quæ in ſequentibus proferam, ubi non multiplicatione lentium ſed ſpeculi reflexione viſibilia eriguntur, non videtur diutius in his immorandum.

Ac poſſunt quidem binæ convexæ lentes parari tales, atque ita inter ſe componi, ut erecta referant viſibilia longinqua; nec tamen quicquam boni inde obtinebitur, quod nec paralleli ad oculum tunc radii pervenire poſſunt qui e ſingulis rei viſæ punctis emanant, neque eæ multum amplificari, nec magna copia ſimul conſpici, præterquam quod tubi longitudo ſine utilitate multum producenda eſſet.

Tribus vero lentibus convexis & recto poſitu & diſtincta poſſunt videri, ſed non tam lato campo quam quaternis, niſi lens oculo proprior duplam fere aperturæ diametrum habeat ejus quæ in ſimilibus ocularibus requiritur, cum tria adhibentur, quod fieri nequit quin colores iridis circa margines exiſtant.

PROPOSITIO LIII.

E Duabus convexis lentibus teleſcopium conſtruere quo viſibilia erecta ſpectentur ac magna copia ſimul uno intuitu comprehendatur.

Convexis duabus recte inter ſe atque ad oculum comparatis teleſcopium componi quo inſignis viſibilium amplitudo uno intuitu apparet propoſ. XLIX. dixi. Quod ad ſidera contemplanda omnium eſt utiliſſimum, quia licet inverſas rerum imagines referat, exiguum inde aut nullum incommodum naſcitur. Sed interdiu ad conſpiciendos homines turreſve aut naves procul diſſitas, ſitus everſio res agnoſci non patitur, atque ideo plures convexæ lentes adhiberi ſolent, ut imaginem quam duæ invertunt aliæ denuo erigant, de quibus propoſ. præcedenti egimus. Quia vero hoc fieri nequit, quin ſimul inſigniter augeatur tubi longitudo atque amittatur

tur multum de picturæ amplitudine, excogitavimus rationem hanc qua eversæ ſpecies in teleſcopio duorum convexorum erigantur adjecto ad oculum ſpeculo exiguo; cujus poſitum locumque ſequenti Schemate explicamus.



Eſto lens AB exterior, CD vero quæ oculo propinquior eſt, e quibus compoſitum ſit teleſcopium quale ſupra exhibitum fuit prop. XLIX. ubi dicimus recte ſic collocari oculum in O, ut a lente CD diſtet circiter quantum focus ejus. Itaque inter lentem hanc punctumque O, ubi alioqui oculus ſtatuendus foret, ſpeculum planum FG interponimus, elliptica forma, longitudine pollicari, ex metallo fuſum atque accurate expolitum, (nam vitrea ob duplicem ſuperficiem omnino ad hunc uſum inepta ſunt) anguloque inclinamus ſemirecto ad axem lentium, aut paulo etiam minore, atque ita tubo includimus, ut quam proxime illi admoveri poſſit oculus N; qui deſuper per foramen, in tubi lamina excavatum, in ſpeculum aciem dirigit, inclinato capite terram verſus, atque ita viſibilia ad quæ tubus dirigitur & erecta conſpicit & eadem copia, ac ſi nullo interpoſito ſpeculo, in O conſtitutus eſſet. Neque cauſa ignota eſſe poteſt ei qui in ſpeculo plano radios in-

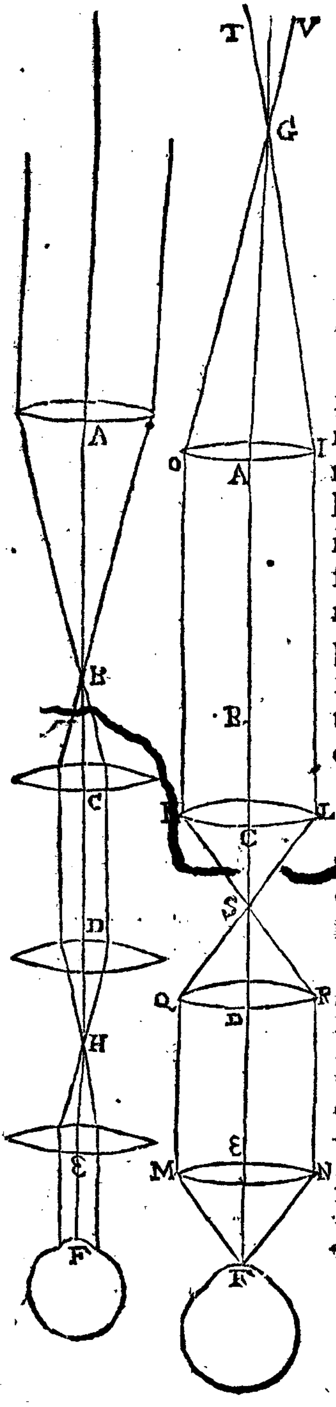
incidendo ac reſiliendo æquales angulos facere noverit, quos radios uti hic feruntur in Schemate diſcernere licet; tum hos qui a medio rei viſæ puncto venientes, paralleli incidunt in lentem AB ac denique etiam paralleli ad oculum N deferuntur; tum eos qui ab extremis punctis mittuntur, atque in media lente AB ſeſe interſecantes, inde ad oculum pergunt ſecundum lineas ECFN, EDGN.

PROPOSITIO LIV.

Teleſcopii ex quatuor convexis compoſiti conſtructionem explicare, quo res viſæ erectæ ſpectantur & magna copia.

Propter inverſam poſitionem rei viſæ vix aliter utimur compoſito e duobus convexis quam ad ſidera, quæ non refert quo poſitu ſpectentur. Quænam vero tunc proportio ſervanda dictum eſt. Quomodo autem erigantur rurſus imagines magnaque ſimul earum copia uno intuitu comprehendatur diverſimode quæſitum fuit 3. 4. 5. & pluribus lentibus. Quæ ſine cauſa non ſunt multiplicandæ, quod & ſingularum materia & ſuperficierum reflexiones radiorum partem intervertant. Paucioribus tamen quam quaternis optatum effectum conſequi non licet. Etſi enim in eadem teleſcopii longitudine & ſitus erectus & eadem amplificatio, & eadem copia ſimul viſorum obtineri poteſt tribus æquè ac quatuor lentibus, deterior tamen eſt trium compoſitio quam quaternarum, quia in illa, lentes oculares aut unam certe earum oculo proximam e majoribus ſuperficiei ſphæricæ portionibus conſtare neceſſe eſt ratione diametri aut foci diſtantiæ, ſi eadem anguli viſorii magnitu-

do



do præſtanda ſit. Hinc vero colore inficiuntur res viſæ & lineæ rectæ circa aperturæ margines curvæ apparent.

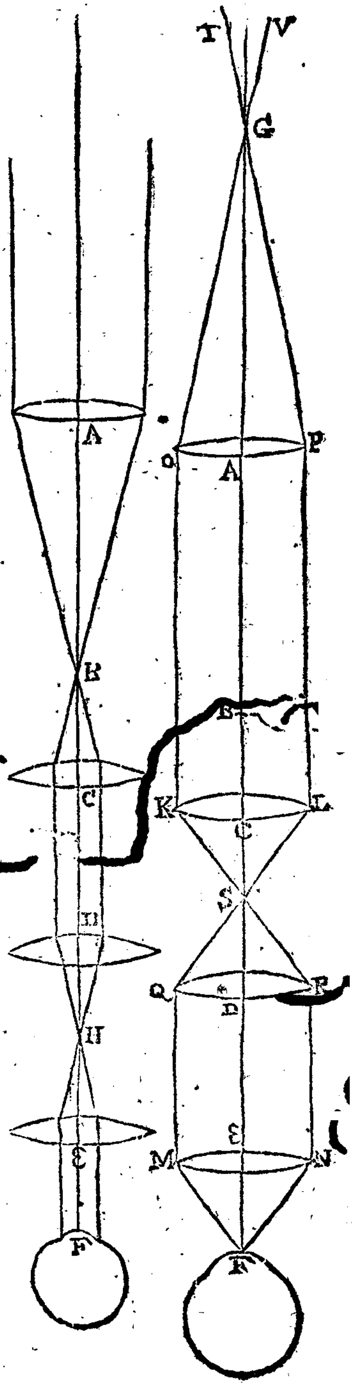
Quaternis igitur utendum eſt, ex quibus teleſcopium hoc modo componitur.

Lens exterior eſt A, cujus foci diſtantia AB, in eodem vero axe poſitæ ſunt lentes oculares tres C, D, E prorſus æquales inter ſe, quarumque interior intervallo BC quantum eſt ſua foci diſtantia ultra focum B removetur, ejuſque intervalli duplum eſt a lente C ad lentem D, ac tantundem ab hac ad lentem E, ac denique ab hac ad oculum F rurſus, quantum inter B & C.

Rurſus autem binis figuris hic opus eſt, in quarum priore radii ab uno puncto rei longe diſtantis manantes exhibentur, quos facile apparet, ſi quis præcedentia perceperit, primum tanquam parallelos incidere in lentem A, inde colligi in B foco ejus, ac inde divergentes in lentem C incidere, quæ denuo parallelos efficiat, mittatque ad lentem D, quæ congreget eos ad focum ſuum H, qui medium

dividit intervallum DE. Tum denique ex H puncto ad lentem E tendentes ab ea tertiò parallelos reddi atque ita ad oculum F accidentes diſtinctam viſionem efficere, cum in fundo ejus ad punctum unum cogantur.

In ſecunda figura conſideratur ratio amplificationis, quæ eſt ea quæ AB foci diſtantiæ lentis exterioris, ad foci diſtantiam BC, unius ex ocularibus. Ac præterea anguli viſorii amplitudo hic demonſtratur. Poſitis enim ocularium trium aperturis æqualibus, quæ non majores ſint apertura lentis exterioris A, ducantur MQ, NR axi communi parallelæ & aperturæ diametros lentium E & D comprehendentes. Itemque KO, LP eidem axi parallelæ & comprehendentes aperturam lentis KL, & poſita AG æquali AB, ducantur rectæ OGV, PGT quæ ſeſe interſecent in G. Jam patet latitudinem rei viſæ longinquæ quæ oculo nudo ex puncto G, ideoque & ex F, cerneretur in angulo TGV, hanc oculo per teleſcopium intuenti, occupare angulum MFN; ideoque augmenti rationem eſſe eam



quæ

quæ anguli MFN ad ang. TGV ſive PQO. hoc eſt, eam quæ intervalli AG ad intervallum EF, cum PO, MN ſint æquales; hoc eſt, eam quæ foci diſtantia AB ad foci diſtantiam BC; quod erat dem.

Apparet porro angulum viſorium MFN eandem quoque viſibilium latitudinem comprehendere ac teleſcopium quod binis lentibus A & C conſtaret, cum res viſa quæ angulo TGV intercipitur, in illo teleſcopio ſpectetur in angulo KSL ipſi MFN æquali.

Hæc egregia lentium compoſitio Romæ neſcio a quo primum fuit inventa, multum tamen adjuta annulo ſeu diaphragmate quod ad H, loco medio inter lentes ED, vel ad B focum communem lentium A & C inſeritur, cujus uſum non ante cognitum explicuimus in libro de cauſis phænomenon Saturni. Eſt vero longe præcipuus cum in metiendis Planetarum diametris ut ibi docui, tum ad alia de quibus agam in ſequentibus. In hiſce vero teleſcopiis circulum apparentium imaginum præciſo ambitu iſte annulus ideo circumſcribit, quod quæ circa H vel B collocantur diſtincte cernuntur oculo F, cum radii ab H vel B egreſſi paralleli ad eum deferantur, ſimul vero colores circa margines ejus opera reſecantur, qui non bene antea vitari poterant.

Ponenda autem apertura annuli ipſarum lentium ocularium aperturis paulo minor, diameterque ejus ad ocularium foci diſtantiam certa ratione referendus, quæ circiter ea eſt, quæ .... ad ...... docente nimirum experientia. Quænam vero ſit ponenda proportio foci diſtantiæ lentis exterioris ad foci diſtantiam ocularium quantaque apertura lucem admittere poſſit lens illa in ſequentibus definietur.

Mirum videtur in hoc teleſcopio colores iridis oriri plurium ocularium refractione, non magis quam cum

una ocularis adhibetur. Sed ratio hæc eſt quod lens QR corrigit & aufert colores quas lens KL produxit. Idem enim accidit radio OKRN per ſuperficies inclinatas ad K ac deinde ad R, tranſeunti, ac ſi per cuneos binos contrarie poſitos SS, TT tranſiret parallelis lateribus, qui colore non inficitur non magis quam ſi per laminam vitream incederet.

Lemma.

Angulos 30. gradus non excedentes proportionales cenſeri ſuis Sinibus.

Hoc jam ante ab aliis quoque Opticorum Scriptoribus aſſumtum fuit, quia exigua prorſus a vero eſt differentia.

PROPOSITIO LV.

Poſito angulo vitri ſolido 19. gradibus minore BAC *ſi duo radii in unum vitri punctum incidant, ita ut ſingulorum inclinatio ſit minor 29. gradibus in partem ab* A *puncto averſam, erit differentia inclinationum radiorum incidentium æqualis differentiæ inclinationum radiorum qui poſt refractionem e vitro exeunt.*

Si ſit angulus BAC, quo duo plana angulum ex vitro ſolidum complectentia inclinantur minor grad. 19. Sitque præterea in plano per ABC etiam recta linea DBV, quæ planum AB normaliter ſecet in B, & ad eam inclinentur radii EB, GB, angulis minoribus quam gr. 29. in partem ab A puncto averſam, quorum interior EB intra diaphanum feratur per BH, atque exeat in HK;

GB

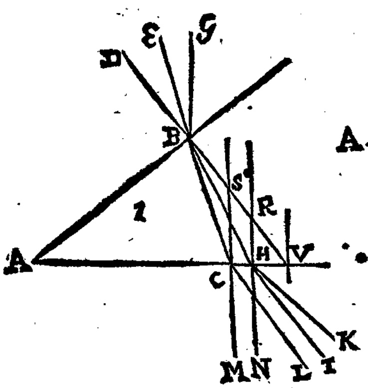
GB vero feratur intra diaphanum per BC, exeat vero in CL; Dico angulo EBG radiorum incidentium æqualem cenſeri poſſe eum, quo egreſſi HK, CL inter ſe inclinantur, hoc eſt, angulum KHI; ſi fiat HI parallela CL.

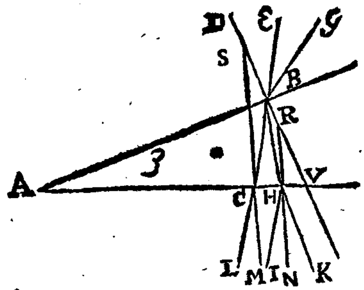
Ducantur enim rectæ ad AC normales MCS, NHR, quæ ſecent DBV in punctis S, R. Sunt autem caſus quinque. Poſſunt enim anguli BCA, BHA, vel uterque eſſe minor recto, vel uterque major, vel angulus BCA major recto, & BHA minor, vel BCA vel BHA rectus.

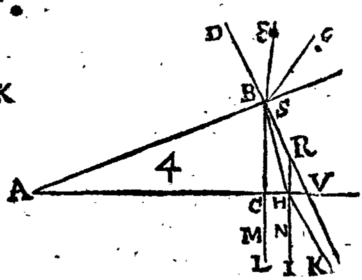
In his omnibus oſtendam primò, angulos ſingulos quos radii BH, HK; BC, CL conſtituunt, cum rectis perpendicularibus ad AH, minores eſſe 30. gradibus.

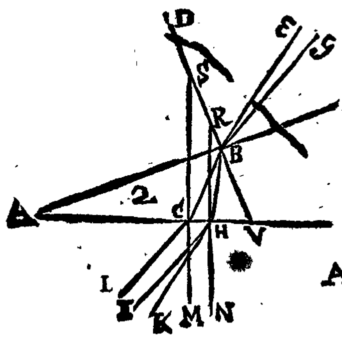
Nam 1. caſu, cum ſit in triangulo BAH ang. A minor 19. gr. & ABH minor recto ABV, erit neceſſario BHA major gr. 71, qui proinde ablatus ab recto AHR relinquit ang. BHR, minorem gr. 19. Hujus vero Sinus, qui igitur minor eſt quam partium 32557 qualium radius circuli eſt 100000, eſt ad Sinum ang. NHK ut 2 ad 3, ex lege refractionis vitri. Ergo Sinus anguli NHK minor quam 48836, & ang. ipſe NHK minor ang. 30. gr. quippe cujus Sinus eſt 50000. Eadem ratione & ang. MCL minor probabitur quam 30. gr.

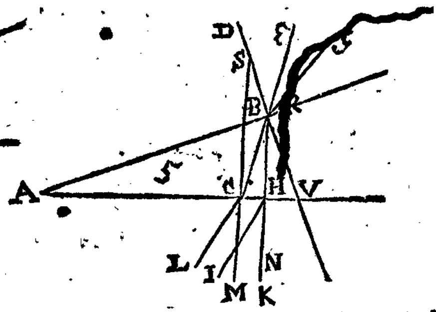
Caſu 2. quoniam ang. DBG minor eſt quam 29. gr. Sinus vero ipſius ad ſinum ang. VBC ut 3 ad 2, erit per lemma præc. angulus VBC minor gradibus $19\frac{1}{3}$. Sed ang. VBC æqualis eſt ſummæ ang. BSC & BCS, Ergo BCS omnino minor quam $19\frac{1}{3}$ gr. Et Sinus ejus minor quam partium 33107. Sicut autem 2 ad 3 ita ſinus ang. BCS ad ſinum ang. MCL minor quam partium 49661. & angulus ipſe MCL minor itaque quam gr. 30. Eadem ratione oſtendetur ang. NHK minor 30. gr.











Caſu 3. ang. NHK minor oſtendetur 30. gr. eodem modo quo in caſu primo ; angulus vero MCL eodem modo atque in caſu ſecundo.

Quarto caſu, de ang. NHK demonſtratur eodem modo atque in caſu primo.

Item Quinto caſu de ang. MCL eodem modo atque in caſu ſecundo.

His

His oſtenſis ſic procedet demonſtratio. Omnibus caſibus anguli DBG duabus tertiis æquari cenſendus angulus VBC, quia hæc eſt Sinuum ipſorum ratio. Itemque anguli DBE duabus tertiis angulus VBH. Ergo & anguli EBG duæ tertiæ cenſebitur angulus HBC. Rurſus tribus caſibus prioribus anguli MCL duabus tertiis æqualis cenſendus ang. SCB. itemque ang. NHK duabus tertiis æqualis ang. RHB. Quare & caſu 1. & 2. duabus tertiis differentiæ angulorum MCL, NHK, quæ differentia eſt angulus KHI (nam HI parallelam duximus CL) æqualis cenſebitur differentia angulorum SCB, RHB. Caſu 3. vero, duabus tertiis ſummæ angulorum MCL, NHK, quæ ſumma rurſus eſt angulus KHI, æqualis cenſebitur ſumma angulorum SCB, RHB. Atqui hoc caſu ſummam hanc facile apparet æquari angulo HBC. Caſibus vero 1. & 2. differentiam eorundem angulorum SCB, RHB æquari eidem angulo HBC. Ergo his tribus caſibus angulus HBC æqualis cenſendus duabus tertiis anguli KHI. Idem vero ang. HBC æqualis cenſus fuit duabus tertiis anguli EBG. Ergo angulus KHI æqualis cenſendus ang. EBG, quod erat dem.

Caſu vero 4, ubi ang. BCA eſt rectus, incidit CL in CM, & HI in HN; cumque angulus HBC ſit æqualis cenſendus $\frac{2}{3}$ ang. EBG, ex ante demonſtratis. Et angulus BHR qui æqualis HBC, æqualis cenſendus $\frac{2}{3}$ anguli IHK. Sequitur & hic æquales eſſe cenſendos angulos IHK, EBG.

Denique caſu 5. ubi HK cadit in HN. apparet rurſus angulum BCS æqualem cenſendum duabus tertiis ang. MCL ſeu KHI: idem vero BCS ſeu ipſi æqualis CBH cenſus fuit duas tertias facere anguli EBG. Igitur apparet rurſus æquales cenſendos angulos KHI, EBG. quæ ſupererant demonſtranda.

Quod

Quod ſi radii EB, GB vel ipſis paralleli, incidant in ipſum velut angulum diaphani A, manifeſtum eſt ad eundem verticem A conventuros angulos duos æquales, quos bini incidentes radii ac bini refracti efficient.

Facile autem perſpicitur quomodo idem hoc Theorema ad quamlibet refractionis proportionem accommodari poſſit.

Sciendum etiam, quia cum in ſequentibus eo utemur, tam angulus BAC, quam cæteri quibus radii incidentes & refracti inclinantur ad rectas ſuperficiei refringenti perpendiculares longe minores plerumque erunt iis quos hic definivimus; itemque anguli radiorum incidentium EBG ſemper exigui, eò propius ad horum perfectam æqualitatem acceſſuros angulos ſeu inclinationes radiorum e vitro egredientium, quia tanto propius angulorum ratio ſinuum rationi reſpondet.

De Lentium Aperturis.

Cum ratio augmenti in duarum lentium telescopiis ea eſſe oſtenſa ſit, quæ foci diſtantiæ lentis exterioris, ad ocularis foci diſtantiam; aut ſi hæc cava lens fuerit, ad diſtantiam puncti diſperſus, videatur forſan quamvis brevi teleſcopio quantum libet aucta viſibilia ſpectari poſſe. Sed duplex cauſa eſt quæ hoc impediat. Altera quod, manente eadem lentis exterioris apertura, quanto magis res viſas amplificarit teleſcopium, adhibita oculari lente acutiori, tanto quoque obſcuriores videri faciet. Altera quod & minus diſtinctas eas referet. Si vero augenda apertura remedium quæratur, eo magis augebitur confuſio. Quæ ad lucem obſcuritatemque attinent intelligentur ſi attendamus ad picturam illam rei viſæ, quæ in fundo oculi formatur; quæ quanto

to major efficietur, ſive id refractione lentium fiat, ſive ſolum propius accedendo, tanto majore copia à ſingulis rei punctis radii intra oculum recipiendi ſunt, ut eadem claritas maneat. Si enim nudo oculo intuens duplo propius ad viſibile accedas, fit ejus pictura in fundo oculi duplo quam fuerat major ſecundum diametrum, quadruplo ſecundum aream. Sed & quadruplo plures radii pupillam ingrediuntur ab uno quoque ejus puncto manantes, quia coni radioſi angulus duplus fit. Itaque eadem lux picturæ in utraque diſtantia percipitur, idque ita natura comparatum eſt. Si vero teleſcopium parandum ſit decuplo augens viſibilia ratione diametri, quodque tam lucida omnia referat atque cum nudo viſu ſpectantur, debebit & in lente exteriori diameter aperturæ ad pupillæ diametrum decupla eſſe, etiamſi nec repercuſſu ſuperficierum utriuſque lentis, nec vitri colore pars nulla radiorum intercipietur. Sic enim cum rei viſæ ſuperficies centuplo augeatur, habebitur & lux centupla ejus quam nuda pupilla admittebat.

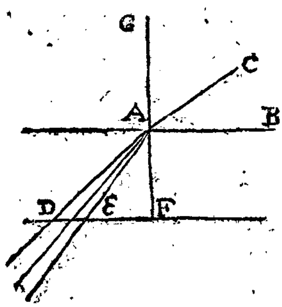
Sed multo minor lucis menſura teleſcopiis ſufficit. Nam quibus interdiu utimur, non nimis obſcura ſunt, ſi modo ſextam vel ſeptimam partem habeant claritatis quæ ſolet oculis percipi. Longiora vero, quibus Luna ac Planetæ ſpectantur, duplo minori adhuc luce indigent, quod oculi per tenebras minore luce moveantur quam interdiu. Ita in teleſcopio 30. pedes longo, quod Planetas amplificat centies novies ratione diametri, eoque latitudinem aperturæ poſceret, quæ ad eam, quæ pupillæ, ſe haberet, ut 109 ad 1; hoc eſt, quæ pollicum eſſet fere 11, poſitâ nempe pupillæ latitudine $\frac{1}{10}$ poll. ſufficere invenitur apertura 3 pollicum latitudine, quæ minus quam decimam tertiam partem colligit ejus lucis quæ contingeret apertura pollicum 11.

Cc Sed

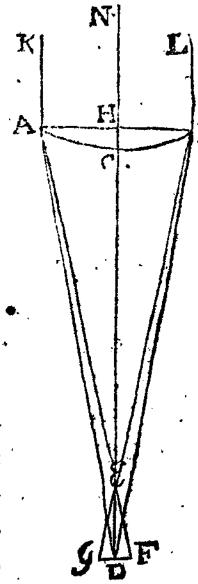
Sed nec pupillæ latitudo certa eſt aut ſemper eadem, nec præciſe definiri poteſt, quæ claritas ſufficiat. Et planetis remotioribus atque eo obſcurioribus aliquanto amplior danda eſt, quam Soli propioribus ob cauſam in ſequentibus dicendam.

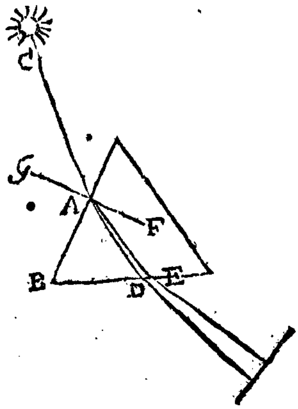
Illud vero omnino quærendum eſt, quomodo dato uno teleſcopio, quod experientia docente rectè ſit ordinatum, cujuſque lentium duarum foci diſtantiæ datæ ſint, & apertura lentis exterioris quantam maximam pati poteſt; quomodo inquam ex hoc alia quotvis quarumcunque longitudinum definiantur, ita ut viſibilia æque lucida, & æque diſtincta exhibeant. Hinc enim cognoſcitur, quid, quantumque longitudine teleſcopiorum producenda profici poſſit. Item an recte elaborati expolitique ſint orbes vitrei an ſecus.

Diſtinctæ vero viſionis ratio ut habeatur, ſciendum eſt ex duplici cauſa eam vitiari; quarum altera eſt, quod ſphærica lentium convexitas non ad punctum unum cogat radios a puncto rei viſæ manantes, ſed aliquantulum aberrare faciat, ut in ſuperioribus oſtenſum fuit: Altera, quod radius in ſuperficiem denſioris diaphani oblique incidens, ac tanquam recta linea habitus, poſtquam refractus fuerit non amplius in linea feratur, ſed velut in plures ſpargatur exiguis angulis diſſidentes, coloribuſque infectos. Veluti ſi in ſuperficiem vitri AB incidat radius CA is refractus ſpargetur angulo exiguo DAE, cujus latus AD a perpendiculo GAF magis recedens colorem rubrum deferet, alterum extremum AE violaceum obſcurum; inter D & E vero appare-



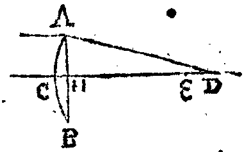
rebunt flavus, viridis, cæruleus, eodem ordine ut in Iride ſpectari ſolent. Hoc ita eſſe & quidnam ex eo ſequeretur, pridem advertit V. Cl. Iſ. Neutonus; ac priſmate vitreo radios Solis refractos in loco obſcuro excipiens obſervavit ea lege hanc radii diſſipationem contingere ac ſi variæ eſſent variè coloratorum radiorum refractiones, aliæ aliis majores, radiuſque C A omnes iſtos contineret. Extremos autem in A D, A E ita refringi, ut quidem Sinus anguli G A C, ad ſinum anguli F A D, eſſet ut 68 ad 44. ad Sinum vero anguli F A E ut 69 ad 44.





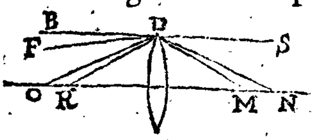
Atque hinc porro collegit, in quavis lente vitrea, ut A B, cujus axis C D, ſi radiorum extremorum axi parallelorum K A, L B pars levius refracta ac rubrum vel coccineum colorem deferens conveniat cum axe in D; maximè vero refracta ac violacea in E, tunc eſſe E D æqualem $\frac{1}{50}$ C D, ac proinde ſi producantur A E, B E donec occurrant in F & G, rectæ per D ductæ ac lenti A B parallelæ, fieri G F, diametrum circelli aberrationis æqualem parti quinquageſimæ diametri A B. Unde & ang. D A F cenſebitur efficere $\frac{1}{50}$ ang. A D C.

 Eſt



Eſt autem aberratio hæc & alius naturæ & plerumque longiſſime ſuperat eam quæ ratione figuræ ſphæricæ contingit. Nam ſi ſit ex. gr. lens AB, cujus altera ſuperficies plana ſit, altera convexa, atque ea radiis incidentibus expoſita. Foci vero diſtantia CD ſit pedis unius ſeu poll. 12. Apertura AB dimidii pollicis, quanta circiter huic lenti in pedali teleſcopio danda eſt; ſit HC craſſitudo lentis, $\frac{1}{192}$ poll. cujus $\frac{7}{6}$, hoc eſt $\frac{1}{164}$ poll. definit aberrationem totam DE, quæ ex figura ſphærica oritur. Sed ex Neutoniana aberratione erit DE $\frac{1}{50}$ CD, hoc eſt $\frac{12}{50}$ pollicis. Quæ itaque ad priorem ſe hic habet ut 39 ad 1. Quo longiora vero teleſcopia, eo ma-jor erit hæc aberrationum differentia.

Quia autem tanto refractionis vitio videri poſſet penitus corruptum iri omnem teleſcopiorum effectum, quod tamen contra evenire experimur; omnino exponenda eſt hujus rei ratio. Sciendum itaque Imaginem illam Solis coloratam qualem Neutonus obſervavit, longe maximam lucis partem colligere ubi flavus color effulget rubro proximus. Eandem vero multo fieri obſcuriorem qua parte ad violaceum tendit. Nec dubitandum, quin ſi ab alia quam a Solis luce radii adveniant major pars aberrantium ſentiri nequeat. Ita fit ut qui a ſingulis viſibilium punctis manant, lentis convexæ opera picturam rei procul poſitæ ſatis diſtinctam ac circumſcriptam in foco exhibeant, etſi luce quadam, veluti nebula, aſperſam, quæ ab iſta aberratione ſeu radiorum ſingulorum diſperſu oritur.



Notandum autem Propoſ. LV. ad radios in varios colores diſſipatos, extendi poſſe. Ex ea enim ſequitur, eandem obſer-

ſervari legem in radiis diſſipatis, quæ in puris; ex gr. SD radius diſſipetur in DO colorem rubrum & DR violaceum; itemque radius ND in rubrum DB & violaceum DF, ſequitur inquam, ex hac prop. LV. angulos BDO a radiis coloris rubri & FDR a radiis coloris violacei deſcriptos ſingulos fore æquales angulo SDN.

Unde non incommode & illud ad modum Lemmatis deduci poteſt,

Aberrationem NDM per radium incidentem BD productam, fore æqualem aberrationi BDF genitæ per refractum ND.

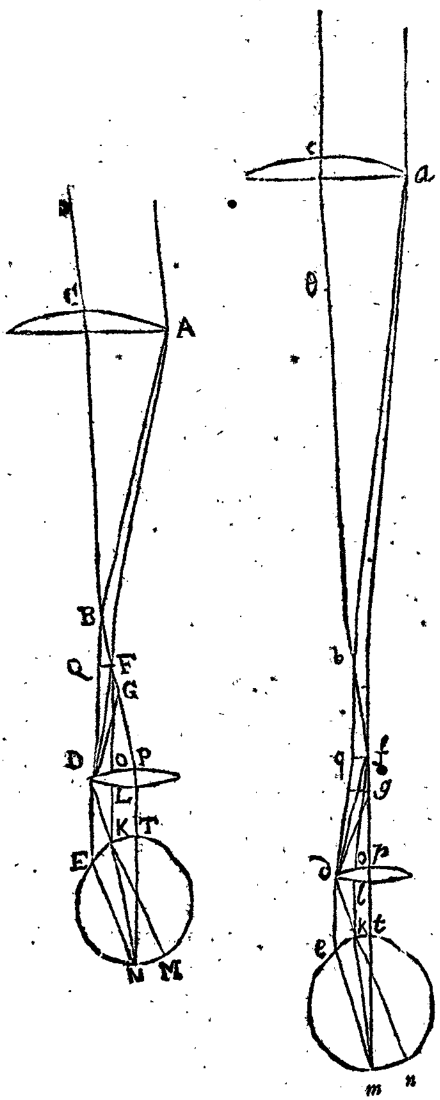
Quia enim a radio incidente BD fit NDM aberratio; vel quod idem eſt, ab incidente SD aberratio ODR = NDM; rurſus quia ex incidente ND fit aberratio BDF, erunt anguli BDO a colore rubro, & FDR a violaceo deſcripti, ſinguli æquales ang. SDN, ergo etiam inter ſe æquales, id eſt, ang. BDO = FDR, unde demto communi ang. FDO, erit reliquus BDF = ODR id eſt NDM, q. e. d.

Propositio LVI.

Lentium aperturas in Teleſcopiis definire.

Nunc ad aperturas teleſcopiorum definiendas pergam, oſtendamque, Diametros aperturarum in ſubdupla ratione foci diſtantiarum lentis exterioris eſſe ponendos; Atque ita quoque foci diſtantias lentium ocularium.

Sit teleſcopium ex lentibus AC, DP compoſitum, AC exteriori, DP oculari. Axis teleſcopii per utramque mediam lentem tranſiens ſit CP, qui pupillam oculi ſecet in T puncto, ejuſque fundo occurrat in N. Foci diſtantia lentis AC ſit CF, lentis DP foci diſtantia PF. Dimidiæ aperturæ latitudo ſit AC. Ponatur vero teleſcopium



hoc recte ordinatum, quantum ad lucem ac diſtinctam viſionem attinet, ut nec majorem aperturam in exteriori lente ferre poſſit, nec acutiorem lentem ocularem; Jamque aliud ſit conſtruendum longius ac majoris amplificationis, cujus lens ac habeat foci diſtantiam cf, datæ rationis ad CF, quæraturque hinc diameter aperturæ aa, itemque foci diſtantia lentis ocularis pf, quibus fiat æque lucidum hoc teleſcopium, & æque diſtincte res viſas exhibens, atque illud ex lentibus AC, PD.

Sint omnia ejuſdem nominis ſed diverſæ figuræ literis utrobique notata, & conſtructio eadem.

Intelligatur nempe F eſſe punctum concurſus radiorum axi parallelorum qui rubrum

brum colorem adferunt, tam in lentem AC extrinſecus advenientium, quam qui in lentem PD caderent e regione oculi. Sed B eſſe concurſum parallelorum lentis AC, qui violaceum exhibent; G concurſum parallelorum qui colorem hunc ducunt per lentem PD. Oculi vero ea ſit conſtitutio, ut radios rubros axi parallelos excipiens perducat ad punctum unum fundi ſui. Aberrationem quæ ex figura ſphærica oritur pro nulla hic habemus, quippe quæ ut jam diximus nullius momenti ſit ad hanc quæ fit ex coloribus, ac proinde ſi ab extrema apertura AA ducantur rectæ ABD, AFO quæ lenti PD occurrant in D & O, eæ referent radios coloratos extremos quos ex uno axi parallelo radio fecit refractio lentis AC. Jungantur DF, FA, DG, & productus axis CP ſecet oculi pupillam in puncto T, ejuſque fundo incidat in N. Sitque recta DE axi parallela a lente oculari ad pupillam ducta, & jungatur EN. Cæterum angulus BDF, a cujus magnitudine pendere oſtendimus aberrationem in fundo oculi, vocetur angulus aberrationis.

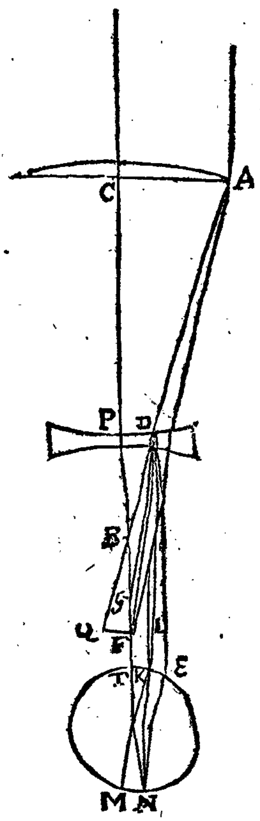
Quum igitur radius qui ex G in D ferretur violaceo colore tinctus abiturus ſit in DE axi parallelam, non poterit radius hujus coloris ABD in DE refringi, ſed ex propoſ. LV. interius feretur ad pupillam per DK, ut fiant anguli æquales BDG, EDK. Sit KL axi parallela, quia itaque ea eſt oculi conſtitutio ut radii rubri paralleli DE, LK, conveniant in fundo ad punctum N, non conveniet eodem radius DK etiamſi ruber, ac minus etiam cum ſit violaceus, ſed interior feretur ſecundum KM, ut angulus NKM ad DKL ſeu ſinus ad ſinum certam rationem habeat, quæ cujuſmodi ſit ſcire nihil intereſt. Sed in utroque teleſcopio æquales eſſe oportet angulos NKM, ut æque diſtincta viſio exiſtat; quia ſic a-

aberratio quoque NM in fundo oculi utrobique æqualis erit. Conſtat enim radium rubrum AFO penetrata lente PD, futurum axi parallelum, eoque deſcenſurum ad punctum in oculi fundo N. Oportet itaque & angulos DKL, ſeu KDE, ſeu BDG, utrobique æquales eſſe; ſive etiam angulos BDF; Tunc enim & anguli BDG pro æqualibus rectè habebuntur, quia utrobique minimi ſunt horum reſpectu, (licet inæquales inter ſe) anguli FDG. Sicut enim CF ad FB ita eſt PF ad FG, ex natura hujus aberrationis; unde permutando ut CF ad FP ita FB ad FG. Atqui CF ſuperat longiſſimè FP, ut in teleſcopio ex. gr. pedum 30, ſit earum ratio quæ 109 ad 1. Ergo ita quoque FB ſuperat FG, & ita fere angulus BDF angulum FDG.

Ex his jam calculum proſequemur hoc modo. Sit in priore Teleſcopio CF $= b$, FP $= c$; AC $= a$, in poſteriore cf $= d$, fp $= y$; ac $= x$. Et fiat ſicut CF ad FP ita linea θf ad fp, eritque θf $= \frac{by}{c}$; quia igitur ratio augmenti in priore Teleſcopio eſt ea quæ CF ad FP, ſeu θf ad fp; in poſteriore vero ea quæ cf ad fp. Erunt in utroque magnitudines apparentes ſecundum diametrum inter ſe ut θf ad cf: quam eandem rationem habere debet AC ad ac; quia æque lucidum eſſe volumus teleſcopium utrumque: quod ita fiet, ſi quanto magis alterum res viſas auget, tanto majori apertura radios colligat ab earum ſingulis punctis profectos. Eſt igitur AC ad ac, hoc eſt, a ad x, ut θf ad cf, hoc eſt, ex antedictis, ut $\frac{by}{c}$ ad d. Unde fit y ſeu fp $= \frac{adc}{bx}$.

Ducatur FQ axi perpendicularis, quæ rectæ DA occurrat in Q. Quia itaque ut CB ad BF ita cb ad bf (nam utrobique BF eſt $\frac{1}{50}$ CB, ex ſupra expoſitis); erit & CA ad FQ ut ca ad fq. Et permutando CA ad ca ut FQ ad fq. Quia ve-

vero, ut dictum fuit, æquales debent eſſe anguli aberrationis BDF, bdf, erit DF ad FQ ut df ad fq, ſive PF ad FQ ut pf ad fq, cum utrobique pro iiſdem haberi poſſint PF & DF, propter minimam differentiam; proinde & permutando PF ad pf ut FQ ad fq, hoc eſt, ut CA ad ca. Eſt autem PF $= c$; pf $= \frac{adc}{bx}$; CA $= a$. Ergo ca ſive $x = \frac{aad}{bx}$. Et $bxx = aad$. hoc eſt, xx ad aa ut d ad b. ſive x ad a in ſubdupla ratione d ad b. quod erat oſtendendum.



Quod autem & lentium PD, pd, foci diſtantiæ ſunt ſicut aperturarum diametri AA, aa, hinc ita probatur. Cum dictum fuerit eſſe a ad x ut $\frac{by}{c}$ ad d. Erit & aa ad xx ut $\frac{bbyy}{cc}$ ad dd. Erat autem aa ad xx ut b ad d. Ergo $\frac{bbyy}{cc}$ ad dd ut b ad d. Unde $byy = ccd$. Et cc ad yy ut b ad d, hoc eſt ut aa ad xx; ac proinde etiam c ad y ut a ad x. hoc eſt, ratio foci diſtantiarum FP, fp eadem quæ ſemidiametrorum aperturæ AC, ac.

In Teleſcopiis ex convexa & cava lente compoſitis eadem oſtendi poſſunt, ſimili planè demonſtratione; niſi quod diſtantia puncti diſperſus in lente cava tunc erit quod hic fuit convexi ocularis foci diſtantia. Sed cavorum in compoſitione jam nullus fere eſt uſus, pro-

pter anguſtiam ſpatii, quam teleſcopiorum proſpectui relinquunt.

Cæterum ad inveniendas tum aperturas, tum lentes oculares cuique lenti exteriori convenientes, ex jam dictis & ſemel conſtituto 30 pedum teleſcopio hanc effecimus Regulam. *Foci diſtantia lentis exterioris, quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti radix erit diameter aperturæ quæſitæ in centeſimis pollicum. Eadem ſi augeatur decima ſui parte, dabit foci diſtantiam lentis ocularis iiſdem centeſimis expreſſam. Apparentes vero rei viſæ latitudines ſunt ſicut diametri aperturarum.* quæ omnia ſic probantur.

Lenti 30 pedum experimur convenire aperturam 3 pollicum. Si igitur proponatur lens alia cujus foci diſtantia contineat numerum pedum b, erit ex ſupra expoſitis ſicut 30 ad $\sqrt{30b}$, quæ eſt ratio ſubdupla rationis foci diſtantiarum, ita 3 pollices aperturæ, ſive 300 centeſimæ pollicis ad aperturam lentis quæſitam; vel permutando erit ut 30 ad 300, hoc eſt, 1 ad 10 ita $\sqrt{30b}$ ad aperturam in centeſimis pollicum, quæ itaque erit $\sqrt{3000b}$, qualem regula ſtatuit. Lenti quoque eidem 30 pedum convenire invenimus ocularem, cujus foci diſtantia $3\frac{3}{10}$ pollicis. Sunt autem foci diſtantiæ ſicut aperturæ. Ergo ut apertura 3 poll. ſeu 300 centeſimarum ad aperturam $\sqrt{3000b}$, ita foci diſtantia $3\frac{3}{10}$ pollicum, ſive 330 centeſimarum, ad foci diſtantiam quæſitam. Sive permutando ut 300 ad 330, hoc eſt, ut 1 ad $1\frac{1}{10}$ ita apertura $\sqrt{3000b}$ ad iſtam foci diſtantiam.

Denique proportionem amplificationis, ſeu apparentes rerum magnitudines teleſcopiis perceptas eſſe ut aperturarum diametros, ſic manifeſtum fiet. In unoquoque teleſcopio magnitudo apparens ad veram, ſi-

ve quæ nudo oculo percipitur, eſt ea quæ foci diſtantiæ lentis exterioris ad foci diſtantiam ocularis. Ergo in teleſcopio altero propoſitionis hujus erit hæc magnitudinum ratio quæ CF ad FP, ſeu b ad c. In altero vero quæ ef ad fp, hoc eſt, quæ d ad $\frac{adc}{bx}$, ſeu $\frac{bx}{a}$ ad ad c. Sed magnitudo vera utrobique eſt eadem. Ergo magnitudo apparens in teleſcopio priore ad eam quæ in altero ſe habebit ut b ad $\frac{bx}{a}$, hoc eſt, ut a ad x, ſive ut aperturarum diametri, quod erat probandum.

Quare ex amplificatione quæ eſt in 30 pedum teleſcopio ut 109 ad 1, cæteræ omnes ex proportione aperturarum repertæ ſunt & in Tabulam ſequentem relatæ.

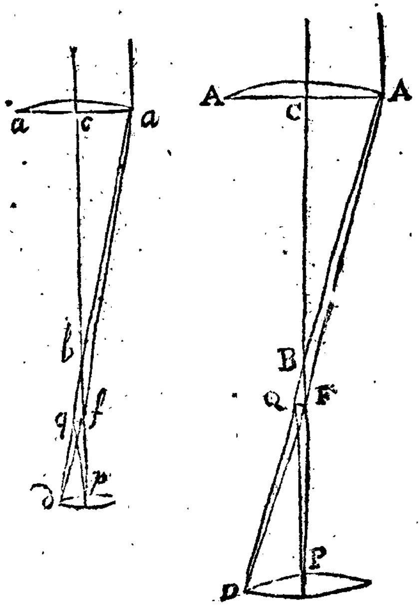
Foci diſtantia vitri objectivi, ſive Longitudo Teleſcopii.	*Diameter aperturæ vitri objectivi.*	*Foci diſtantia lentis Ocularis.*	*Amplificatio ſecundum diametrum*
Pedes Rhenoland.	*Decimæ & centeſimæ pollicum.*	*Dec. Cent. poll.*	
1	0. 55	0. 61	20
2	0. 77	0. 85	28
3	0. 95	1. 05	34
4	1. 09	1. 20	40
5	1. 23	1. 35	44
6	1. 34	1. 47	49
7	1. 45	1. 60	53
8	1. 55	1. 71	56
9	1. 64	1. 80	60
10	1. 73	1. 90	63
13	1. 97	2. 17	72
15	2. 12	2. 33	77
20	2. 45	2. 70	89
25	2. 74	3. 01	100
30	3. 00	3. 30	109

Foci diſtantia vitri objectivi, ſive Longitudo Teleſcopii.	*Diameter aperturæ vitri objectivi.*	*Foci diſtantia lentis Ocularis*	*Amplificatio ſecundum diametrum*
Pedes Rhenoland.	*Decimæ & centeſimæ pollicum.*	*Dec. Cent. poll*	
35	3. 24	3. 56	118
40	3. 46	3. 81	126
45	3. 67	4. 04	133
50	3. 87	4. 26	141
55	4. 06	4. 47	148
60	4. 24	4. 66	154
65	4. 42	4. 86	161
70	4. 58	5. 04	166
75	4. 74	5. 21	172
80	4. 90	5. 39	178
85	5. 05	5. 56	183
90	5. 20	5. 72	189
95	5. 34	5. 87	194
100	5. 48	6. 03	199
110	5. 74	6. 31	209
120	6. 00	6. 60	218
130	6. 25	6. 88	227
140	6. 48	7. 13	235
150	6. 71	7. 38	244
160	6. 93	7. 62	252
170	7. 14	7. 85	259
180	7. 35	8. 09	267
190	7. 55	8. 31	274
200	7. 75	8. 53	281
220	8. 12	8. 93	295
240	8. 48	8. 33	308
260	8. 83	9. 71	321
280	9. 16	10. 08	333
300	9. 49	10. 44	345
320	9. 80	10. 78	356
340	10. 10	11. 11	367
360	10. 39	11. 43	378
380	10. 68	11. 75	388
400	10. 95	12. 05	398

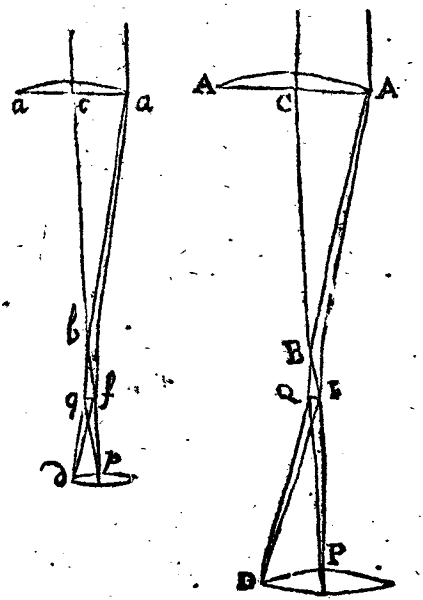
PROPOSITIO LVII.

Si in Teleſcopiis duobus, æquales exteriores lentes habentibus, differant inter ſe aperturarum diametri, & eadem quoque proportione foci diſtantiæ lentium ocularium; æquè diſtinctè iis omnia conſpicientur; apparenteſque viſibilium latitudines ejus proportionis contrariam habebunt; Claritates vero directæ quadruplicatam.

Sint lentium AA, aa æquales foci diſtantiæ CF, cf ex radiis axi parallelis coloris rubri, itemque æquales CB, cb foci diſtantiæ ex radiis coloris violacei. Aperturæ autem inæquales, quarum diametri AA, aa. Eandemque his proportionem habeant lentium ocularium foci diſtantiæ FP, fp. Porro ductis utrobique ut ſupra, rectis ABD, AF, FD, FQ, jungatur etiam QP. Quia ergo tam CB quam BF ſunt utrimque æquales, ex natura aberrationis, de qua agimus; erit FQ ad fq ut AA ad aa. Sed ita quoque eſt ex hypotheſi FP ad fp. Ergo æquales erunt anguli FPQ, fpq. a quibus nihil differre cenſentur FDQ, fdq. quia anguli PFD, pfd minimi eſſe intelliguntur. Ex hac vero



æqualitate angulorum FDQ, fdq conficitur, ſicut prop. præcedenti, eandem utrobique in oculi fundo fieri aberrationem, & æque diſtinctam utroque teleſcopio cerni rei viſæ imaginem.



Porro ſecunda pars propoſitionis ex ſupra demonſtratis manifeſta eſt, nempe latitudines rei viſæ fore in proportione contraria foci diſtantiarum quæ in lentibus ocularibus, quia nempe lentes exteriores utrobique eædem.

De claritatis vero proportione ſic probabitur. Cum æquales ſint lentium AA, aa foci diſtantiæ, ſi æquales quoque eſſent lentes PD, pd. eadem utrimque appareret rei viſæ magnitudo. Claritas autem eſſet ad claritatem, ſicut quadratum ex AA ad qu. ex aa, hoc eſt, ſicut circuli aperturarum, quia hanc rationem habet copia radiorum ab unoquoque viſibilis puncto receptorum. At nunc imago in fundo oculi ex teleſcopio CP, ad eam quæ ex teleſcopio cp eſt, ut qu. fp ad quad. FP; ideoque hanc proportionem inverſam, hoc eſt, quam qu. FP ad quad. fp haberet claritas teleſcopii CP ad claritatem teleſcopii cp, ſi tantùm lux æqualis in utramque effunderetur. Nunc vero ſecundum eandem proportionem plus lucis excipitur teleſcopio CP quam cp, propter majorem aperturam. Ergo claritas imaginis per hoc in-

intromiſſa erit ad alteram, in ratione quadratoquadratorum AA ad aa. quod oſtendendum ſupererat.

Si ergo poſitis foci diſtantiis æqualibus CF, cf, aperturæ diameter AA ſit dupla aa, itemque foci diſtantia FP dupla fp, erit teleſcopii CP claritas ſexdecupla ejus quæ teleſcopii cp.

Quod autem de diſtincta viſione utrobique æquali demonſtratum eſt, non exactè ita experimento conveniet, ſed in majori claritate majus erit nebulæ incommodum quæ ex aberratione oritur. Et hoc quidem ita invenietur ſi utroque teleſcopio, ſive eodem cum diverſis aperturis idem viſibile inſpectetur. Quod ſi ad viſibilia diverſæ claritatis eadem apertura adhibeatur, rurſus ex illa cauſa major nebula orietur ubi major erit lux; ac propterea obſcurioribus Planetis paulo major apertura quam illuſtrioribus danda videtur.

PROPOSITIO LVIII.

Tabulæ præcedentis Teleſcopia viſibilibus omnibus ſive diurnis ſive nocturnis applicare.

Quæ in Tabulâ ſuperiore exhibentur Teleſcopia, ad ſiderum obſervationes adhiberi ſciendum. Dixi verò non multo antè, plus lucis requiri in iis quibus interdiu utimur, quia ſcilicet multa diei claritate præſtinctis oculis atque inde teleſcopio admotis obſcurum videtur, quod per noctis tenebras lucidum eſſet. Eadem itaque teleſcopia quæ in Tabula deſcripta ſunt cum ad diurnas obſervationes adhiberem, experiendo comperi, mutandas in iis oculares lentes, appoſitis quarum foci diſtantiæ duplæ circiter ſint priorum, ita claritas fiet quadrupla, quia eadem proportione diminuentur imagines

ra-

ratione ſuperficiei; manebit enim eadem radiorum quantitas, ob nihil mutatam aperturam lentis exterioris, ac proinde clarius efficient anguſtius ſpatium. Quod ſi non mutata oculari lente apertura augeatur, augebitur quidem claritas, ſed fiet nebula major ex majori aberratione, eoque hoc remedio non eſt utendum.

Hinc tamen quæri poteſt, cum ſubſtituta lente oculari minus acutâ, minuatur aberratio ea, quam hactenus examinavimus, cur non ſimul eouſque augeri queat apertura lentis exterioris quoad eadem rurſus aberratio exiſtat, quæ ſecundum tabulam ordinato teleſcopio inerat. Sic enim plus lucis accreſcet, nec tamen quidquam decedet viſioni diſtinctæ per præced. propoſ. LVII. Reſponſum vero inde petendum quod ſuperius jam attigi, nebulam nempe illam ex aberratione Neutoniana magis nocere ſi lucidior in fundo oculi imago pingatur; ſimul enim & nebulæ lux increſcet; & hoc reipſa experimur ſimul ac augetur diurnorum hujuſmodi Teleſcopiorum apertura nebulam ex aberratione in lucidiore viſibili nocere incipere. Itaque nihil mutandæ ſunt aperturæ.

Rurſus quæri poteſt, Si Teleſcopium Saturni obſervationibus aptum ad Lunam convertatur, quæ centuplo lucidior eſt (non tota inquam ſed partibus ſingulis) quippe decuplo Soli propinquior, an non utiliter aperturæ latitudo imminui poſſit, ſimulque eadem proportione lentis ocularis foci diſtantia; ut fiat regionum Lunæ claritas non major quam quæ erat in Saturno, amplificatio vero multo major evadat. Velut in teleſcopio 30 pedum, ſi diameter aperturæ 3 pollicum reducatur ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$ pollicis, quæ paulo minus efficiunt quam partem tertiam prioris, ſimulque foci diſtantia lentis ocularis eadem proportione diminuatur; hic enim idem viſibile reſpicienti eſſet claritatis proportio quadru-

druplicata ejus quæ 3 ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$, ex propoſ. LVII. hoc eſt, ea quæ 100 ad 1; cumque Lunæ regiones ſint centuplo clariores quam Saturni, maneret eadem claritas in Luna, quæ prius fuerat in Saturno. Sed ex eadem prop. & aberratio quoque in fundo oculi utrobique æqualis erit, & amplificatio in Luna quam Saturno major ſecundum rationem 3 ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$, quæ major eſt tripla. Itaque plurimum profutura hæc aperturæ & ocularis lentis reductio videtur. At reipſa ſecus accidit. Igitur cauſa cur ita fiat dicenda eſt; quam duplicem eſſe ajo. Prima enim quod melius accuratiuſque cernantur partes minimæ quæque in orbe Lunari, ſi tota lux teleſcopio relinquatur, quam ſi centuplo minor fiat, etſi non pro hac tanta ratione differentiæ. Altera eſt, quod nimium arctata apertura pereat nitida imaginum circumſcriptio, quod diligenter eſt notandum, & quinam hic a natura conſtituti ſint termini noſcendum. Fit nempe ut quanto magis contrahitur apertura, tanto exiliori cylindrulo ad oculum accidant radii ab uno quopiam rei viſæ puncto manantes, cujus cylindruli ſemidiameter in fig. prop. LVI. eſt PO. Quod ſi duplum ejus ſive diameter totus ſit intra $\frac{1}{5}$ vel $\frac{1}{6}$ lineæ, hoc eſt, minor quam $\frac{1}{60}$ vel $\frac{1}{72}$ pollicis deperit illa imaginum circumſcriptio, ob cauſam in oculi naturali conſtitutione latentem, ſive ea in choroide aut retina quærenda ſit, ſive in ipſis oculi humoribus. Namque & ad nudum oculum oppoſitâ laminâ cum foramine quod ſit infra $\frac{1}{5}$ aut $\frac{1}{6}$ lineæ minus diſtincti viſibilium termini apparere incipiunt, ac tanto confuſiores quanto ulterius minuetur foramen. Facile vero oſtendetur in adducto exemplo juſto anguſtiorem fieri cylindrulum ad oculum. Fit enim ex regula aperturarum, foci diſtantia lentis ocularis $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ lineæ. Sicut autem foci diſtantia lentis exterio-

rioris ad interioris, hoc eſt, ſicut in fig. prop. LVII. CF ad FP, ita eſt diameter aperturæ AA ad duplam PD, ſeu ad diametrum iſtius cylindruli, hoc eſt, ſicut 30 ped. ſeu 360 poll. ad $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ unius pollicis ita ſunt $\sqrt{\frac{9}{10}}$ ad non totam $\frac{1}{30}$ unius lineæ, longe nempe minorem quam $\frac{1}{6}$. Sed in priore atque ordinaria Teleſcopii conſtitutione, erat ſicut 360 poll. ad pollices $3\frac{1}{10}$ ita 3 poll. ad $\frac{11}{400}$ pollicis, ſeu ferè $\frac{1}{3}$ lineæ, cylindruli diametrum, cujus itaque nequaquam ea eſt anguſtia quæ nocere poſſit. Non multo amplius vero quam tertia ſui parte diameter aperturæ ac ſimul lentis ocularis foci diſtantia diminui poſſent, quia jam hinc fit latitudo ad oculum quæ vix excedat $\frac{1}{5}$ lineæ; idque in omni teleſcopii longitudine locum habet; quandoquidem in Tabula noſtra ita ordinata ſunt ut in omnibus Latitudo iſta ad oculum ſit eadem, ut paulo poſt demonſtrabo.

Etiamſi igitur a Saturno ad Venerem convertere teleſcopium velimus, cujus claritas major eſt 225 vicibus, non tamen ulterius contrahenda eſt apertura quam parte tertia; Sed ſi nimia claritas ſuperſit ea leviter infecto fuligine vitro eſt auferenda.

Nocet enim alia quoque ratione diminutio aperturæ, quod nimirum nævi & bullæ quæque exiguæ quæ lenti oculari inſunt magis apparent, quippe totam cylindruli, de quo diximus, latitudinem vel partem ejus intercipientes, eoque & particulam rei viſæ.

Quod autem dixi latitudinem cylindruli radioſi oculo incidentis in omnibus Tabulæ noſtræ Teleſcopiis eandem reperiri, paucis oſtendi poteſt. Sunt enim in Schemate prop. LVI. ejuſmodi cylindrulorum in duobus diverſæ longitudinis teleſcopiis ſemidiametri PO, po. Cumque ſit ut FC ad CA ita FP ad PO, erit PO $= \frac{ac}{b}$. Ac

ſi-

ſimiliter cum ſit ut fc ad ca ita fp ad pb; fc vero ſit $\propto d$: ca vero $\propto x$, Et fp ſit inventa $\propto \frac{adc}{bx}$, fiet $po \propto \frac{ac}{b}$, ideoque æqualis PO, quod erat oſtendendum.

Atque hinc denique concludo nihil obſtare, quin ſervatis Tabulæ ſuperioris legibus quouſque lubet Teleſcopiorum longitudines producamus, idque ſemper majore cum effectu. Quandoquidem & claritas & diſtinctio eadem ubique manet; ut patet ex prop. LVI. quam Tabula pro fundamento habet; & hoc quoque poſterius incommodum, ex anguſtia radiationis ad pupillam, peræque abeſt.

Priuſquam vero a Teleſcopiis diſcedamus, oſtendam quomodo obſervari poſſint ſtellulæ exiguæ ac præcipue Satellites Jovis ac Saturni, aucta inſigniter ac præter ſolitum apertura exterioris lentis, ſimulque ocularis foci diſtantia. Quia enim velut puncta tantum apparent hæc ſidera, licet teleſcopio ſpectata, nihil prodeſt eorum diametros augeri, ſed oportet ut quanta poſſunt luce clareſcant. Hoc autem præcipue hic fit auctis aperturis. Duplicatâ enim apertura ſecundum diametrum, quadrupla lux a ſidere profluens colligitur. Quod ſi ſimul lentis ocularis foci diſtantia duplicetur, orietur diſtinctio eadem quæ ab initio, non tamen fiet claritas ſexdecupla, quanta ex ſuperiore ratiocinio, ſed quadrupla manebit; quoniam, ut jam dixi, imago ſideris in fundo oculi eſt inſtar puncti, eoque tantùm lucis quantitas in ipſum derivata ſpectanda eſt; quæ quanto major, tantò clarius faciliuſque ſidus ipſum conſpicietur. Quod aliter eſt ſi lunam aut planetarum primariorum aliquem hoc teleſcopio intueamur, quorum partes ſin-

Ee 2 gu-

gulæ ſexdecuplam lucem accipient. Poterimus autem hac aperturæ ampliatione plurimum augere vim teleſcopii in deprehendendis ſtellis minimis aut Saturni Comitibus, ac forſan 30 pedibus longo cum apertura ſolitæ dupla ſeu 6 poll. lata tantundem efficere quantum alias teleſcopio pedum 120, cui in ſuperiore Tabula tanta aperturæ latitudo attributa fuit.

DE

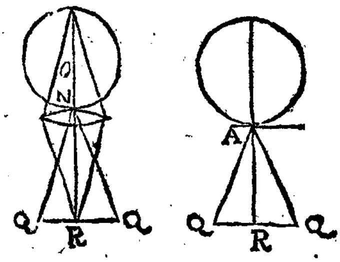
DE MICROSCOPIIS.

Lentibus vitreis etiam vel ſolis, vel binis terniſ-ve certa ratione conjunctis, Microſcopia parantur, quibus corpuſcula quælibet minima, parteſque eorum non ſecus auctæ apparent, quam res longinquæ teleſcopiis. Et eorum quidem, quæ ſimplici lente conſtant, credibile eſt non multo poſt inventa teleſcopia uſum fuiſſe animadverſum. Compoſitorum vero artificium minus erat obvium, quod decennio circiter poſterius eſſe invento illo videtur. Nondum enim Anno 1618. ejuſmodi Microſcopia extitiſſe apparet, quod Hier. Syrturus, qui de origine & fabrica Teleſcopiorum eo anno librum edidit, non fuerit ſilentio præteriturus tam inſigne inventum, ſi jam tum cognitum fuiſſet. Franc. quidem Fontana ab ipſo Ao. 1618 id ſibi arrogat in libro Obſervationum edito in lucem Ao. 1646. Sed teſtimonium Hier. Syrſalis quod adducit non eſt antiquius Anno 1625. Anno autem 1621 apud Drebelium noſtratem conſpecta fuiſſe Microſcopia hujuſmodi Londini in Britannia, ipſi qui adfuerant ſæpe mihi narraverunt, ipſumque primum auctorem eorum tunc habitum. Nihil vetat autem, quin ambo ex varia lentium compoſitione huc devenerint, etſi cauſarum in his rebus & omnis Geometriæ ignari.

Cæterum ſimplicia quæ dixi Microſcopia, cum ante hac minoris fierent haud pridem eo perducta fuere, ut cæteris omnibus in augendis virtutibus antecellant. Fiunt autem vel lenticula una convexa, vel ſphærula vitrea prope ad oculum admota, quorum utriuſque rationes cauſaſque hic primum exponemus.

PROPOSITIO LIX.

Simplicium Microſcopiorum rationes & uſus exponere & quomodo ſphærulæ & exiguæ lentes parentur.

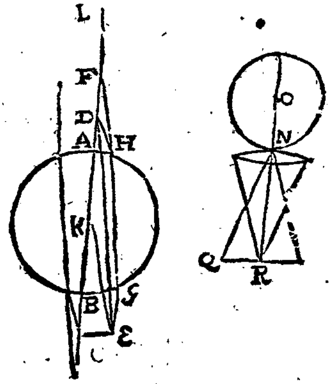


Lenticulæ effectus ex iis facile intelligitur, quæ de amplificatione convexæ lentis in univerſum ſcripſimus prop. XXXVI. Sit enim lens N, res viſa ad R focum nempe ejus, Oculus O proxime lenti admotus; Jam radii ex R egreſſi ac refracti mittentur ad oculum O paralleli, diſtinctamque viſionem efficient. Viſibile autem QRQ eadem magnitudine cernetur ac ſi lens N abeſſet, & in locum ejus lamina cum exiguo foramine conſtitueretur, nempe angulo QAQ. Ut proinde nihil aliud hic præſtet interpoſita lens, quam ut diſtincta fiat viſio, quæ abſque lente confuſa foret. Sed cum nudo oculo ita demum fiat diſtincta ſi ſpatio aliquo, puta 8 pollicum, oculus diſtet; tanto nunc auctior imago apparens dici poterit, quanto 8 pollices iſti majores ſpatiolo NR, ſeu foci diſtantiâ lenticulæ N, quæ ſi pollicis quintam partem æquet, erit augmentum velut 40 ad 1 ratione diametri. Quanto igitur minor erit foci diſtantia lenticulæ N, tanto major erit effectus ejus in dalatanda rei minutæ ſpecie; quanquam obſtacula quædam hic ſeſe offerunt in ſequentibus memoranda, quæ ultra certos terminos progredi vetant. Atque idem in ſphærulis accidit quæ ut diximus pro lentibus hic adhiberi poſſunt; quas alioqui quantumvis exiguas facile parare licet. Hæ vero

hoc

hoc uno lenticulis cedunt ſi utræque ſint vitreæ, quod in pari amplificatione triplo amplius a viſibili lenticulæ diſtent, eoque ſpatium relinquant, quo lateralis lux immittatur, ſic enim rerum colores conſpicere licet, cum alioqui directæ luci obvertendum ſit Microſcopium, & tantum quæ tenuitate ſua pellucent intuenda.

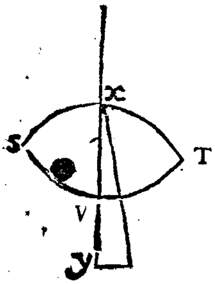
Effectus vero ſphærulæ, atque hoc quod diximus de triplo minore diſtantia ſic demonſtrantur.



Sit ſphæra vitrea cujus centrum K; axis AB, in quo utrimque producto ſtatuatur oculus ad D; viſibile ad C; poſitis di[redacted]ſingulis AD, BC diametri AB quadrantibus. Eſt ergo punctum C concurſus radiorum axi AB parallelorum qui incidunt in ſuperficiem AH; quare viſibile in C poſitum, mittet radios ex refractione ſphæræ parallelos ad oculum in D, eoque fiet viſio diſtincta. Producta autem BD ad L, ut AL ſit diametro AB æqualis, ſi fiat ſecundum [redacted] XII. part. I. ut DL ad DK, ita DA ad DF, erit in puncto D concurſus radiorum intra ſphæram euntium & ad punctum F pertinentium, qualis GH. Sicut autem æquales DL, DK; ita quoque erunt DA, DF. Sit jam GE axi parallela; atque intercipiat rei viſæ lineam CE, ac ducatur recta ED. Radius ergo EG, fractus ad G, incedit ſecundum GH, & rurſus fractus ad H, pergit ad oculum in D. Quamobrem linea CE, ſpectatur angulo ADH, quæ nudo oculo occuparet ang. CDE. quem dico illius eſſe dimidium. Quia

Quia enim AF dupla ad AD, erit angulus ADH duplus AFH. Eſt autem DE parallela FG, quia GE & parallela eſt FD, & huic ipſi ſive rectæ BC æqualis cenſenda; quia CE linea velut minima habetur ratione ſphæræ diametri. Erit ergo anguli quoque CDE duplus ADH; qui æqualis proinde angulo CKE. Unde liquet oculo ad D collocato, (ſive utcunque alibi in producto axe BA per prop. XLVII.) apparituram lineam CE angulo eodem quo nudo oculo appareret intuenti ex puncto K. Unde ſi diameter ſphærulæ AB ſit $\frac{1}{12}$ pollicis, qualibus uti ſolemus, fit KC 2|2 $\frac{1}{16}$ pollicis cujus ad diſtantiam 8 pollicum ea eſt ratio quæ 1 ad 128; adeo ut amplificationis ratio tunc ſit quæ 128 ad 1., quæ ſane inſignis admodum. Atqui ſi lentis N foci diſtantia NR æqualis ſit rectæ KC, diximus ejus opera viſibile RQ, eadem magnitudine cerni ac ſi, abſque lente in N oculus poneretur; neque etiam hic mutatur apparens magnitudo ubicunque in axe producto RN oculus ſtatuatur. Ergo ſequitur eandem multiplicationem, eundemque prorſus effectum præſtari lente N & ſphæra AB. Et conſtat porro diſtantiam RN triplam eſſe BC, quæ fuerant demonſtranda.

Hic craſſitudinem lentis N pro nulla habuimus, qualis cenſeri poteſt, cum foci diſtantia NR pollicaris eſt vel non multo minor; Sed quum uſu præſtent exiles lenticulæ, velut quæ utrinque formantur cavo ſphærico, cujus $\frac{1}{2}$ diameter duodecimam pollicis non excedit, neceſſario relinquenda eſt iis craſſitudo aliqua, ne ob nimiam parvitatem intractabiles fiant, neve minus bene ſphæricam formam induant. Hinc vero minuitur illa quam dixi diſtantia vitri a ſubjecto viſibili. Velut ſi ſit lenticula ST, cujus ſuperficies plano ſecta faciat arcus SXT, SVT circumferentiæ trientes, nempe deſcri-



ſcriptos centris x, v, radio x v. Hæc ut idem præſtet augendo viſibili ac ſphærula A B; debet x v radio K B & quartæ ejus parti æqualis poni; unde oritur foci diſtantia V Y dupla B C, ſeu $\frac{2}{3}$ N R.

Quomodo autem ſphærulæ & exiguæ lentes parentur atque uſui aptentur nunc exponendum erit.

Sphærulæ quo minores eo facilius conficiuntur, hoc modo. Fragmina vitri minima ad imam lucernæ flammam, qua parte cæruleus color conſpicitur, admoventur ut candeſcant atque ita filo ferreo, quantum tenuiſſimum duci poteſt, excepta, ac porro dextrè verſata, in globulos abeunt, qui ſatis magni ſi granum ſinapi æquaverint. Ex pluribus ita paratis aliquos probos reperies, idque experieris poſtquam lamellæ æreæ eos incluſeris. Quod ita fit. Lamellam ex ære tenuiſſimo digiti latitudine, longitudine duplâ complicabis, tum medium hoc rectangulum acus cuſpide perforabis; foramina oppoſita coticula lævigabis ne quid ſcabri circa margines adhæreat & flammæ fuligine inficies, ne quid fulgidum intus remaneat. Inde ſphærulam adhuc filo ferreo hærentem intra lamellam atque ad ipſa foramina inſeres; preſſamque continebis adactis circum æneis tribus claviculis ex filo deſectis malleoque firmatis. Sic levi opera plura microſcopia efficies, ex quibus quæ optima ſeliges.

Horum, uti dixi, præcipuus eſt uſus ad pellucida quæque corpuſcula inſpicienda. Imponuntur vero machinulæ ita conſtructæ ut cochleolæ converſione accedant recedantque a viſibili, atque ita ad requiſitam diſtan-

tiam deducantur, fiatque diſtincta viſio. Cui porro plurimum conducit, ut lux nimia coërceatur, nec niſi per foramen admittatur, quod circiter quaternis ſuis diametris a viſibili diſtet. Etenim hoc pacto melius apertura ſphærulæ conveniens definitur quam latitudine foraminis contigui, quod hic arctari nihil neceſſe eſt. Oculus ſphærulæ proxime admovendus eſt quo majus ſpatium complectatur.

Cæterum quæ viſui proponuntur corpuſcula aut liquorum guttulæ orbiculo vitreo plano imponuntur, qui inter aſpiciendum in omne latus mobilis ſit oportet. Sunt & qui vitreis tubulis liquorem attrahant, tam anguſtis ut vix pilos ſingulos admittant; quæ ratio ſuos quoque uſus habet. Lenticulis autem, quas diximus, utendo, ac lente aliâ a latere appoſitâ, lucem rei viſæ deſuper affundendo curandum eſt, ut aperturæ minimum foramen exactè temperetur, experiendo quantum patere poſſit ſine diſtinctæ viſionis detrimento. Radiant enim hic corpuſculorum puncta; quod aliter eſt in pellucidis quæ per ſphærulas ſpectantur, ubi lucem intercipit res objecta, non emittit.

Mirabilis autem eſt lenticularum ac ſphærularum ejuſmodi effectus, ut ex editis in publicum experimentis cognoſcere licet, quibus naturalium rerum cognitio plurimum lucis accepit. In his eſt obſervatio manifeſta circularis motus ſanguinis, quem, monſtrante A. Lewenhoekio noſtro, diligentiſſimo horum inveſtigatore, in anguillæ cauda ſumma cum voluptate conſpeximus. Eſt enim perlucida; ac ſanguis globulis ſubrubentibus conſtans, celeri motu per canaliculos arteriarum, qui venis continuantur, diſcurrit. Quod haud dubie in cæteris quoque animalibus animadverteretur; ſed non facile partes luci perviæ in his reperiuntur.

An-

Anguillulam vivam in tubum vitreum demiſerat aqua ſemiplenum, cui extrinſecus microſcopium applicabat ea parte qua cauda extrema vitrum tangebat.

Jucunda etiam eſt animalculorum obſervatio aquæ guttulis innatantium, in quam zinziber, piper aut aliud odoris acrioris diebus aliquot demerſum fuerit.

Variæ ſunt formæ aliæque aliis minores, miri etiam motus pro modulo ipſorum ſatis celeres, quorum inſtrumentum nullum animadverti poteſt, cum pedibus branchiiſque careant, nec corpora ut piſces inflectant. Nam anguillulæ aceti, quæ iſtis longe majores ſunt, eadem ratione ac fluviatiles natant; in quibus hoc mirum quod ex ſe fœtus generent. Vidi enim quæ parvulas quaternas intra ſe contineret (ſunt enim perlucidæ totæ) cumque in tubulo aſſervaretur, poſt horas aliquot eas enixa eſt, quæ ſeorſim quæque natabant.

Sed iſta quæ dixi in aqua diſcurrentia animalcula veriſimile eſt ex aere in aquam allici propter odorem. Variis enim rebus in aqua maceratis eædem formæ eorum reperiuntur. At clauſo vaſculo nulla apparent. Facile autem ob inſignem parvitatem in aere ſuſtinentur, cum minimis pulviſculis multo minora ſint. Ita multa ipſorum millia forſan in pulmones dimittimus ignari. Nec inutile eſſet obſervare quibus anni tempeſtatibus plura appareant, & num aëre vitiato augeantur.

Lac exiguis globulis pellucidis conſtare apparet in liquore item pellucido ſed diverſæ refractionis natantibus; hinc album videtur, cum tamen non aliam materiam quam prorſus diaphanam contineat, coloreque carentem.

Mitto inſectorum minimorum tot mirabiles formas. Alas papilionum & culicum, plumulis exiguis obſitas.

Pulviſculos in mediis florum apicibus inhærentes, qui nil aliud ſunt quam folliculi tranſparentes materia ea pleni ex qua ceram apes conficiunt, quamque pedibus ſuis affixam in alvearia deferunt. Omnium vero mirabiliſſimum ac præcipuum putandum, quod in ſemine animalium marium eſt obſervatum, nempe in eo animalculorum immenſam multitudinem piſciculorum more natare, ejus ferè formæ quam ranæ habent nuper natæ ac nondum pedibus auctæ. Quæ animalcula, intrare ova fœminarum, atque eſſe ipſorum animalium inde excludendorum initia, vix mihi dubitandum videtur. Plurima enim hoc ſuadent, nec multum obſtat quod e tanta multitudine ſæpe vel pauca vel unum duntaxat in animal excreſcant, cum eadem abundantia ac ſuperflua foecunditas in pleriſque arborum & herbarum ſeminibus conſpiciatur, velut abietis, papaveris &c.

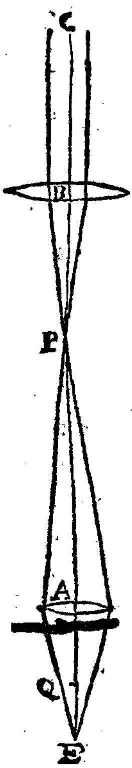
Hæc vero animalcula propter miram parvitatem (nam vel decem millia eorum exiguum arenæ granum non æquant) globulis iſtis vitreis inſpicienda ſunt, quorum in augendo præcipua eſt virtus.

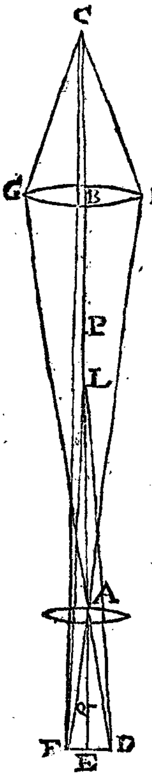
PROPOSITIO LX.

Microſcopiorum compoſitorum rationes explicare.

Nunc de compoſitis Microſcopiis dicemus, quorum opera ſpectantur quæ lucem non tranſmittunt, verique eorum colores apparent, idque melius commodiuſque quam lenticulis ſingulis.

Sint lentes Microſcopii A minor, & B major. Cur autem ita ponendæ cauſam poſtea demonſtrabimus. Sitque B oculo propior, qui ſit ad C punctum; A vero ad rem viſam obverſa, quæ ſit ad E, axis communis.





nis lenti utrique A B C. Duplex autem adhibenda eſt obſervatio, quam duplici Schemate deſignamus. In priore radii ex uno rei viſæ puncto E manantes in lentem A, conveniunt hujus refractione ad punctum P*, atque ibi ſeſe interſecantes, atque in lentem B pergentes, hujus opera paralleli redduntur atque ita ad oculum in C perveniunt, eoque diſtincta fit viſio. Oportet itaque diſtantiam AE, majorem eſſe quam ſit AQ foci diſtantia lentis A. Et proportionales eſſe debent EQ, EA, EP. Lens vero B ita collocanda ut ejus focus qui verſus A, cadat in ipſum punctum P, quæ omnia ex ſupra demonſtratis manifeſta ſunt. Altera figura radios ſingulos exhibet a diverſis rei viſæ punctis fluentes DAG, FAH, EAB. Eſt autem punctum *A medium lentis, ponunturque AP, AB, AC proportionales, ad definiendum oculi locum C; ita enim fit ut quam libet exiguo foramine pateat lenticula A, tota tamen lens B imagine rei viſæ impleatur, quoniam radii ex A in totam lentem B cadentes coguntur ad punctum C.

* Proportio autem magnitudinis apparentis ad veram cognoſcetur ductâ in ſecunda figura rectâ CF. Erit enim ea quam habet angulus BCH ad angulum ECF, quæ ratio componitur ex ratione anguli BCH ad angulum BAH & anguli BAH ſeu EAF ad angulum ECF. Sed prior ha-

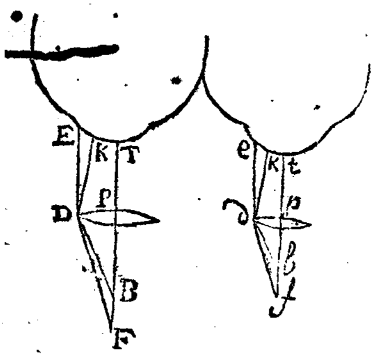
rum eſt eadem quæ rectæ AB ad BC, & poſterior ea quæ CE ad EA, quia in exiguis angulis hiſce eadem cenſetur ratio angulorum quæ tangentium. Ergo ratio apparentis ad veram magnitudinem erit compoſita ex rationibus AB ad BC ſeu AP ad PB (nam proportionales ſunt AP, AB, AC) & CE ad EA. Sed ut rectius æſtimetur Microſcopii effectus, comparandus eſt potius angulus BCH cum angulo, quo cerneretur recta EF ſi ab oculo 8 pollices diſtaret, hoc eſt, cum angulo ELF; poſitâ LE pollicum 8. ſecundum ea quæ de ſimplicis lenticulæ multiplicatione ſuperius dicta fuere; atque ita ratio amplificationis cenſenda hic componi ex ratione anguli BCH ad BAH, & BAH ſeu EAF ad ELF; hoc eſt ex ratione AP ad PB, & lineæ EL, 8 pollices longæ, ad rectam EA. Si enim tantæ longitudinis eſſet Microſcopium, ut ex. gratia, CE eſſet duorum pedum, hoc eſt, tripla LE; Repertaque eſſet priori ratiocinio magnitudo apparens ad veram, quæ 90 ad 1. tamen non niſi 30 ad 1 cenſenda eſſet quia tantum trigecuplo major appareret lineæ EF microſcopii opera quam nudo oculo ex octo pollicum diſtantia ſpectata. Non enim conſiderandum quantum microſcopio amplificemus rem duobus pedibus diſtantem, ſed quanto major efficiatur quam cum ex eo ſpectatur intervallo, quo ſolemus oculum admovere cum curioſius intueri cupimus.

De Microſcopiorum luce & aperturis.

Sicut antea de Teleſcopiorum aperturis inquiſivimus, ita nunc ea quoque expendemus quæ Microſcopiorum lenticulis ad res viſas obverſis conveniunt; unde omnis eorum pendet vis & effectus, adeo quidem ut hinc diſcendum ſit quouſque viſibilium amplificatio perduci poſſit: quod hactenus a nemine, quod ſciam, fuit defi-

ſinitum. Invenietur autem & hic progreſſus quidam infinitus qualis in Teleſcopiis oſtenſus fuit, non quidem in ſimplici unius lenticulæ Microſcopio, ſed in iis quæ ex binis componuntur.

Si ſingulis lentibus microſcopia conſtituantur, ſciendum eſt in iis, quæ circiter ſemipollicarem habent aut majorem foci diſtantiam, nihil opus eſſe moderanda apertura diſtinctam viſionem efficere; quoniam ipſa pupillæ anguſtia radios nocituros quantum opus eſt excludit, atque ita prorſus ac ſi non majori foramine lens adaperta foret. *In minoribus vero lenticulis ubi aperturarum circumſcriptio neceſſaria eſt*, oportet harum diametros eandem rationem ſervare quæ eſt foci diſtantiarum, ut æque diſtinctè res viſas referant. Claritas vero tunc erit in eadem ratione duplicata, ut proinde quo acutiores lenticulæ adhibebuntur, eo majora quidem ſed & obſcuriora omnia videri faciant.



Sit Lenticula P, cujus axis T B F, ſemidiameter aperturæ P D, quantam maximam experientia ferri poſſe oſtendit, eaque pupillâ minor, focus extremus radiorum rubrorum qui ab axi parallelis procedunt, in F puncto, ubi & viſibile collocatum ſit; focus violaceorum ab iiſdem axi parallelis procedentium, in B. Poſitis item iiſdem omnibus in minore lenticula p, cujus aperturæ ſemidiameter p d ſit ad foci diſtantiam p f ſicut in majore; Dico utraque æque diſtincte viſibile conſpici.

Cum enim utrobique ſi radius E D axi parallelus in lentem P incidat, idem ſpargatur per angulum F D B, ita

ita ut rubrum colorem extremum deferat ad F, violaceum extremum ad B; fiet viciſſim ut radius a viſibili manans FD, ſpargatur per angulum EDK, ita ut angulus EDK ſit æqualis FDB, ex propoſ. LV. Eſt itaque utrobique aberrationis angulus FDB a quo pendet aberratio radiorum in oculi fundo, ut oſtenſum cum de Teleſcopio agebatur. Quia vero ex natura aberrationis hujus, ut PF ad FB, ita eſt pf ad fb; itemque ex hypotheſi, PD ad PF ut pd ad pf, manifeſtum eſt æquales eſſe tam angulos PFD, pfd, quam PBD, pbd, quare & differentia priorum æqualis differentiæ poſteriorum, hoc eſt ang. FDB æqualis angulo fdb, ac proinde aberrationes in fundo oculi utrimque æquales, eoque viſio æque diſtincta.

Porro quia anguli PFD, pfd æquales, apparet eandem quantitatem radiorum utrobique a punctis rei viſæ F, f & aliis quibuſvis ad lentes manare, eoque & ad oculi pupillam. Latitudo vero rei viſæ in fundo oculi tanto major fit minori lenticula, quanto major eſt PF quam pf, ut in ſuperioribus demonſtratum eſt; & ſuperficies apparentes ſunt in duplicata ratione latitudinum. Ergo eadem radiorum lucidorum quantitas utrique ſuperficiei illuſtrandæ impenſa clariorem efficiet minorem ſecundum rationem qua ab altera ſuperficie ſuperatur, hoc eſt, ſecundum duplicatam rationem PF ad pf, quod demonſtrandum ſupererat.

Cum itaque ſervari non poſſit eadem viſionis perfectio in acutioribus lenticulis quæ reperitur in majoribus, quin creſcat obſcuritas, ſequitur non licere amplificando quouſque libet progredi, niſi lux major illuſtrando viſibili aliunde arceſſatur. Nec ſic quoque multum proficimus; quoniam latitudo ad pupillam, ſeu cylindrulus radioſus a ſingulis rei viſæ punctis affluens,

ſluens, de quo prop. LVIII. in teleſcopiorum explicatione dictum fuit, quique hic ipſam aperturæ latitudinem habet, non infra quintam ſextamve lineæ partem contrahi poteſt, adeo ut undique terminus præſcriptus ſit harum lenticularum efficaciæ.

Jam porro quid binis lentibus componendis fieri poſſit inveſtigabimus, atque inprimis oſtendemus plus præſtari poſſe brevioribus quam longioribus Microſcopiis. Quin etiam infinitum quendam ampliationis progreſſum dari demonſtrabimus, niſi obſtaret lenticularum parvitas, quæ continuo tanta fit, ut nec veras ſphæræ ſuperficies iis inducere, nec ſatis commode ipſas tractare poſſimus, quippe quæ & viſum denique effugiant.

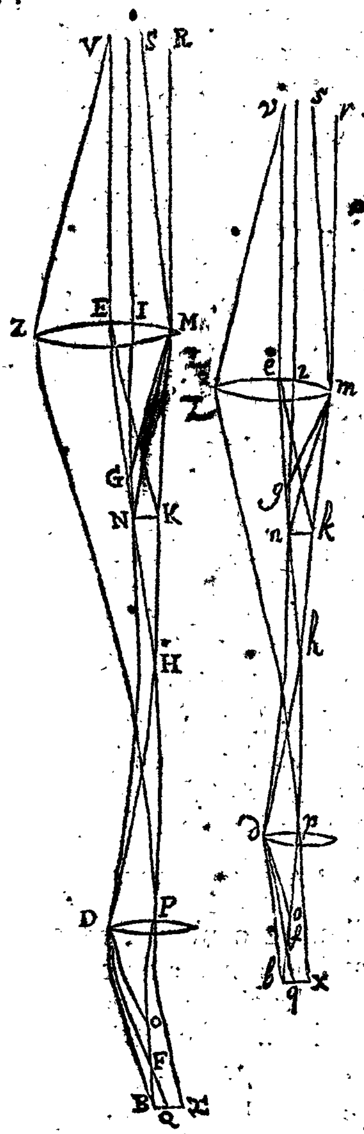
Sequens vero propoſitio æque vera erit in utraque radiorum aberratione. Nam hic ejus quoque rationem habendam eſſe quæ ex figura naſcitur, poſtmodum oſtendemus.

PROPOSITIO LXI.

Dato quocunque Microſcopio ex binis lentibus, quomodo diximus, compoſito, poteſt aliud brevius reperiri, ſervata eadem lente oculari, in quo eadem fiat rei viſæ magnitudo apparens, eadem claritas, viſio autem diſtinctior; vel ſervata eadem diſtinctione, major claritas.

Sit Microſcopium ex lentibus EZ oculari & PD ad viſibile obverſa compoſitum, quarum axis communis VEPB; Sit viſibile ad B; focus lentis PD inter P, B ſit O, focus lentis EZ inter E, P ſit N. Oculus ad V, diſpoſitio autem qualis ſupra, ut nempe BO, BP, BN ſint proportionales, itemque PN, PE, PV.

Porro adſumta lente oculari EZ quæ foci diſtantiam EN



æqualem habeat EN, jungatur ei lens altera pd, cujus foci diſtantia po minor ſit quam PO. Sicut autem PO ad po, ita ſit PN ad pn, & ita quoque PB ad pb. Itaque quemadmodum radii a puncto rei viſæ B manantes, refractione lentis PD conveniunt in N, ita quoque qui a puncto b veniunt, refractione lentis pd convenient in n, atque inde refractione lentis ez fient paralleli atque ita ad oculum ferentur qui ſit in v, poſitis proportionalibus pn, pe, pv. unde fiet ut totam lentem ez imagine rei viſæ plenam ſpectet, per ea quæ ſuperius explicata ſunt. prop. XLIX.

Dico jam utroque microſcopio apparentes rei viſæ magnitudines fore æquales.

Quod ſi & aperturæ lentium PD, pd, proportionales ponantur ipſarum foci diſtantiis, Dico utroque microſcopio eandem haberi claritatem, ſed breviori omnia diſtinctius cerni, ſive angulum aberrationis in oculo hic minorem fieri.

Sint

Sint rei viſæ latitudines lineolæ BX, bx, axibus perpendiculares & inter ſe æquales, & per centra lentium P, p, ducantur rectæ XPZ, xpz, lentibus EZ, ez occurrentes in Z, z, atque hinc ducantur ZV, zv, ad puncta oculi. Spectabuntur itaque lineolæ æquales BX, bx, angulis EVZ, evz, qui ſi inter ſe æquales eſſe oſtendantur, hoc eſt, ſi eadem ſit ratio VE ad EZ quæ ve ad ez, erit utrobique magnitudo apparens eadem.

Componitur autem ratio VE ad EZ ex rationibus VE ad EP & EP ad EZ. Sed ratio VE ad EP eſt eadem quæ EN ad NP, quia proportionales ſunt VP, EP, NP. Et ratio EP ad EZ eſt eadem quæ PB ad BX. Ergo ratio VE ad EZ componitur ex EN ad NP & PB ad BX, ac propterea eadem erit quæ rectang. EN, PB ad rectang. NP, BX; quæ etiam componitur ex rationibus PB ad NP & EN ad BX.

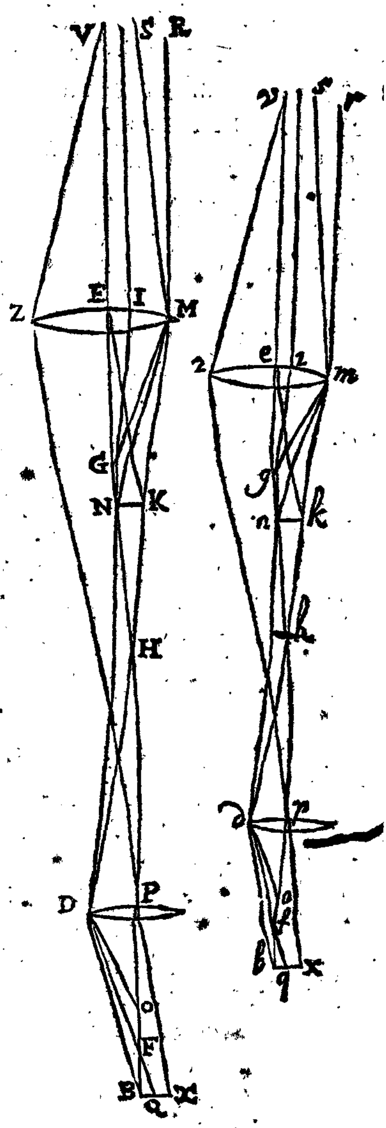
Eodem modo in minore microſcopio oſtenditur ratio ve ad ez componi ex rationibus pb ad np & en ad bx. Sed ratio pb ad np eſt eadem ex hypotheſi quæ PB ad NP ut facile perſpicitur. Itemque ratio en ad bx eadem quæ EN ad BX, quia æquales inter ſe en & EN itemque bx & BX. Ergo rationes VE ad EZ, & ve ad ez ex iiſdem rationibus componuntur, eoque inter ſe æquales ſunt; ac proinde & apparentes magnitudines lineolæ BX vel bx.

Porro poſitis aperturis PD, pd in eadem ratione, quæ eſt foci diſtantiarum PO, po, hoc eſt, quæ rectarum PB, pb, apparet eandem radiorum quantitatem ex punctis ſingulis B & b rei viſæ microſcopio utroque hauriri; ac proinde & a tota ipſarum ſuperficie; quæ lux cum utrobique æqualibus in oculo imaginibus impendatur, ſequitur harum claritatem æqualem fieri.

Denique angulum aberrationis a diffuſione radii mino-

nórem eſſe in breviori microſcopio facile quoque oſtenditur. Si enim aberrationes iſtæ ſint BF, bf, radiorum ex N & n venientium, facilè intelligitur eas fore inter ſe ſicut diſtantiæ BP, bp quam eandem rationem quoque habent aperturæ ſive earum dimidiæ PD, pd. Unde junctis FD fd, apparet triangula ſimilia fieri BDF, bdf eorumque angulos ad D & d æquales. Cum igitur radii ND, nd, refractione lentium PD, pd ita diſſipentur, ut DB, db rubrum colorem deferant; DF, df vero violaceum, ac proin viciſſim violacei FD, fd abirent in DN, dn; fiet ut qui in radiis BD, bd violacei continentur, abeant in DM, dm; ita ut anguli MDN, mdn ſint æquales angulis BDF, bdf *. Hi autem duo inter ſe æquales ſunt, ergo etiam æquales anguli MDN, mdn. Cumque PN ſit major quam pn. (ſunt enim inter ſe ut foci diſtantiæ PB, pb) ſi ducantur axi perpendiculares NK, nk, rectis DM, dm.

* per prop. LV.



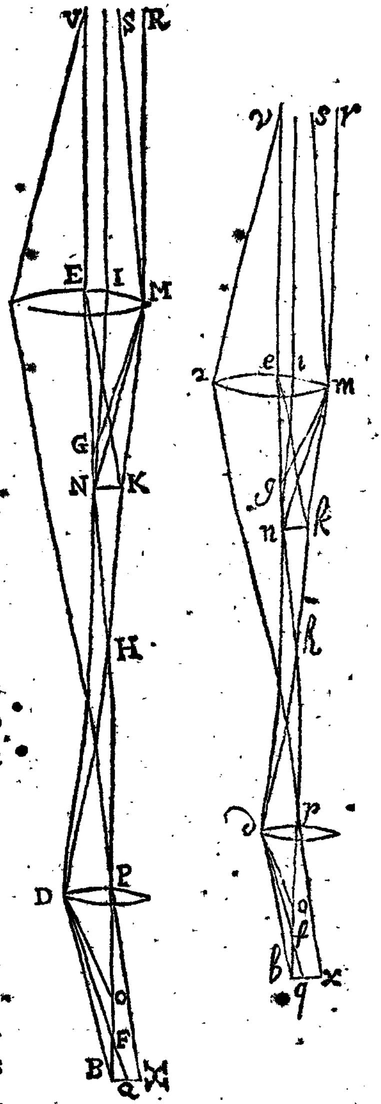
oc-

occurrentes, erit major NK quam nk; & junctis NM, nm, itemque KE, ke, quia æquales ſunt NE, ne, erit ang. nek minor quam NEK, ideoque & nmk minor quam NMK, quia hi ſinguli iſtis ſingulis æquales cenſentur. Quod ſi porro ponatur, puncta G, g, eſſe focos radiorum violaceorum qui axi paralleli in lentes EQ, eq incidunt, ſicut rubrorum ſunt foci N & n; (nam per rubrorum radiorum concurſum ſemper foci diſtantias definimus) ſequetur jam, ſi violacei per GM, gm ferantur eos axi parallelos evaſuros puta in MR, mr, ac proinde violaceos DM, dm, poſt refractionem non fore axi parallelos, ſed ita introrſum declinaturos, ut anguli RMS, rms fiant æquales angulis GMK, gmk. Quia autem æquales ſunt EN, en, minor vero em quam EM, ut mox oſtendemus, erit in aberratione, quæ ex figura oritur, minor gn quam GN, in altera vero aberratione hæ erunt æquales. Itaque ſemper angulus nmg minor quam NMG. Erat autem & nmk minor quam NMK, ergo totus gmk minor quam GMK. Atqui angulo gmk æqualis erat rms, & angulo GMK æqualis RMS, ergo & rms minor quam RMS; ab his vero angulis pendet aberratio intra oculum uti oſtenſum fuit cum de teleſcopiorum aperturis ageremus. Ergo minor hæc erit breviori huic quam longiori microſcopio; quod tertio loco erat demonſtrandum.

Cæterum eadem ferè proportione ſeſe ſuperabunt, qua rectæ NK, nk, hoc eſt, qua foci diſtantiæ PO, po, quatenus anguli NMG, nmg, ob parvitatem negligi poſſunt.

Quod autem dictum fuit minorem eſſe em quam EM, ſic oſtendetur. Sint puncta quibus rectæ DM, dm axes interſecant ad H, h. Facile itaque ex ſuperius expoſitis intelligitur tam angulos NDP, ndp, quam HDP, hdp, eſſe æquales: cumque minor ſit dp quam DP, erit & ph mi-

minor quam PH. Eademque proportione hn minor quam HN. Sed ne eſt æqualis NE, ergo he minor quam HE. Et quia anguli æquales chm, EHM erit em minor quam EM, quod oſtendendum ſupererat.



Cum autem magis diſtincta viſio breviori hoc microſcopio obtingat quam longiori, ſitque claritas in utroque eadem, ſequitur aperturam lentis pd aliquantum augeri poſſe, donec aberrationis angulus rms fiat æqualis RMS, atque ita cæteris paribus, clarius fieri brevius microſcopium.

Eſt ergo progreſſus claritatis hic infinitus, quippe quæ eo magis augetur quo acutior ponetur lenticula pd.

Neque vero obſtabit latitudo ad Pupillam ſuperius explicata, ſed contra hæc quoque in brevioribus augebitur. Primum enim poſitis ut ante aperturis proportionalibus ad foci diſtantias, productiſque rectis DN, dn, donec lentibus EZ,

ez occurrant in punctis I, i. Erunt EI, ei, latitudines ad pupillam dimidiæ, quia a punctis I, i radii ad pupillam paralleli pergunt per BD, DI & bd, di, advenientes, quas quidem EI, ei æquales eſſe conſtat, quia æquales ſunt foci diſtantiæ NE, ne, itemque æquales anguli ENI, eni; quia nempe ipſis oppoſiti DNP, dnp ſunt æquales. Quod ſi jam igitur latior fiat apertura pd, apparet & ei majorem fieri quam EI.

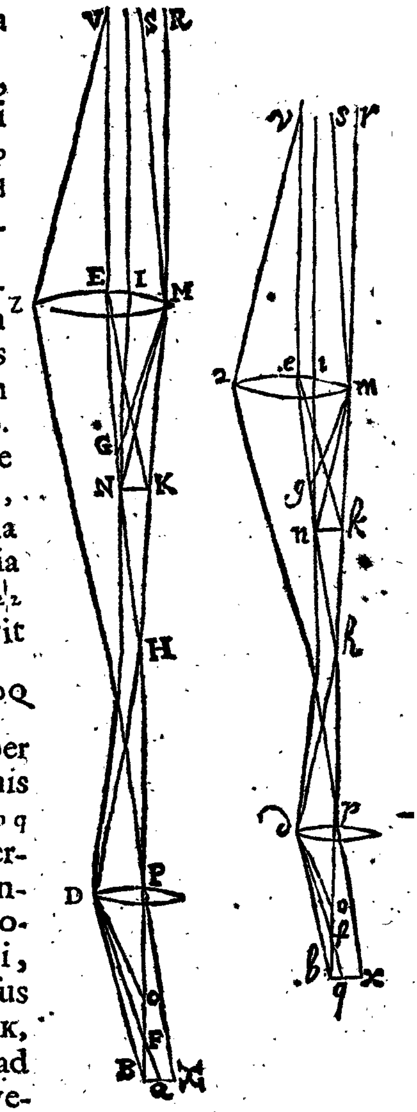
PROPOSITIO LXII.

His explicatis inquiremus jam porro. *Quomodo ſervata eadem claritate & diſtinctione, itemque latitudine ad pupillam, quæ eſt in microſcopio dato; nec non ratione* BP *ad* PN, *breviora fieri poſſint microſcopia, quæque ſimul res viſas magis amplificent.*

Qua in re aberrationes quæ ex diſſipatione radii, quæque ex figura ſphærica oriuntur, ſeorſim adhibebimus, & prius illam, quæ ex diſſipatione.

Ponantur bina rurſus microſcopia, atque omnia eadem quæ propoſ. præcedenti, niſi quod incerta ſit in minori, ratio pb ad ſemiaperturam pd; itemque incerta lentis ocularis foci diſtantia ne. Cætera vero omnia eodem modo conſtruantur. Porro in majori microſcopio diſtantia PB ſit ∝ *b*, quâ nempe lenticula P abeſt a viſibili. PN ∝ *c*; NE ∝ *d*. Semiaperturæ latitudo PD ∝ *a*. BX longitudo rei viſæ ∝ *h*. NK ∝ *n*. Ponamus autem diſtantias punctorum conjugatorum PN ad PB, eſſe in ratione majori, quam 6 vel 7 ad I, & foci diſtantiam EN majorem eſſe foci diſtantiâ PO, quemadmodum hæc in hujuſmodi microſcopiis rectè ſtatui ſolent. At in minori microſcopio aſſumatur diſtantia pb ∝ *f*, ſemiaper-

pertura quæſita $pd \; 2|2 \; x$. Erit autem $pn \; 2|2 \; \frac{cf}{b}$, quia proportionales ponimus BP, PN; bp, pn. Quod ſi fuiſſet ut BP ad PD ita bp ad pd, apparet futuram pd $2|2 \; \frac{fa}{b}$, & angulum aberrationis bdq, radii ex n venientis in lentem p, æqualem futurum angulo aberrationis BDQ radii ex N venientis in lentem P: Quia ſicut prop. præcedenti ita hic quoque ut NP ad np, ita PB ad pb, & ita quoque foci diſtantia PO ad po. Nunc vero quia ſemiaperturam pd pono $2|2 \; x$, non autem $2|2 \; \frac{fa}{b}$, Erit ut $\frac{fa}{b}$ ad x ita angulus BDQ ad angulum bdq. Semper enim, ex lege aberrationis quam hic conſideramus, bq ad pd eandem rationem ſervat, ac proinde quoque cenſetur angulus bdq proportionaliter creſcere aut minui, cum apertura pd. Rurſus ſi æquales eſſent anguli NDK, ndk, cenſeretur eſſe NK ad nk ut PN ad pn. Nunc vero



ro ratio NK ad nk componi cenſebitur ex rationibus PN ad pn, & ea quæ anguli NDK ad ndk, hoc eſt, ex rationibus PB ad pb, ſeu *b* ad *f*, & anguli BDQ ad bdq, quam diximus eſſe eandem quæ $\frac{fa}{b}$ ad *x*; ac proinde ratio NK ad nk erit quæ rectanguli *fa* ad rectang. *fx*. ſeu quæ *a* ad *x*. Cumque NK ſit $\propto$ *q*. Erit nk $\propto$ $\frac{nx}{a}$.

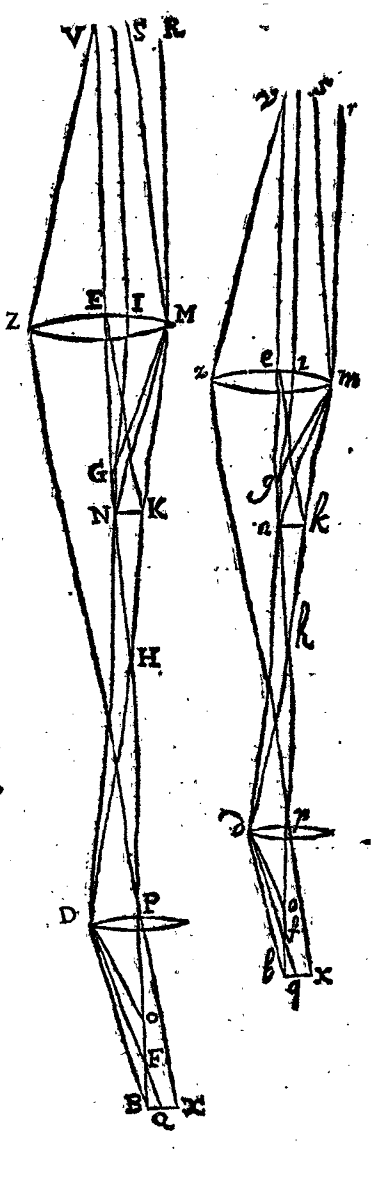
Jam quo aberrationis angulus utrobique intra oculum æqualis fiat, deberent eſſe æquales anguli KMG, kmg; ut ex ſuperioribus intelligi poteſt. Sed pro his ponemus æquales eſſe debere angulos KMN, kmn, neglectis acceſſionibus angulorum NMG, nmg; quia minimi ſunt illorum reſpectu, ut apparebit in deſcriptione & calculo ſequenti microſcopii noſtri. Sicut igitur NK ad NM ſeu NE, hoc eſt, ſicut *n* ad *d*, ita cenſebitur eſſe nk, hoc eſt $\frac{nx}{a}$, ad nm ſeu ne, quæ itaque ne $\propto$ $\frac{dx}{a}$.

Jam porro quia eadem longitudo lineolæ BX, bx in dato quidem microſcopio ſpectatur angulo EVZ, in altero autem percipitur angulo evz; debet eſſe ut angulus EVZ ad evz ita PBD ad pbd, ſic enim lux hauſta utroque microſcopio erit ut apparens magnitudo; ac proinde eadem utrique claritas.

Itaque permutando etiam erit angulis EVZ ad PBD ut evz ad pbd; anguli autem EVZ ad PBD ratio componitur ex rationibus EVZ ad EPZ ſive BPX, & BPX ad PBD; quæ cenſentur hic eædem ac PE ad EV, ſive (ob proportionales PN, PE, PV) PN ad NE, & BX ad PD, hoc eſt, eædem quæ *c* ad *d*, & *h* ad *a*; ac proinde erit angulus EVZ ad PBD ut *ch* ad *da*. Quare & angulus evz ad pbd hanc eandem habebit rationem. Atqui ratio anguli evz ad

pbd, componitur ex rationibus ang. evz ad epz, ſive bpx, & bpx ad pbd; quæ cenſentur hic eædem ac pe; ad eu, ſive pn ad ne, & bx ad pd, hoc eſt, eædem quæ $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$, & h ad x, ac proinde ratio compoſita ex $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$ & h ad x, hoc eſt, ratio $\frac{cfh}{b}$ ad $\frac{dxx}{a}$, erit eadem quæ ch ad da. Unde fit $xx = \frac{aaf}{b}$; & $x = a\sqrt{\frac{f}{b}}$.

Invenitur itaque hic, ſicut in Teleſcopiis, ut ſi maneat eadem claritas, eademque aberratio ex diſſipatione, prodeant aperturæ lentium quæ rei viſæ obvertuntur, in ſubduplicata ratione foci diſtantiarum, nam ut $\sqrt{b}$ ad $\sqrt{f}$, ita hic aperturæ ſemidiameter a ad x, ſunt autem b & f foci diſtantiæ PO & po.



Porro quoniam, ſicut magnitudines apparentes in utroque microſcopio, hoc eſt, ſicut angulus ZVE ad zve, ita diximus eſſe angulum

lum DBP ad dbp ſequitur ſi multiplicatio duplo major poſtuletur in microſcopio ex lentibus e & p compoſito quam in altero; dobere angulum dbp duplo majorem eſſe quam DBP, ut eadem in utroque ſervetur claritas. Ac proinde cum BP ſit ad PD, ut *b* ad *a*, fore bp ad pd, hoc eſt *f* ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut *b* ad 2*a*. Unde fit $f = \frac{1}{4}b$, atque hinc *x* ſive $\sqrt{\frac{aaf}{b}} = \frac{1}{2}a$. Et foci diſtantia ne quæ erat $\frac{dx}{a} = \frac{1}{2}d$.

Sic poſito microſcopio quale eſt noſtrum, in quo lenticulæ foci diſtantia PO eſt $\frac{7}{10}$ partium, qualium pollex eſt 1, lentis ocularis foci diſtantia EN $= 2$, diſtantiæ NP $= 7$; ac proinde diſtantia rei viſæ PB $= \frac{7}{9}$ ex propoſ. XX, quia nempe ad lentem P, conjugata ſunt puncta N & B. Item EV $= \frac{18}{7}$, diſtantia nempe oculi a lente E, quia ad eam conjugata ſunt puncta P & V. Item ſemidiameter aperturæ PD $= \frac{1}{20}$. His inquam poſitis, fiet hunc aliud duplo magis res viſas amplians microſcopium ſervata eadem claritate ac diſtinctione, in quo po erit $\frac{7}{40}$; en $= 1$: diſtantia np $= \frac{7}{4}$: pb $= \frac{7}{36}$: ev $= \frac{11}{7}$, pd $= \frac{1}{40}$, cujus itaque longitudo tota vb circiter $4\frac{1}{2}$ pollicum cum noſtri longitudo VB ſit circiter $12\frac{1}{3}$ poll. eoque fere triplo major.

Eſt autem in noſtro amplificatio ratione diametri, ea quæ 36 ad 1, ut nempe ſecundum ea, quæ propoſ. LX. diximus, tanto auctior appareat*rei viſæ latitudo, quam ſi ab octo pollicum diſtantia nudo oculo ſpectaretur; quoniam, ut ibi oſtenſum fuit, proportio hæc componitur ex rationibus PN ad NE, & ea quæ longitudinis 8 poll. ad PB, hoc eſt, ex rationibus 7 ad 2 & 8 ad $\frac{7}{9}$, quæ efficiunt rationem 36 ad 1.

Latitudo ad pupillam, de qua in ſuperioribus, in utroque microſcopio eadem eſſe probatur. Quia cum in majore ſit, ut NP 2|2 c ad PD 2|2 a, ita NE 2|2 d ad EI. Erit EI latitudo ad pupillam 2|2 $\frac{ad}{c}$. At in minore ſimiliter, quia ut np hoc eſt $\frac{cf}{b}$, ad pd hoc eſt, $a\sqrt{\frac{f}{b}}$, ita ne 2|2 $d\sqrt{\frac{f}{b}}$, ad ei, invenitur & hæc 2|2 $\frac{ad}{c}$.

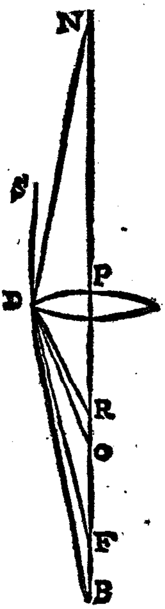
Hæc itaque ſic ſe habebunt ſi tantum aberrationis ejus quæ ex diſſipatione ratio ineunda ſit, eritque progreſſio velut infinita ad majores microſcopiorum effectus obtinendos, quoniam poni poterat f ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut b ad aliam quamlibet. Sed verò examinandum eſt, an non altera aberratio, quæ ex figura oboritur, aliquid turbare poſſit. Quem in finem oportet ut utriuſque aberrationis angulum in noſtro illo, quod diximus microſcopio, ubi neutram adhuc nocere ſcimus, primum calculo inveſtigemus.

Præmittimus vero Lemma hujuſmodi.

Sit lentis convexæ PD *axis* NPB, *focus in* O, *radius axi parallelus* SD, *qui itaque ex refractione diſſipatus mittit radium rubrum in* DO, *ſed violaceum extremum ponamus convenire cum axe in* R. *Quod ſi jam a puncto in axe* N, *feratur in lentem eandem radius* ND, *qui ex refractione diſſipatus mittat radium rubrum in* B, *violaceum extremum in* F. *Dico angulum* BDF *æqualem cenſeri poſſe angulo* ODR, *tantoque propius quanto inclinatio ſuperficierum lentis in* D *erit minore angulo, quantoque minus diſtabunt puncta* B, O.

Cum enim radius ruber qui ineſt incidenti radio SD, eat in DO; ruber vero qui in radio ND eat in

DB;



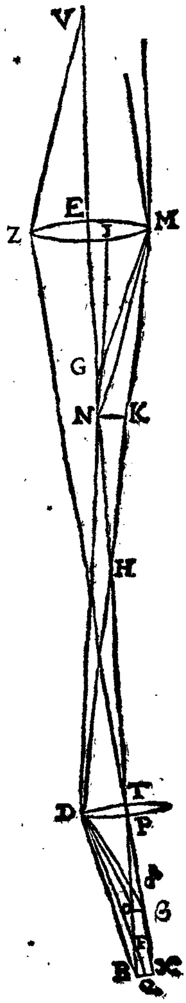
DB; Erit ex propoſ. LV. angulus BDO proxime æqualis SDN. Similiterque cum radius violaceus qui inerat in SD abeat in SR; itemque violaceus qui in ND, abeat in DF; cenſebitur ex eadem prop. LV. ang. FDR æqualis SDN; Itaque æquales inter ſe cenſentur & BDO, FDR, & ablato communi FDO, erunt ſimiliter æquales BDF, ODR ac tanto propius quanto & angulus inclinationis ſuperficierum lentis in D erit minores anguli, & rectiores radii SD, ND in ſuperficies illas incident, radiique ipſi minorem intercipient ang. SDN, ut ex iis intelligitur quæ ad prop. LV. ſupra dicta fuerunt. Patet autem tanto minorem eſſe SDN, quanto punctum B minus diſtat ab O, tanto enim major PN, quia proportionales ſunt BO, BP, BN ex prop. XX.

PROPOSITIO LXIII.

Angulum aberrationis ex diſſipatione in dato microſcopio, & quantus in Teleſcopiis & Microſcopiis nocere non poſſit, per calculum inquirere.

Jam calculum quem diximus ſic proſequemur. Erat lentis P, cujus craſſitudinem pro nulla habemus, foci diſtantia PO $2\frac{1}{2}\ \frac{7}{10}$ poll. PD vero $\frac{1}{20}$. Jungatur DO. Conſtat jam, ſi radius axi parallelas deſuper in D incidat, eum ſpargi debere angulo ODβ, qui ſit $\frac{1}{50}$ anguli DOP, uti diximus cum radii diſſipationem exponeremus. Sit Oβ axi perpendicularis quem ſecet Dβ in δ. Igitur

tur oβ cenſebitur 2|2 $\frac{1}{70}$ PD, ſed PD erat $\frac{1}{20}$ poll. Ergo oβ 2|2 $\frac{1}{1400}$, & OD ſeu OP, quæ erat $\frac{7}{10}$, erit ad oβ, ut 700 ad 1. Sed per lemma præmiſſum, radius incidens ND diſſiparetur angulo qui eſſet æqualis ODβ, iſque angulus eſſet BDQ, quandoquidem ND ponitur mittere radium per DB. Itaque ang. BDQ 2|2 ODβ. Quia vero viciſſim radius incidens BD diſſipatur angulo NDK, æquali BDQ, ex cauſa in ſuperioribus explicata, hoc eſt, angulo ODβ; erit & DN, ſeu PN ad NK, ut DO ſeu PO ad oβ, hoc eſt, ut 700 ad 1. Sed EN eſt ad NP ut 2 ad 7, ſive ut 200 ad 700. Ergo EN ſeu MK ad NK ut 200 ad 1, hoc eſt, ut radius tab. 100000 ad 500 tangentem 17′: 12″; ac proinde angulus aberrationis hujus NMK erit in noſtro microſcopio proximè 17′, 12″.



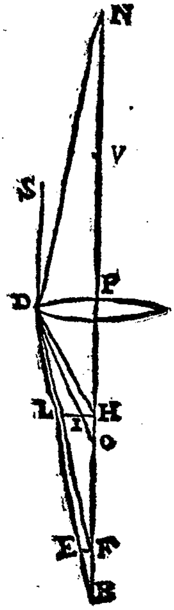
Idemque erit in breviori illo pollicum 4½, & in omnibus deinceps diminutis, quia hæc conditio aberrationis æqualis in inveſtigatione poſita fuit. Quod ſi angulo NMK addamus ang. NMG, quem ibi ob parvitatem neglegimus, fiet hinc ang. aberrationis 17′: 42″ circiter.

Sed in Teleſcopiis ſi quæramus quantus aberrationis hujus angulus ferri poſſit, inveniemus in nocturnis quidem 31′⅓ circiter, in diurnis vero dimidium ſive 15′⅔, quod ab illis 17′: 42″ non multum diſcrepat. Etenim in Figura propoſ. LVI. poſita lentis AC foci diſtantia CF pedum 30,

30, diximus CA eſſe $\frac{5}{2}$ poll. Unde FQ $= \frac{1}{50}$ CA, hoc eſt, $\frac{3}{100}$ poll. Sed QD ſeu foci diſtantia FP tunc erat $3\frac{3}{10}$ poll. Ergo QD ad QF ut $3\frac{3}{10}$ ad $\frac{3}{100}$, hoc eſt, ut 110 ad 1, hoc eſt, ut ſemidiameter circuli 100000 ad 909 tangentem anguli 31′: 20′, qui eſt proximè angulus aberrationis QDF, quantum eſſe diximus.

Ex his intelligitur cur nec in noſtro Microſcopio neque in alio quamlibet breviori eoque magis amplificante, quod ſecundum inventam regulam ex noſtro ordinatum fuerit, hæc aberratio ex radii diſſipatione nocitura ſit. Nunc vero de aberratione quæ ex figura lentium ſphærica oritur examen inſtituamus.

Ubi rurſus lemma præmittendum eſt hujuſmodi.



Si lentis convexæ PD *axis* NPB. *Focus in* O. *Radius axi parallelus* SD, *qui refractus eat per* DH, *faciens aberrationem* OH, *a puncto autem in axe* N, *feratur ad lentem eandem radius* ND, *qui refractus conveniat cum axe in* F, *ſitque* B *punctum conjugatum ipſi* N, *adeoque radii* ND *aberratio* FB. *Dico* HO *ad* FB, *fore proxime ut quadratum* PO *ad quadratum* PB, *tantoque magis quanto diſtantia* NP *ad* PO *comparata major erit. Angulos etiam aberrationis* HDO, FDB *eſſe æquales.*

Sumatur enim PV in axe æqualis PO, ſitque HL axi perpendicularis & PO ſive PV ſit $= c$, PD $= a$; NP $= d$, HO $= n$. Jam quia proportionales ſunt NV, NP; PO, PB ex prop. XX, erit PB $= \frac{dc}{d-c}$. Quia vero

an-

angulus LDH æqualis cenſetur SDN ex propoſ. LV., hoc eſt, angulo DNP, erit proxime ut NP $\propto d$, ad PD $\propto a$, ita DL quæ cenſetur æqualis PH, hoc eſt, $c-n$, ad LH, quæ erit $\frac{ac-an}{d}$. Et quia DP ad LH ut PF ad FH, erit DP minus LH, hoc eſt $\frac{da-ac+an}{d}$ ad PD $\propto a$, ut PH $\propto c-n$ ad PF, quæ erit $\frac{dc-dn}{d-c+n}$, quæ ſubtracta a PB $\propto \frac{dc}{d-c}$, fit FB $\propto \frac{ddn}{dd-2dc+cc+dn-cn}$ quæ ad HO $\propto n$, ut dd ad $dd-2dc+cc+dn-cn$. Hæc autem ratio eadem cenſeri poteſt, quæ dd ad $dd-2dc+cc$, quia quantitas n minima eſt cæterarum reſpectu. Sicut autem dd ad $dd-2dc+cc$, hoc eſt, ut quadratum NP ad quadratum NV ita eſt quadratum PB ad quadratum PO; quia diximus eſſe ut NV, ad NP, ita PO ad PB; Ergo erit FB ad HO proxime ut quadratum PB ad quadratum PO, ac tanto quidem magis quanto angulus SDN minor erit, ut patet ex iis quæ ad propoſ. LV. annotavimus; hoc eſt, quanto major ratio NP ad PO. Itaque patet propoſitum.

Hinc vero ſequitur, ductis DO, DB, angulos æquales fore HDO, FDB. Ponatur enim DO ſecare HL in I, & FE axi perpendicularem occurrere rectæ DB in E. Quia ergo ratio BF ad OH componitur ex rationibus BF ad FE, & FE ad HI, & HI ad HO. Hoc eſt, ex rationibus BP ad PD, & FE ad HI, & PD ad PO; hoc eſt, ex rationibus FE ad HI, & BP ad PO. Ratio autem eadem BF ad OH eſt ea quæ quadrati BP ad quadratum PO, ex ante demonſtratis; neceſſe eſt rationem FE ad HI eandem eſſe quæ BP ad PO, ſive quæ FP ad PH, quia FB & HO ſunt minimæ; ſive quæ FD ad HD. Unde angulus FDE cenſetur æqualis HDI propter parvitem angulorum DFP, DHP.

PRO-

PROPOSITIO LXIV.

Angulum aberrationis ex figura eodem modo ut in præcedenti propoſitione per calculum inveſtigare.

Hinc ad calculum accedimus, in quo jam craſſitudo lenticulæ P conſideranda eſt, quæ ſit TP, in figura ſuperiori. Habet autem lenticula hæc in noſtro Microſcopio ſuperficiem alteram planam quæ deorſum converſa eſt. Cumque foci diſtantia PO ſit $\frac{7}{10}$ pollicis, eademque æqualis cenſeri poſſit diametro convexitatis ſuperficiei TD; erit ut PO, ſive $\frac{7}{10}$ ad PD 2|2 $\frac{1}{20}$, ita hæc ad TP, quæ fiet $\frac{1}{280}$. Hujus vero $\frac{7}{6}$ æquantur aberrationi Oδ, quam facit radius axi parallelus in D incidens, quia lenticulæ plana ſuperficies in partem alteram obverſa eſt. Ergo Oδ 2|2 $\frac{7}{1680}$ ſive $\frac{1}{240}$. Sicut autem δP ſeu δP ad PD, hoc eſt, ſicut $\frac{7}{10}$ ad $\frac{1}{20}$, ſive ut 14 ad 1, ita eſt δO ad Oβ. Ergo fit Oβ 2|2 $\frac{1}{3360}$: & DO ſeu PO ad Oβ ut $\frac{7}{10}$ ad $\frac{1}{3360}$ ſive ut 2352 ad 1. Sed per Lemma præcedens radius incidens ND faceret angulum aberrationis BDQ æqualem ODβ: ac proinde viciſſim radius BD faciet angulum aberrationis NDK æqualem BDQ ſeu ODβ. Ergo ut DO ſeu PO, ad Oβ, hoc eſt, ut 2352 ad 1, ita erit DN, ſeu PN ad NK. Sed ut 2 ad 7, ſive ut 672 ad 2352, ita eſt EN ad NP. Ergo ex æquo EN ad NK ſeu MK ad NK, ut 672 ad 1, hoc eſt, ut in Tabulis ſemidiameter 100000 ad 149, tangentem anguli 5′: 8″, qui eſt angulus NMK.

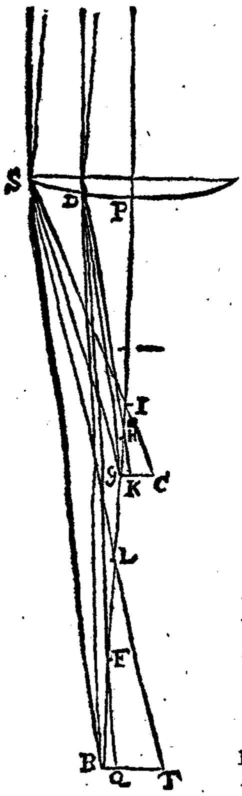
Hic igitur in microſcopio noſtro eſt angulus aberrationis ex figura. Quo majorem ferri poſſe abſque viſionis incommodo inde apparet, quod inverſâ lenticulâ PD, ut pars convexa deorſum ſpectet, quadruplo fere

major ſit iſte aberrationis angulus; quia tunc aberratio radii qui parallelus axi incideret in D, æquat $\frac{9}{2}$ craſſitudinis PT, ex propoſ. XXVII. quæ aberratio hic erat tantum $\frac{7}{6}$ PT, hoc eſt, fere pars quarta tantum iſtius. Unde & angulus aberrationis NMK fere quadruplus tunc invenitur ejus qui nunc inventus eſt 5′. *Atqui* ſic inverſâ lenticulâ, vix percipitur aliquid diſtinctæ viſioni decedere. Itaque 20 circiter ſcrupulorum primorum ferri poteſt angulus iſtius aberrationis; accedente licet angulo aberrationis quæ ex diſſipatione, qui erat fere 18′. Semper enim hanc aberrationem alteri ſuperaddi facile intelligi poteſt.

Quod ſi in breviori illo $4\frac{1}{2}$ pollicum microſcopio, quæramus eodem modo angulum aberrationis quæ ex figura, inveniemus eum quoque 20′ circiter; qui proinde vix quoque nocere poterit; ut proinde eximius futurus ſit ejuſmodi perſpicilli effectus. Si vero breviora etiam, ac magis amplificantia moliamur ex præſcripto Regulæ ſuperius inventæ; creſcet ſemper iſte aberrationis angulus; adeoque hæc cauſa impedit quo minus Regulam iſtam ſequentes, infinito progreſſu microſcopiorum virtutem augere poſſimus. Sed quod mirum fortaſſe videbitur, aliam ſuppetere oſtendemus Regulam, per quam ejuſmodi progreſſus concedatur. Præmittimus autem Lemma ejuſmodi.

Lemma.

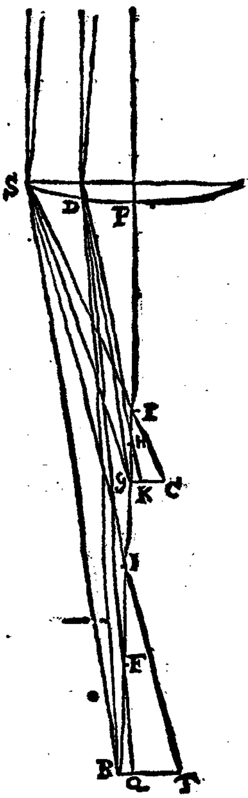
Si in lentem convexam radii incidant axi paralleli, vel a puncto in axe ultra focum diſtante manantes, efficient ii refracti angulos aberrationis ex Figura, qui proximè triplicatam rationem habeant ejus, quam diſtantiæ punctorum incidentiæ ab axe.



Primo vero de parallelis oſtendemus.

Sit lens PS axis PB, focus G, radiorum nempe axi parallelorum ab eoque minimo diſtantium. Lentis craſſitudo pro nulla habeatur, quia tota PS valde exigua intelligitur ad PB comparata. Porro radius parallelus qui in D punctum incidit feratur in DH, faciens aberrationem GH; qui vero in S incidit parallelus feratur in SI, faciens aberrationem GI. Junctis igitur DG, SG, erunt anguli aberrationis quos hic intelligimus GSI, GDH. Quos dico proximè triplicatam rationem habere ejus quæ SP ad DP.

Sit enim GC ad axem perpendicularis, cui occurrant productæ DH, SI in K & C. Cenſentur igitur anguli GSC, KDG eam habere rationem quæ CG ad GK, cum DP, SP ſint minimæ reſpectu PG. Eſt autem ratio CG ad KG eadem compoſitæ ex rationibus CG ad GI, & GI ad GH & GH ad GK; quarum prima ratio CG ad GI, eadem eſt quæ SP ad PI, vel quæ SP



ad PG, quia IG minima eſt reſpectu PG. Item ratio altera GI ad GH eſt eadem quæ quadrati PS ad qu. PD, per prop. XXX. Et tertia GH ad GK eadem quæ HP ad PD, hoc eſt, quæ GP ad PD, quia HG eſt minima reſpectu GP. Itaque ratio CG ad KG, componetur ex rationibus SP ad PG, & PG ad PD, & quadrati PS ad quadratum PD. Sed harum priores duæ efficiunt rationem SP ad PD, Ergo ex tribus compoſita erit eadem quæ cubi SP ad cubum PD. Itaque oſtenſum eſt rationem CG ad KG, ſive anguli aberrationis CSG ad KDG, proxime eſſe eam quæ cubi SP ad cubum PD, hoc eſt, triplicatam rationis SP ad PD.

Ponamus jam radios incidentes in D & S, venire a puncto cui conjugatum ſit punctum B, atque eſſe radii in D cadentis aberrationem BF; ejus vero qui in S cadit, aberrationem BL.

*Pag. 247. Cum igitur ex lemmate ultimo ſit ut quadratum PG ad quadratum PB, ita GH ad BF; atque ita quoque IG ad LB. Erit permutando & convertendo, ut IG ad GH ita LB ad BF. Sed IG erat ad GH ut quadratum SP ad quadratum DP, ergo & LB ad BF ut quadratum SP ad quadratum DP. Unde jam, ſicut ante de angulis GSI, GDH, oſtendetur eadem ratione angulos BSL, BDF eſſe in ratione triplicata diſtantiarum SP, PD. Hi enim anguli, ſive BST, BDQ cenſentur eſſe inter ſe ut BT ad BQ, quia DP, SP ſunt minimæ reſpectu BP. Eſt autem ra-

ratio BT ad BQ eadem compoſitæ ex rationibus TB ad BL, & BL ad BF, & BF ad BQ. Quarum prima TB ad BL eſt eadem quæ SP ad PL, ſeu quæ SP ad PB, quia LB eſt minima reſpectu PB. Item ratio altera BL ad BF eſt eadem quæ quadrati PS ad quadratum PD, ut paulo ante eſt oſtenſum. Et tertia BF ad BQ eſt eadem quæ FP ad PD, hoc eſt, quæ BP ad PD, quia FB eſt minima reſpectu BP. Itaque ratio BT ad BQ componetur ex rationibus SP ad PB, & PB ad PD, & quadrati PS ad quadratum PD, quarum duæ priores cum efficiant rationem SP ad PD, erit ratio BT ad BQ, hoc eſt anguli BSL ad BDF, ea quæ cubi PS ad cubum PD, quod ſupererat demonſtrandum.

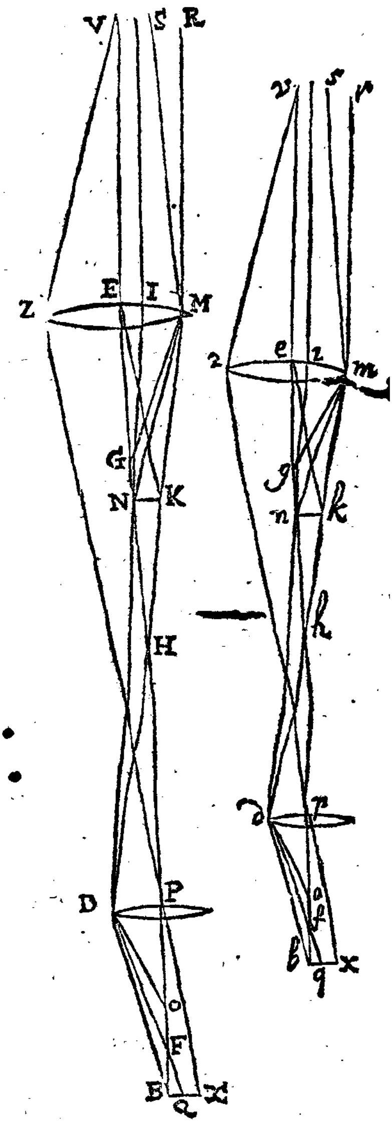
PROPOSITIO LXV.

Quomodo breviora fieri poſſint microſcopia & magis amplificantia, in quibus ſervetur eadem claritas & diſtinctio, nec tamen priori incommodo a majori aberratione ex figura fiant obnoxia.

Ponantur bina rurſus microſcopia, atque omnia eadem quæ propoſitione LXI, niſi quod incerta ſit in minori ratio pb ad ſemiaperturam pd; itemque incerta lentis ocularis foci diſtantia ne. Cætera vero omnia eodem modo conſtruantur. Porro in majori microſcopio diſtantia PB ſit 2|2 *b*, quâ nempe lenticula P abeſt a viſibili. PN 2|2 *c*; NE 2|2 *d*. Semiaperturæ latitudo PD 2|2 *a*. BX longitudo rei viſæ 2|2 *b*. NK 2|2 *n*. Ponamus autem diſtantias punctorum conjugatorum PN ad PB, eſſe in ratione majori, quam 6 vel 7 ad 1, & foci diſtantiam EN majorem eſſe foci diſtantiâ PO, quemadmodum hæc in hujuſmodi microſcopiis rectè ſtatui ſolent. At in mi-

nori microſcopio aſſumatur diſtantia $pb = f$, ſemiapertura quæſita $pd = x$. Erit autem $pn = \frac{cf}{b}$, quia proportionales ponimus BP, PN; bp, pn. Quod ſi fuiſſet ut BP ad PD ita pb ad pd, apparet futuram $pd = \frac{fa}{b}$, & angulum aberrationis bdq, radii ex n venientis in lentem p, æqualem futurum angulo aberrationis BDQ radii ex N venientis in lentem P: Quia ſicut prop. præcedenti ita hic quoque ut NP ad np, ita PB ad pb, & ita quoque foci diſtantia PO ad po. Nunc vero quia ſemiaperturam pd pono $= x$, non autem $= \frac{fa}{b}$, erit ex lemmate præmiſſo ut cubus $\frac{fa}{b}$, hoc eſt, ut $\frac{f^3a^3}{b^3}$ ad x^3 ita angulus BDQ ad angulum bdq.

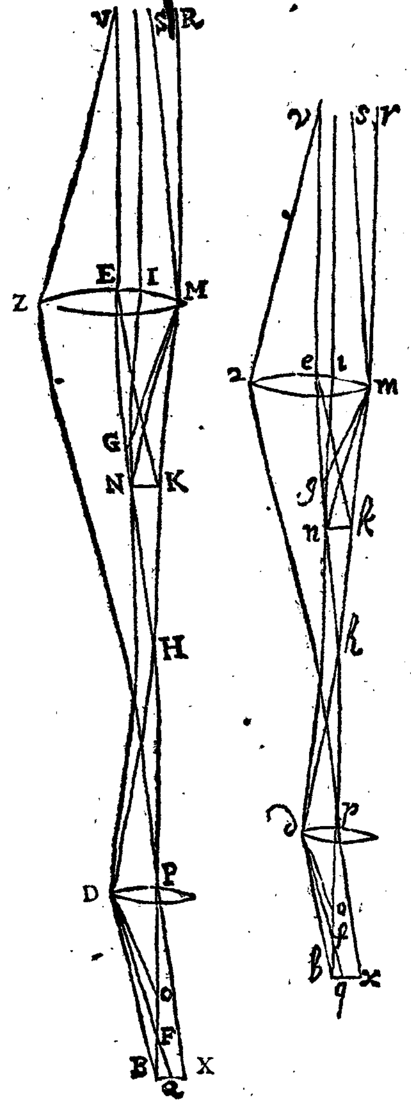
Rurſus ſi æquales eſſent anguli NDK, ndk, cenſeretur eſſe NK ad nk ut PN ad pn. Nunc vero ratio NK ad nk componi cenſebitur ex rationibus PN ad



p n, & ea quæ anguli NDK ad ndk; hoc eſt ex rationibus PB ad pb ſeu b ad f, & anguli BDQ ad bdq; quam diximus eſſe eandem quæ $\frac{f^3a^3}{b^3}$ ad x^3, ſive quæ f^3a^3 ad b^3x^3, ac proinde erit NK ad nk ut bf^3a^3 ad fb^3x^3, hoc eſt, ut ffa^3 ad bbx^3. Cumque NK ſit $\propto n$, erit nk $\propto \frac{nbbx^3}{ffa^3}$. Jam quo aberrationis angulus utrobique intra oculum æqualis fiat, deberent eſſe æquales anguli KMG, kmg; ſed pro his ponemus KMN, kmn, neglectis ut ſupra acceſſionibus angulorum NMG, nmg, quia exigui prorſus ſunt illorum reſpectu, ac magis etiam quam in diſquiſitione præcedenti. Sicut igitur NK ad NM ſeu NE, hoc eſt, ſicut n ad d, ita cenſebitur eſſe nk ad nm ſeu ne, hoc eſt, $\frac{nbbx^3}{ffa^3}$ ad ne, quæ itaque erit $\propto \frac{dbbx^3}{ffa^3}$.

Jam porro quia eadem longitudo lineolæ BX, bx, in dato quidem microſcopio ſpectatur angulo EVZ, in altero autem angulo evz; debet eſſe ut angulus EVZ ad evz ita PBD ad pbd. Sic enim lux hauſta utroque microſcopio erit ut apparens magnitudo, ac proinde eadem utrique claritas. Ergo & permutando, angulus EVZ ad PBD ut evz ad pbd. Ratio autem anguli EVZ ad PBD componitur ex rationibus anguli EVZ ad EPZ ſeu BPX, & BPX ad PBD; hoc eſt ex rationibus PE ad EV, ſeu PN ad NE, & BX ad PD; hoc eſt, ex rationibus c ad d, & h ad a, ac proinde eſt ea quæ ch ad da. Ergo & ratio anguli evz ad pbd debet eſſe ea quæ ch ad da. Hæc autem ratio anguli evz ad pbd componitur ex rationibus anguli evz ad epz ſeu bpx, & bpx ad pbd; hoc eſt, ex rationibus pe ad ev, ſeu pn ad ne, & bx ad pd; hoc eſt, ex rationibus $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dbbx^3}{ffa^2}$, & h ad x, ac proinde eſt ea quæ $\frac{hcf}{b}$ ad $\frac{dbbx^4}{ffa^3}$.

Igi-



Igitur eadem ratio *ch* ad *da* quæ $\frac{hcf}{b}$ ad $\frac{ddbx^4}{ffa^3}$. Unde fit $x^4 = \frac{f^3a^4}{b^3}$: Et $x = \frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}}$.

Quod ſi jam velimus ut microſcopium inventum duplo magis amplificet res viſas quam quod erat datum: oportet ob cauſam, quam expoſuimus in præcedenti inquiſitione, ut angulus dbp duplo major ſit quam DBP, cumque BP ad PD ſit ut *b* ad *a*, debebit eſſe bp ad pd, hoc eſt, *f* ad $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}}$ ut *b* ad $2a$. Unde fit $f = \frac{1}{16}b$, atque hinc *x* ſive $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}} = \frac{1}{8}a$. Et foci diſtantia en, quæ erat $\frac{ddbx^3}{ffa^3} = \frac{1}{2}d$.

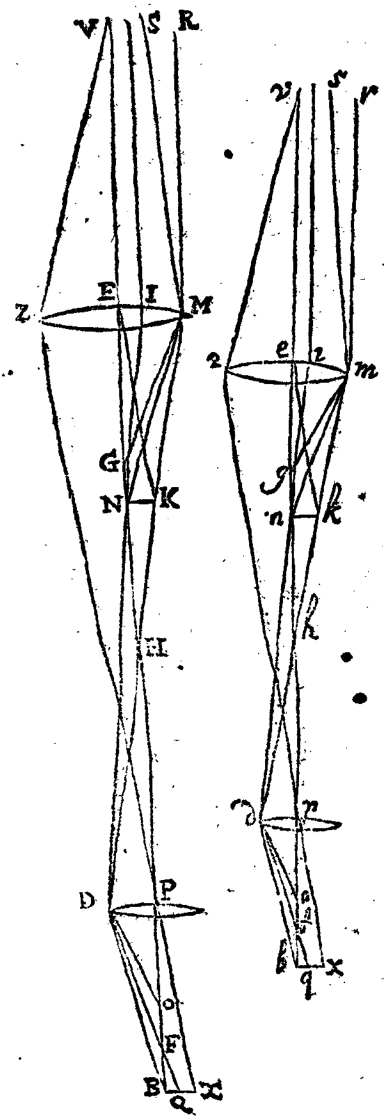
Secundum quæ ex noſtro microſcopio, cujus menſuras in priori diſquiſitione poſuimus, fiet aliud duplo magis amplificans ratione diametri (ſervata eadem claritate ac diſtinctione,) in quo po erit $\frac{7}{160}$ poll. en $=$ 1. diſtantia

$np \; 2|2 \; \frac{7}{16}$, $pb \; 2|2 \; \frac{7}{144}$, $ev \; 2|2 \; \frac{23}{7}$, ſemidiameter aperturæ $pd \; 2|2 \; \frac{1}{160}$, atque ita ulterius progredi licet ex hujus regulæ præſcripto, ponendo lenticulæ foci diſtantiam po quamlibet exiguam, nec enim aberratio ex figura, nec obſcuritas unquam nocebunt, quippe ſemper eædem manentes. Neque etiam aberratio altera, quæ ex radii diſſipatione oritur, obſtabit, cum continuè minuatur. Latitudo vero ad pupillam eadem quæ in noſtro manebit; erat enim ibi iſta latitudo $ei \; 2|2 \; \frac{ad}{c}$, ut ſupra demonſtratum. Hic vero quia ut np, hoc eſt, $\frac{cf}{b}$, ad pd, hoc eſt, $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}}$, ita ne, hoc eſt, $\frac{d\sqrt{\sqrt{f}}}{\sqrt{\sqrt{b}}}$ ad ei, fit rurſus $ei \; 2|2 \; \frac{ad}{c}$.

Eſt igitur ex hac Regula progreſſio infinita in propagandis microſcopii viribus ſi lenticulas quamlibet exiguas parari poſſe ponamus.

In hiſce vero diſquiſitionibus eandem ſemper ſervari ſtatuimus rationem BP ad PN, quam nempe habent diſtantiæ punctorum mutuorum ab lente P. Poſſumus autem & abſque eo regulas generales invenire, nonnihil à prioribus diverſas, atque eodem tamen tendentes, quas breviter perſcribemus, omiſſa inveſtigandi ratione, ne nimis diu hic obhæreamus. Nituntur autem iiſdem, quæ jam expoſuimus, fundamentis.

PROPOSITIO LXVI.



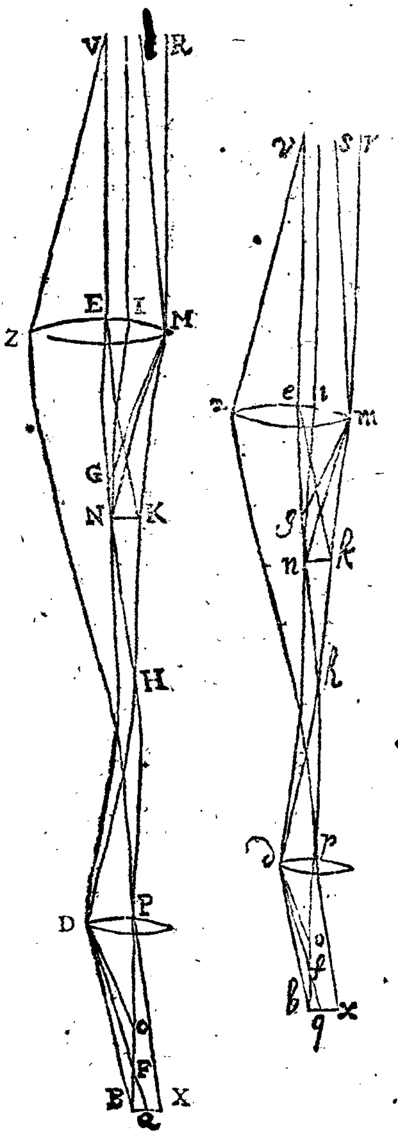
Si microſcopium è duobus convexis E *&* P *compoſitum quæratur, quod datam habeat lentis ocularis* E *foci diſtantiam, itemque datam amplificationem, & in quo angulus aberrationis ex diſſipatione radii, ut & claritas ſit eadem quæ in alio dato microſcopio ex lentibus* E *&* P *compoſito; invenietur foci diſtantia lenticulæ inferioris* P*, ejuſque poſitus & apertura hoc modo.*

Sit lentis ocularis e foci diſtantia en data æqualis *d* lineæ, poſtuletur vero ut magnitudo apparens ſit ad eam quæ ex certa diſtantia, puta 8 pollicum, ſpectaretur, (quæ diſtantia vocetur ω) ut ω ad *q* lineam datam. Angulus vero aberrationis, quem diximus eſſe nmk, requiratur æqualis angulo NMK, in altero dato microſcopio; quem definimus proportione

tione lineæ KM ad KN ſeu EN ad KN, quæ ſit ea quæ ω ad datam ſ, ut nempe eandem hanc habeat en ad nk. Claritas denique eadem quoque præſtanda ſit quæ in microſcopio dato, quod fiet ſi, poſita rei viſæ latitudine bx $=$ BX, eadem ſit ratio anguli zve ad dbp, quæ anguli ZVE ad DBP, ut ex ſuperioribus intelligitur. Sit autem hæc ratio ea quæ ω ad g: quæ inde invenitur quod compoſita ſit ex rationibus anguli ZVE ad ZPE ſeu BPX, & BPX ad PBD; hoc eſt, ex rationibus PE ad EV, ſeu PN ad NE, (propter proportionales PN, PE, PV) & ratione BX ad PD. Porro BX dicatur h; lenticulæ vero quæſitæ foci diſtantia po $= y$: diſtantia rei viſæ pb $= x$. Eritque regula hujuſmodi $y = \frac{50 \cdot \text{ſ}qqd\omega}{gh \text{ in qu. } \overline{q+d}}$. Cognita vero y invenietur & x quæ erit $\frac{qy+dy}{d}$. Semidiameter vero aperturæ pd erit $\frac{50 \cdot dq\text{ſ}}{\omega q+\omega d}$ in quibus ſciendum eſt numerum 50 inde eſſe quod in hac aberratione quæ ex diſſipatione eſt, ponitur ſemper BQ $= \frac{1}{50}$ PD, ut in ſuperioribus dictum fuit; pn denique erit $= \frac{dy+qy}{q}$. Apparet autem quia hic valor y etiam ſic exprimi poteſt, $y = \frac{50 \cdot \text{ſ}dd}{gh + \frac{2ghd}{q} + \frac{ghdd}{qq}}$ quanto minor ponetur q, hoc eſt, quanto major ratio multiplicationis ω ad q, tanto majorem fore diviſorem quantitatis hujus, ac tanto minorem proinde longitudinem y, ſeu foci diſtantiam po. atque ita, diminuenda lenticula P, poſſe quantum libet augeri microſcopii virtutem, niſi quatenus altera aberratio obſtabit, quæ ex figura ſuperficiei ſphæricæ pendet, cui paulo poſt aliam regulam applicabimus.

Sed ſi datam ponamus lenticulam P, non autem ocularem E, inveniemus non poſſe tunc augeri amplificationem

 tionem

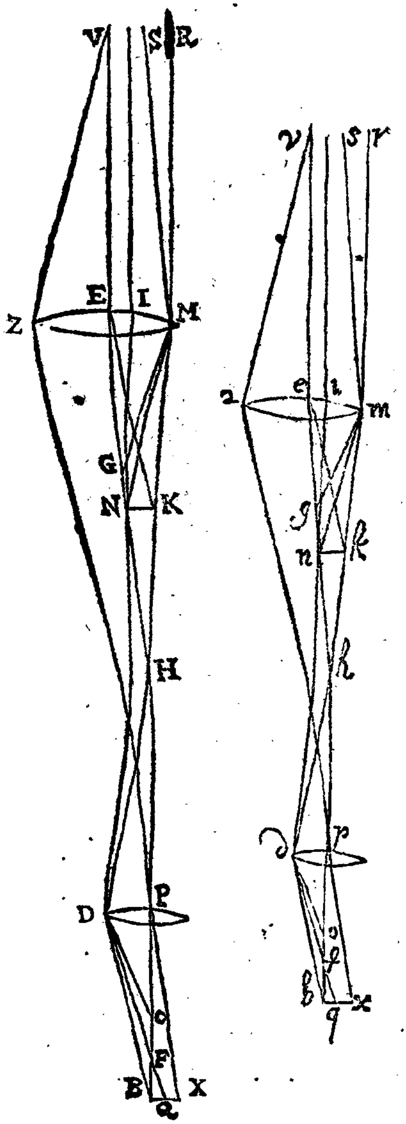


tionem niſi paulò tantum. Si enim foci diſtantia data po vocetur r, cæteris eadem, quæ prius, ſignificantibus, invenitur xx 2|2 $\frac{50 \cdot qqrs}{gb}$. ubi apparet, quanto minor ponetur q, hoc eſt, quo major ratio amplificationis ω ad q, eo minorem fieri x; atqui x ſeu pb, debet eſſe major quam r ſeu po. Ergo ſi in hujuſmodi microſcopio ponatur ab initio pb minor quam dupla po; (ut omnino faciendum, & in noſtro ſuperius deſcripto eſt pb ad po tantum ut 10 ad 9) non poterit q duplo minor quam prius adſumi; hoc eſt, non poterit duplicari ampliatio, quia x fieret dimidia prioris, ac proinde minor quam r.

Omnis igitur microſcopii hujuſmodi perfectio in lenticulæ inferioris parvitate quærenda eſt; computando ex præſcripto regulæ modo traditæ, quoad aberratio ex figura non oberit; hoc eſt, quoad ejus angulus NMK infra 20′ con-

conſiſtet. Sed ſi major ampliatio poſtuletur, oportet ex dato microſcopio in quo angulus hic non erit major quam 20′; invenire aliud ex regula, quæ eſt hujuſmodi, $y = \frac{6d^4q^4f}{7gh^3,\ \text{in qu. qu.}\ \overline{q+d}}$, ubi rurſus erit $x = \frac{qy+dy}{a}$. $pn = \frac{dy+qy}{a}$, ſed pd fit hic $= \sqrt{c.\ \frac{6}{7}\,\frac{fqdy^2}{\omega q+\omega d}}$. Et ſciendum eſt inſuper rationem anguli ZVE ad DPB in microſcopio dato eam nunc poni, quæ $\sqrt{c.\,\omega}$ ad $\sqrt{c.\,g}$. Atque hoc modo quouſque lubet diminui poteſt q, hoc eſt, augeri amplificatio, manente lente oculari eadem, nec non diſtincta viſione & claritate; Sed magis decreſcet lenticulæ foci diſtantia. Numerus autem $\frac{6}{7}$ quantitati huic præpoſitus inde oritur, quod lenticulam P planoconvexam ponimus, ſuperficie plana deorſum ſpectante; cujus aberratio ex figura pertinens ad radium extremum axi parallelum, eſt $\frac{7}{6}$ ſuæ craſſitudinis, ut ante hac oſtenſum. Sic ſi utrimque æqualiter convexa lenticula P poneretur, eſſet numerus præfixus $\frac{3}{5}$, quia aberratio ejuſmodi lentis efficit $\frac{5}{3}$ ſuæ craſſitudinis.

Cæterum ut utriuſque regulæ exemplum demus, ac primo prioris, ubi $y = \frac{5\,fqqdd}{gh\ \text{in qu.}\ \overline{q+d}}$. Sciendum eſt hinc incipiendum, ut lineæ f & g inveniantur, quantæ ſunt in microſcopio dato; ac fit quidem $f = \frac{1}{25}$ poll. quia ibi ratio EN ſeu MK ad NK, hoc eſt ω ad f, fuit inventa quæ 200 ad 1. Ponitur enim $\omega = 8$ poll. & ut 200 ad 1, ita 8 ad $\frac{1}{25}$; at g invenitur $= \frac{16}{7}$, quia ratio ω ad g dicta fuit componi ex rationibus PN ad NE, & BX ad PD; quæ compoſita redit ad ſolam rationem PN ad NE, ſive 7 ad 2, ſi BX ſeu h (quod licet) ponatur æqualis PD, quæ ibi erat $\frac{1}{20}$; nam ut 7 ad 2 ita eſt 8 ad $\frac{16}{7}$. Quæcunque vero ponatur h erit ſemper quantitas gh eadem in dato microſcopio. Quod ſi jam



d eandem eſſe ponamus in eo quod quærimus, quæ erat in noſtro, nempe *d* 2|2 2; ſed rationem amplificationis ω ad *q* eam velimus eſſe quæ 72 ad 1. hoc eſt, duplo majorem quam in noſtro, unde *q* fit 2|2 $\frac{1}{9}$; Ex his jam ſecundum regulam, invenietur *y* 2|2 $\frac{70}{361}$. Et reliqua prout fuere in expoſitione regulæ definita. Quod ſi his iiſdem poſitis, ſtatuatur *d* 2|2 1 poll. invenietur *y* 2|2 $\frac{7}{40}$ & pd 2|2 $\frac{1}{40}$, prorſus ut in priori diſquiſitione, ubi ſervabatur ratio eadem BP ad PN; quod veritatem regulæ hujus comprobat.

In poſteriori regula ubi *y* 2|2 $\frac{6d4q4f}{7gh3 \text{ in qu. qu. } d\dagger q}$ quæſitis prius *ſ* & *g* quantæ ſunt in dato microſcopio, habita ratione aberrationis ex figura, invenitur quidem *ſ* 2|2 $\frac{1}{84}$ poll. quia ibi ratio EN ſeu MK ad NK, hoc eſt, ω ad *ſ*, fuit inventa, quæ 672 ad 1; nam ut 672 ad 1 ita ω ſeu 8 ad $\frac{1}{84}$. At *g* invenitur 2|2 $\frac{64}{343}$, quia ra-

ratio $\sqrt{c.\,\omega}$ ad $\sqrt{c.\,g}$ hoc eſt, ratio anguli ZVE ad DPB, dicta fuit componi ex rationibus PN ad NE & BX ad PB, quæ compoſita redit, ut paulo ante, ad rationem ſolam PN ad NE, ſeu 7 ad 2. Ut autem 7 ad 2 ita $\sqrt{c.\,\omega}$ ſeu 2, ad $\frac{4}{7}$, quod ergo æquale $\sqrt{c.\,g}$, ideoque $g = \frac{64}{343}$. Quæcunque vero ponatur h, erit hic ſemper in microſcopio dato eadem quantitas gh^3. Quod ſi jam d eandem eſſe velimus in microſcopio quæſito, ac in dato noſtro, nempe $d = 2$ poll. rationem vero amplificationis ω ad q duplam noſtræ, hoc eſt, quæ 72 ad 1; erit $q = \frac{1}{9}$: Et ex his jam ſecundum hanc regulam invenietur y proxime $= \frac{1}{19}$. & reliqua ut fuere in expoſitione regulæ definita. Quod ſi his iiſdem poſitis, ſtatuatur $d = 1$ poll. invenietur $y = \frac{7}{160}$ & pd $= \frac{1}{160}$ prorſus ut in ſecunda ſuperiori diſquiſitione, ubi ſervabatur ratio BP ad PN; quod poſterioris hujuſce regulæ veritatem comprobat.

FINIS.

COMMENTARII

DE

FORMANDIS POLIENDISQUE VITRIS

AD

TELESCOPIA.

COMMENTARII DE FORMANDIS POLIENDISQUE VITRIS AD TELESCOPIA.

I.

De efficiundis modulis, & catinis politoribus.

PRIMÒ formetur modulus Cupreus, (ſatis denſus pro amplitudine catini efficiundi) ducendo ſegmentum circuli quæſiti in laminâ cupreâ, ope bacilli utrinque aſcia lævigati, cujus longitudo ea, quâ vitrum quæritur, & in cujus extremo aculeus infixus ſit ex ferro.

Vel ad formandos catinos amplos & longitudinis ingentis hoc uti licet calculo:

Ponatur recta AE tangens arcus AB partis circuli iſtius ex quo catinus formandus eſt, cujus radius v. g. 36. ped. vel diameter 72. ped. fiant partes AE, EE ſingulæ unius pollicis paulò ultra dimidiam latitudinem Catini; ſitque ut 72. pedes ad 1. pollicem, ita hic ad minorem lineam EF, primam ſupputando ab A; hujus quadruplum dabit ſecundam lineam EF; noncuplum tertiam EF; ſi decies & ſexies ſumatur, dabit quartam EF, & ita Vide Fig. I.

 por-

porrò ſecundum quadratorum ſeriem: Ubi dein numeri harum partium, quarum exilitas circini menſuram fugit, ſubducuntur ex EG, quæ ſit unius pollicis, habentur partes FG, quæ deſumtæ ex regulâ geometricâ in exiles partes diviſâ & applicatæ ipſi GG, per puncta FF demonſtrabunt arcus tramitem; quod idem ab alterâ parte ipſius AD faciundum erit. Ubi convexus hic modulus juxta circumferentiam limâ rite formatus eſt, ad eum alius concavus deſcribi & limâ excavari debet: dein ambo hi moduli ope ſmiridis mutuo ad invicem attritu probè aptandi & lævigandi ſunt; quem in finem conducet horum alterum tabulæ affigere immobilem.

Ad catinos fuſione formandos, ad modulum factum tornandus alius eſt ligneus, ut inſerviat formando cupro fuſo, ſi catini cavitas ſit notabilis. Quod enim ſpectat ad catinos viginti, triginta, pluriumve pedum, ſufficit his ex aſſere plano diſcum facere, qui habeat magnitudinem & craſſitiem quæſitam. Moduli tamen neceſſarii ad tornandos catinos fuſos, ut infra dicetur.

Porrò catini vix nimium craſſi ex ære ſumi poſſunt: verum tamen deprehendimus eum, cujus craſſities erat dimidii pollicis, diameter verò quatuordecim pollicum, pro vitris formandis, quorum diameter triginta ſex pedum, ſatis fuiſſe validum: dum affixus eſſet ſc. lapidi cylindrico alto pollicem ope cæmenti duri ex pice & Cineribus, de quo poſtea pluribus.

Diameter autem Catini debet fere æquari triplo diametri vitri poliundi; ſed de hiſce diametrorum menſuris poſteâ plura dicam. Pro vitris minoris ſphæræ, majores quam pro ratione diametrorum requiruntur catini, ut motui manus polientis ſatis ſpatii ſit in catino.

Vide Fig. 2. Ut catinus jam fuſus ex ære Abaco tornionis applicetur, fiat diſcus æreus validus, diametro trium vel

qua-

quatuor pollicum, cui adſit cochlea adaptata ad axin cupreum abaci. Diſcus hic ſtanni conſolidaturâ affigitur ad poſticum catini, qui hoc loco exactè limatus ſit quo planities examuſſim parallela reddatur circumferentiæ anteriori, adeo ut æquabiliter feratur ſupra abacum, vel ſaltem minimum divergat.

Denique ut catinis tornando figura detur quæſita, modulus cavus aſſeri plano committitur, qui dein clavi ope affigitur capiti ligneo, quod in abaco tornario opponitur plano catini, ita ut cavitas moduli averſa ſit a catino. Ad hunc modulum alter modulus convexus agitur affixus per clavos parvos (quorum capitula limâ complanata ſint, ne emineant) ad latus inferius aſſerculi, qui, præterquam quod agatur ſupra ultimum hunc modulum, moveatur præterea ſupra duos aculeos, qui prominent ad hanc craſſitiem.

Vide Fig. 3.

Ad ipſum huncce aſſerculum, qui ſupra modulum cavum aſſurgere debet propè catinum tornandum, cuneus, quo utitur tornio, cochleâ ligneâ ad latera affigitur, ut uſu exigente removeri ab catino, vel ad eum admoveri queat: ejus acies in diametrum catini dirigenda. Utque ſciamus modulum cavum parallelum eſſe ſuperficiei cavæ catini, qui affixus eſt abaci tornatilis caudæ, dirigatur cunei acies extrema, ut attingat punctum quoddam ejus ſuperficiei quæ exteriora verſus tornionem ſpectat, tum moto cuneo una cum aſſerculo ſuo ad alterum ejuſdem diametri extremum æquè ab centro remotum circumrotetur catinus ut abſolvat gyro ſuo ſemicirculum, attendendum tum eſt num cunei acies idem illud punctum primum attingat. Id ubi fit, rectè ſe habet. Sin minus, corrigi poteſt caput paululum malleo contundendo ut ſitum mutet. Optimum verò, modulum cavum ipſo hoc artificio examinare quan-

quando ab unâ tantum parte adhuc affixus eſt, an debitum obtineat ſitum, aliter enim facile eô redigi, tumque porrò affigi poteſt. Eadem hæcce exploratio capiunda aliquoties inter tornandum, quod levi fit negotio: ſi enim modulus cavus in debito haud ponetur ſitu catinus quodammodo in medio ad hoc illudve punctum cavus vel convexus redderetur. Sed & foramina modulorum, per quæ adiguntur clavi, laxa eſſe oportet, neque propinqua nimis margini polito horum, ne per adactos clavos figura modulorum immutetur, ære ſc., unde conſtant, magis reducto in uno loco, & eminente plus in altero.

Tam abacus tornionis, quam diſcus rotans ita firmandi, ne inter tornandum tremant, ut evitentur inæqualitates in catinis. Catino per hoc artificium tornato in figuram quantum fieri poteſt exactam, ſeparatur inde cauda, impoſita hunc in finem prunis ardentibus, ut ſolidatura diſſolvatur. Sed quum labor ille tornandi, firmandi & iterum ſeparandi catinos moleſtus admodum ſit; ſciendum eſt, catinos planos, tum & eos, qui vitris majoris Sphæræ v. c. 120 aut plurium pedum inſerviunt, haberi poſſe ſine ullâ Tornionis machinâ: ſcilicet fuſi ex ære lævigantur ad planitiem per molam Lapicidarum, quâ marmora expoliunt. Nam ut excavetur catinus tam parum, ac in his requiritur, opus modo eſt lapidibus & Smiride id perficere, utendo primô lapide cujus latitudo æquatur dimidiæ latitudini catini, deinde verô eo, cujus latitudo fere æqualis ipſius catini latitudini; & menſurando profunditatem calculo prius determinatam filo ferreo ſub regulâ marginum diametro applicatâ.

Ad catinos hoc modo ope Smiridis lævigandos, poſtquam in molendinâ expoliti fuerunt, aut ad abacum tor-

tornionis tornati, prius affiguntur diſco rotundo ex lapide pollicem craſſo & paululum minori quam eſt catinus, medio cæmento duro ex pice & cineribus, tum calefaciendo prius catinum, quo firmius cohæreat. Huic diſco lapideo tres adhæreant pedioli, qui longitudine tranſverſi ſtraminis, ſive ariſtæ, emineant, quibusque inſiſtere queat. Diſcus vero hic lapideus porrò maneat catino agglutinatus, poſtquam ille exactè formatus eſt, id namque neceſſarium ad immobilitatem requiſitam ad lævigationem. Etenim catinus aliter, licet tribus ſuſtentatus pediolis, proprio pondere ſubſideret: quod experti ſumus per varias vitrorum adhæſiones ad catinum pro variâ applicatione pediolorum, vel & remotione eorundem. Adeoque agglutinatio, & ſtabilis firmatio catini nequaquam omittenda, quum conditio ſit admodum neceſſaria.

Lapides dictos præparaturus electam Smiridem contundat, & cribro inde ſeparet fragmenta piſum parvum æquantia; tum fiat fimbria ex chartâ ſatis craſſâ, quæ fune margini catini circumligetur, ut latitudine pollicis aſſurgat ſupra catini ſuperficiem. Sit dein diſcus rotundus ex lapide paulo minor quam catinus, & præparatâ copiâ requiſitâ picis fuſæ & cineribus permixtæ eâ copiâ, quâ hi pici permiſceri poſſunt, calefiat lapis, eique ope cochlearis aliquid picis fuſæ ſuperfunditur, dein pix ſupra totum catinum ſapone prius oblitum, impoſitis tribus feſtucis ligneis ad eam altitudinem, ad quam pix requiritur, ſuperfunditur.

Tum lapis comprehenſus duabus quatuor anſarum lignearum vel lapidearum potius, agglutinatarum prius cæmento, anſis, vel ſuſpenſus de funiculo, qui normali ſectione per centrum ſub catino applicatur, imponitur pici fuſæ ſupra catinum, ut frigeſiant ſimul, ut lapis

pis de catino moveri, vel malleo ligneo ad latus leniter percuſſus ſeparari queat. Eo peracto ſupra picem lapidi agglutinatam Smiris præſcripta ſpargitur, eique firmiter impingitur, premendo leniter materiam ſpatulâ ferreâ planâ candefacta utcunque, cujuſque craſſities æquat circiter $\frac{1}{3}$ pollicis, idque fiat per totum lapidem, cavendo tantum ne profundius immergatur Smiris nimio calore.

Poſtea lapis totus ad ignem leviter calefiat, ſicque imponitur catino, cujus hoc modo figuram cruſta ſmiridis accipit. Hoc lapide frigefacto trito & agitato ſine humido addito politur catinus tam diu, donec omnes ſulci & circelli lævigatione ſublati ſunt, qui a tornatione adhuc ſupererant. Quoque major vis exerceatur, baculus longus imponatur lapidi, parum inflexus & ſuperne aut firmatus, aut ope elateris preſſus; quem duo famuli moveant; major cinerum portio pici mixta facit, ut ſmiris diu aſpera maneat; aliter ſcilicet dum cæmentum haud ſatis durum eſt, fragmenta ſmiridis calore tritus ſitum mutant, ſicque aguntur modo ſupra catinum, non autem inæqualitates deterunt, vel figuram imprimunt quæſitam: propterea cæmentum valde durum eſſe, & tantum cinerum continere debet, quantum capere poteſt. Quando ſmiris obtundi incipit, pulveris ejus parva copia catino inſpergitur, quo renovetur aliquo modo aſperitas, ſed ſi cæmentum ſatis durum ſmiris ſemper aſpera permanet.

Ut catinus ultimam perfectionem adquirat, utque inprimis ſuſtentetur eodem ſemper in ſitu, tollatur de lapide, & fuſione inde ſublatis pice & ſmiride, imponantur fragmenta longa unum alterumve pollicem cæruleæ cotis, quâ Horologopoei & cælatores cuprum expoliunt: hæc fragmenta prius ordinanda ſunt & utcun-

que

que agglutinanda catino, ſatis propinqua ſibi mutuo, ope ſaponis vel Amyli, tum iterum fimbria Chartacea circumponenda catino, & arenâ ſiccâ inter coticulas ſparſa ad ¾ altitudinis coticularum aut ad ⅔, ſi tantum æquent pollicem, agitetur catinus donec arena ubique æqualiter ſubſidat, aut follis vento æquetur. Probè autem cavendum eſt, ne coticulæ juxta ductum ſuorum filamentorum ſitum obtineant, ſed tranſverſo ſitu ponantur, neque enim aliter, dum tritus exercetur, ſatis deterant. Dein ſupra hæc funditur cæmentum durum calidum valde, & diſcus lapideus rotundus his imponitur, & frigeſiant ſimul. Per hæc tandem catinus deducitur ad perfectionem, quæ cognoſcitur dum deterſis ſordibus ubique æquè fulget, ubi oblique adſpicitur expoſitus luci.

Diſcus cum coticulis ubi reponitur, ejus pars quæ coticulas continet verſus ſuperiora ponenda, neque imponendum quidquam ne ſitum mutent. Tempore æſtivo ideo in cellâ ſervantur, quia tempore calido proprio pondere ſitum mutant, hinc cæmentum adeò fiat durum copiâ cinerum vel lapidis triti, quam fieri poteſt.

De eligendis Vitris.

Vitrum albiſſimum optimum quidem ratione pelluciditatis, ſi reliquas conditiones requiſitas ſimul poſſidet: ſed ſæpe id, quod candidiſſimum eſt, quaſdam venas, vel inæqualitates habet in ſuâ ſubſtantiâ, vel ſponte ſuâ in aëre humeſcit. Ideò plerunque optimum quod ſubflavum, leviter ruſum, aut ſubviride apparet, ubi tranſverſim adſpicitur. In his regionibus melius haud habetur eo, quod ex ſpeculis ruptis. Sed poſtea bonum ſatis expertus ſum quod ex officina vitriariâ Syl-

væducis accepi ejuſdem materiei, unde pocula conflant; ſed optimum fuit, quando duobus, tribuſve diebus immota conſtiterat materia diebus feſtis. In noſtros Uſus fragmenta vitri conficiunda curabam eâ arte, quâ ſpecula fiunt: ſc. ex globis rotundis fundò abſciſſo ad latera apertis, tum ſupra conſciſſis, inque planum redactis in foco furni: hæc fragmenta, quæ craſſitie ½ vel pollicis æquabant, in molâ marmorum apud Lapicidas ad æqualem ubique craſſitiem læviganda curavi.

Ut venæ detegantur in vitro, obliquè admodum inſpiciundum eſt, oppoſitum luci quam locus obſcurus proxime contingit; ita explorantur fragmenta ſpeculorum politorum: ſed quia hæc raro ſatis craſſa habentur, ideoque fragmenta nondum politorum ſpeculorum accipere neceſſe eſt, illa prius per politorem perſpicillorum æqualem ad craſſitiem plana læviganda, & ruditer polienda, ut dicto modo ſciri queat, an materia idonea ſit.

Sæpe venæ vitris adſunt inſtar filorum tenuium, quæ vix nocent. Sunt nobis hujuſmodi vitra, optima tamen.

Eſt & ubi dicto modó vitia non cernas, quæ tamen in vitro probè polito apparent, ubi per reflexionem exploratur, quod ita fit. Vitrum ſitu erecto, & ſuperficie, de quâ ſuſpicio, ad poſteriora verſa menſæ imponitur in cubiculo obſcuro: tum candelæ ardentis quam manu tenemus lux reflexionem patiatur a vitro, curando ut prior reflexio ſemper in vitri medio fiat, dein retrogredimur, donec reflexio poſterior candelam invertere incipiat, totumque vitrum luce refulgeat, tunc enim vitia, optimè deprehenduntur, ut & imperfectiones polituræ: denique ſi vitrum majoris ſphæræ ſit 40 puta aut ultra pedum utimur parvo teleſcopio 3 aut 4 pollicum ad detegenda vitia in hac reflexione.

De

De Præparatione Vitrorum antequam poliantur.

Si vitrum aſperum eſt ex ſpeculis non lævigatis, quo utimur plerunque ob craſſitiem ad vitra majoris ſphæræ, ut 30 pedum & ſuprà, ejus fragmentum longe majus vitro quæſito complanatur ad æqualem ubique craſſitiem, & ruditer expoliatur ab artifice qui perſpicilla conficit, ut ſciatur an venæ adſint, & an poſſint evitari, ne intra aperturam Vitri cadant. Ad hanc lævigationem utimur laminis ex ferro fuſo, quas venales habent ſideropolæ, hæ planæ redduntur in molendinâ lapicidarum. Tum circino adamantino circulus fiat in vitro diametri quæſiti, aliuſque eodem centro, qui paulo major eſt v. c. una circiter linea. Item duo tales circuli fiant in alterâ parte vitri prioribus exactè reſpondentes ope vitri circularis, de quo deinceps pluribus.

Quoties magna fragmenta ſeparanda ſunt ab hocce vitro ferro candenti id peragi poteſt. Aliter id fit ope validæ cochleæ manuariæ, Belgis *een handſchroef*, quæ tantum aperitur ut præciſè craſſitiem vitri capiat. Non eſt procedendum abrumpendo intra ultimum circulum, ſed inæqualitates ſuperſtites in margine ad Cotem tornantem demendæ; primo applicando angulos eminentes ad rotam, ne fragmenta diſſiliant, poſtea autem medium; eo labore pergitur, donec ad ultimum circulum utrimque perventum eſt.

Dein manubrium ligneum vitro imponitur paululum calefacto prius, atque arenâ albâ pellucidâ & aquâ margines paululum inclinatæ in eo excitantur utrimque, quo

exactius eo melius ; idque fiat in catino convenientis profunditatis ; ille cujus radius eſt ſex pollicum ſuffi-cit vitris 2, 3, 4, & 5 pollices latis. Quo facto, ope cæmenti ex colophoniæ part. 11. Ceræ part. 1. lamella cuprea pluribus foveolis vel cavitatibus prædita agglutinetur vitro, & ope baculi 14 vel 15 pedes longi, in quo inferius aculeus ferreus infixus eſt, qui fu[illegible] per elaterem adigitur, vitrum lævigatur cum arenâ & aquâ ad laminam ex ferro fuſo planam, ut exactè ubique eandem adquirat craſſitiem, ponendo aculeum in aliqua foveolarum, quæ circa partem craſſiorem. Hæc lamina ferrea in molendinâ marmorum complanata eſt, poſtquam a fabro ferrario in figuram rotundam redacta fuit.

Craſſities vitri, an ubique ſit æqualis, manuaria cochlea menſuranda eſt, id enim eâ exactius peragi poteſt, quam circino curvo.

Circa finem hujus lævigationis conducit ſmiridis cribratæ uſus, quia arena cavitates juſto majores excitat : & neceſſe eſt, ut aculeus ferreus baculi exactiſſimè medium vitri premat, id eſt, in medium circumferentiæ interioris marginis inferioris, ne figura cylindrica aut eminens ſuperſit ulla. Scire enim decet, quod aculeo premente punctum quoddam extra centrum vitri, id inde acquiſiturum ſit figuram non planam, ſed gibboſam vel cylindricam. Imò, ſi antea fuiſſet exactiſſimè planum, hanc tamen vitioſam figuram adquiret, cujus quidem rei cauſa obſervatu digniſſima. Atque hæc preſſio in centrum obſervanda quam maximè, ut conditio ſummè neceſſaria, in poliundis quoque vitris jam figuratis.

Ut ergò una foveolarum lamellæ æreæ medio marginis inferioris exactè reſpondeat, utimur vitro circulari,

culari, quod ſit ex fruſto vitri ſpecularis politi, cui octo vel decem circuli concentrici inſcripti ſunt circino adamantino, quorum circumferentiæ a ſe invicem diſtant ¼ pollicis, vitri autem magnitudo fere ſit æqualis vitro poliundo. Hæc lamina pellucida vitro imponitur, & movetur donec circumferentia interior marginis vitri parallela ſit proximo circulorum deſcriptorum, tum ſimul invertuntur, vitrumque ſpeculare imponitur menſæ, & per impoſitam parvulam prunam lamellâ cupreâ calefacta, ut ſupra cæmentum moveri queat, ex quâdam cavitatum menſuratur diſtantia ad peripheriam cujuſdam circuli, & lamella movetur donec ea cavitas in centro ejus circuli ſita deprehendatur, quo ipſo neceſſariô etiam in medio interioris circumferentiæ marginis inferioris hærebit. Circulari laminæ tria parva fragmenta lintei agglutinata ſunt ope amyli, ne vitra lævitate ſua ſupra ſe mutuô nimis facile moveantur, neque ſe mutuô lædant.

Conduceret cavitates laminæ illi cupreæ impreſſas eſſe ope ferri acuti trilateri, utque aculeus eis imponendus quoque eſſet trilaterus, quo rotatio vitri impediretur. Id tamen adhuc magis requiritur in expoliendis porro vitris, de qua arte jam dicam. Obſervandum eſt in vitro jam ad planitiem reducto, an circumferentia interior marginis ſit circularis, id eſt, an æqualis ubique diametri, quod circino exploratur. Si non eſt circularis, denuô margines expoliendæ ſunt, & ſi opus circumferentia ubi latior cote tornatili iterum ad circulum redigenda; aliter enim iis in locis in catino cavo minus conſumitur, adeoque a figura circulari declinat. Circumferentia illa marginalis ſat bene expolienda eſt, quod plurimum facit ad nitorem reliqui operis.

De Vitris poliundis.

Vitro ut dictum eſt complanato, lamella cuprea cum foveolis aufertur, & ope cæmenti præſcripti alia parva ex ære; vel potius Chalybe lamella agglutinatur, cujus magnitudo æquetur denario, & in medio foveola triangularis profunditate paulum majore linea impreſſa ſit ſtylo Chalybeo, non ampliori quam quæ excipiat calamum anſerinum; in medio hujus foveolæ aculeo acuto centrum eſt impreſſum, quo in medio circumferentiæ marginis inferioris, ope vitri circularis & circini, cujus alter pes paululum incurvatus ſit, vitro poliundo agglutinatur, ut modo dictum fuit. Poſtquàm exactè in medio ſita eſt, aliquot guttæ cæmenti fuſi ad latera lamellæ cadant in vitrum, ne ex priori ſitu dimoveri queat. Porrò utitor artifex ad poliundum baculo, cui aculeus ferreus trilaterus inferius infixus ſit, qui reſpondeat cavitati lamellæ ita tamen laxe, ut in eâ mobilis ſit; inferiori parte apex ſit rotundus, qui limâ exactè politus & cote dein ſphæricè lævigatus ſit: in ſuperiori hujus baculi parte alter ſit ſtylus ferreus rotundus, 5 vel 6 pollices longus exceptus foramine aſſerculi trabi affixi. Catini centrum perpendiculariter ſub hoc foramine cadat. Hic poliundi modus longe melior eo, qui manu fit, tam ut preſſio exactè determinetur in medium vitri non preſſis lateribus, (unde margines puriſſimê lævigantur) quam ut vitetur incommodum quod à calore manus oritur, qui vitrum in parte ſuperiori extendens parum, inferiorem catino arctè adhærere facit, quæ ad concavitatem hinc cogitur. Sed dum baculo expolitur nunquam adhæret; niſi ex catino ſublatum in aëre paulo majorem calorem

Vide Fig. 4.

ad-

adquirat eo, qui catini; quando itaque denuo applicatur catino pars inferior contrahitur a frigore catini, & huic arcte cohæret, quocirca tum exſpectandum, donec vitrum denuo temperiem catini adquiſiverit. In magnis vitris etiam quædam obſervatur ad motum tarditas, quando calore ignis aër cubiculi incaleſcit, ideoque conducit ignem removere: formatur vitrum primò in catino ſmiride ſatis craſſâ per lintei Cameracenſis ſpeciem cribratâ, quæ *kamerijksdoek* appellatur, ſed Manubrio prius æquata? Tum obſervandum ut vitrum, motu ſuo ſupra margines catini ſatis alte aſſurgat inter lævigandum, quia hoc modo minus mutatur figura catini vel & reſtituitur amiſſa, quæ aliter ſemper magis magiſque cavatur. In formando ilicô vitrum incipiet cohærere, ſimul ac ſmiris valde attenuatur, tum alia ſumenda, ut poſſimus pergere; aliter cohæſio hæc, meâ ſententiâ, non nocet. Vitro utimur impuro, in quâlibet materiæ variatione, quo ut præcurſore lævigatur ſmiris, ſi forte grana craſſiora adſint excitatura ſulcos; formato vitro (quod cognoſcitur, ſi obliquê inſpicienti vitrum luci oppoſitum, æqualiter ubiquê læve apparet) catinus cote cæruleâ iterum & aquâ reddendus eſt purus, quod ſpatio minori quam ½ horæ peractum erit, ut iterum æqualiter refulgeat obliquè ad lucem inſpicienti.

Tum capito ſmiridis 40 ſecundorum quantum digitabulum ſemiplenum continet, & cum eâ poliatur ſpatio ¼ horæ. Dein ¼ horæ cum ſmiride 100 ſecundorum æquali quantitate; poſteâ cum ſmiride 200 ſecundorum per horæ ¼, tandem cum ſmiride 400 ſecundorum per 1½ horæ, ſumendo hujus poſtremæ ſmiridis copiam minorem, ita ut quantitas fabæ Turcicæ æqualis ſufficiat vitro, cujus diameter 5 pollicum, demendo præterea pedetentim aliquid de materiâ ſmiridis, ita enim

nim vitrum admodum læve & ſubtile redditur. Hic autem modus, qui quolibet quadrante horæ ſubtiliorem addit ſmiridem inventus eſt non conducere, quia ſuperficies magnorum vitrorum in poliendo diverſos exhibebat ſulcos per ſmiridem inſculptos: optimum itaque eſt primâ cum ſmiride 40 aut 100 ſecundorum in lævigando pergere ad finem uſque, demendo tamen quâlibet ſemihorâ aut quadrante aliquantum pulveris, ita ut ultimâ ſemihorâ parum reſtet, quo ipſo vitrum ſubtiliſſimum redditur. Forte mutatio pulveris rectius ſuccederet, ſi pauló plus adhiberetur de ſingulis, & plus de ultimô fuiſſet deterſum pulvere. Nonnunquam uſi ſumus ſmiride 50 ſecundorum per $\frac{3}{4}$ horæ, & dein per $\frac{3}{4}$ horæ ſmiride 400 ſecundorum & poſtera adhuc $\frac{3}{4}$ horæ ſmiride 45 minutorum.

Hoc autem tempore abſoluto lux candelæ bene deſcripta per vitrum apparebit, vel & rhombi feneſtræ de die utcunque diſcerni poterunt, quod notat vitrum ſatis evaſiſſe læve, ut ultimæ polituræ adhibeatur. Sed hàc claritate abſente ſcimus nimium fuiſſe adhibitum ſmiridis, & continuandum in poliendo, & demendo pulvere. Aqua putealis maxime huic polituræ confert. In magnis vaſis gyrus manus fere eſt $2\frac{1}{2}$ pollicum, & curandum ut vitrum circiter unum digitum ſupra centrum catini moveatur, & ſupra marginem ejus non minus, quam latitudinem ſtraminis, ſed major tranſgreſſus non officit, ſi catinus ratione vitri parvus eſt, ſic enim figura catini conſervatur. Veluti in vitris noſtris 200 pedum, quorum diameter eſt $8\frac{1}{4}$ pollicum, ut in catino 15 pollicum formentur, tantum unum digitum tranſcendimus ſupra centrum catini & circiter $3\frac{1}{4}$ pollices ſupra margines: dum id obſervabatur vitrum reddebatur idoneum, ſed dum modo ſtramen tranſverſum adſcende-

bat

bat ſupra marginem & longius ſupra centrum, non poterat reduci ad nitorem circa margines dum perpoliretur, manifeſto indicio eo opere figuram catini perire: & putem ad figuram catini conſervandam in omni vitrorum magnitudine conducere multum tranſgredi margines dum poliuntur. Sentiendum eſt vitrum ſemper adigi ad catinum, neque nimis facile in eo moveri, quod ſi fiat medebimur gyros minuendo. Manus tantum baculum ſuſtineat, non premat, idque uſque ad finem, nimiâ enim preſſione ſulci imprimuntur vitro. Nimia ſiccitas, vel humiditas vitanda inter poliendum, ſed cavendum ne catinus alicubi ſicceſcat. Clepſydrâ ½ horæ tempus menſuratur polituræ, & uniuſcujuſque ſemihoræ lapſus creta notatur.

De perpoliendis Vitris.

Vitro formato & utcumque polito, catinus cote cæruleâ denuô lævigandus, quod citô fit. Solebam id facere adhuc ſemel cum vitrum ſemipolitum erat, cum adhuc 5 vel 6 horas ei operi impendebam, cultro demens pulverem de catino, & dein iterum imponens: ſed poſtquam tantum impendo 2½ horas, hoc labore opus non eſt. Sed & jam vitrum melius accommodatur catino dum politur ope baculi, hincque figuram ejus minus deſtruit. Dein lamina cuprea tollitur de vitro,. ut iterum ſequenti hocce modo aliter agglutinetur: Ex tegulâ, quâ ædes teguntur, craſſiſſimâ, vel potius ex lapide cæſo cæruleo fiat diſcus, qui ſupra laminam ferream lævigetur, cujuſque diameter aliquantulum minor ſit diametro vitri: Ad hunc diſcum, ut ſupra cæmento ex Colophoniæ part. 11. Ceræ part. 1. æqualis agglutinetur diſcus ex panno craſſo. Cæmentum ſupra te-

tegulam vel lapidem calefactum extendatur æquabiliter & tenui admodum altitudine. Eâdem cautelâ extendendum eſt, cæmentum ſupra vitrum calefactum, ut omnis ſcabrities, duritieſque evitetur. Hinc etiam confert ad ſingulas agglutinationes ſumere recentem diſcum ex panno, quia cæmentum prius agglutinatum vix exactè iterum abradi poteſt. Ambo hi diſci foramen habent rotundum in medio diametro pollicis, in quo foramine cavitas recipitur rotundæ laminæ ferreæ, cujus margo tegulâ ſuſtinetur, & cæmento præſcripto affigitur. Hæc cavitas figurâ eſt conicâ angulum faciente 80 aut 90 graduum. Oportet in fundo ejus ſtylo ferreo rotundo, cujus apex planus, cavitatem in eo efficere percuſſione, ut ſtylus inſtrumenti politorii, qui eâ cavitate recipi debet, minus exorbitet verſus ſuperiora. Cavendum accuratè ne infima pars hujus lamellæ vitrum attingat, quod inferius diſco panneo agglutinatur. Cæterum, hoc evitato, quo propius, eo melius.

Vide Fig. 5.

Ut vitrum agglutinetur, ſuperinducatur ei calefacto aliquid cæmenti præſcripti, idque linteolo æqualiter ei ſuperextendatur ſatis densè; præterquam in medio; ubi ſpatium denarii cæmento vacuum reſtet, idque fumo candelæ obfuſcetur lentè & per vices, ne ſemel & uno impetu calefactum diſſiliat vitrum; hac obfuſcatione fit, ut in poliendo ſciri poſſit an vitrum purum ſit ab omni colore cineritio, dum reflexio candelæ in parte ab hâc averſâ obſervatur: nam beneficio hujus fundi denigrati acutè cernitur an quidpiam opacitatis cineritiæ ſuperſit: ad circulum panni extremum cæmentum adponendum non eſt, quin ſi adſit ex eo calefacto abradendum erit, ſed hic vitro eſt agglutinandus tam exactè in medio quam acies oculi diſtinguere valet, ſicque ſimul ſponte frigeſcant:

geſcant: tum lamella ferrea in debito ponenda ſitu ope vitri circularis, ut cavitatis inferior pars præciſè in medio marginis inferioris vitri locetur: quem in finem neceſſe eſt, lamellam poſſe paululum huc illuc moveri, quod fit calore impoſitæ parvulæ prunæ. Vitrum agglutinatum 40 aut 50 ductibus manu agatur ſupra linteum expanſum ſupra catinum in quo tripoli tritum hæret, cavendo ne quid adſit, quod vitrum poſſit lædere radendo. Hoc tritu aſperitas vitri maximè circa marginem tollitur, quæ aliter fundum, in quo perpoliri debet vitrum, nimis conſumeret. Ut verò inſtruatur fundus hic ad perpoliendum, ſumendum eſt parum pulveris compoſiti ex part. 4. Tripoli & part. 1. vitrioli Cyprii; pro vitro 5 pollicum diametri, 6 vel 8 grana ſufficiunt aut quantitas æqualis duobus piſis majoribus. Hæc maſſa 8 vel 10 guttis aceti conteritur in catino per porphyritidem, & ilico attenuatur: tum penicillo craſſiori pictorum ducitur æqualiter ſupra catinum (vel ſaltem longe latius quam extenditur area in quâ decurrit vitrum poliendum) extendendo primum ductibus parallelis verſus unam partem, dein tranſverſim ad ductus priores, idque pluries ut fundus æqualiter ſtratus ſit: qui licet tenuis eſſe debeat, non tamen nimium attenuandus eſt, nam aliter inter poliendum nimis conſumitur, & ſulci oriuntur in ære nudato, adeô ut tum aliquando recens fundus ſternendus ſit: ideo confert ut fundus primô ſternatur craſſior, quia tandem ſemper ſatis attenuatur, ut vitro debita catini figura imprimatur. Vide Fig. 6.

Ita depictus fundus ſiccatur porro ei impoſita ſartagine plana oblonga ex ferro, prunis referta, cujus longitudo circiter 10 digitorum aut pedis, latitudo ſex pollicum, cum margine ambiente & obliquè aſſurgente, in- Vide Fig. 7.

ſtructaque ſit quatuor parvis globulis quibus infra inſiſtat, & manubrio, ut figura indicat. Sublatâ ſartagine ſi fundus apparet infra eam ſiccari, porrò ſeponi poteſt, dum reliquum humidi ſponte ſuâ exhalet, ne catinus nimis calefactus longiori tempore ad refrigerationem indigeat. Catino planè refrigerato politio inchoanda areâ prius ductibus parallelis tripoli inſtratâ, & pulvere non cohærente per flatum inde ſublato. Terra hæc tripolitana prius cum aquâ in pollinem tenuem læviganda ſupra porphyritidem, dein denuò redigenda in maſſam, & ſiccanda; aliter ſemper in ea ſupererunt fruſtula vel arenulæ aſperæ vitrum radentes. Vitrum depuratur ab omni cæmento & pinguedine, abſtergendo illud cum linteo tripoli & aquâ tincto, aut pauculo tripoli, cui vitriolum commiſtum eſt. Requiritur enim quam maximè ut vitrum purum & ab omni omninô pinguedine depuratum ſit, ut inter poliendum Tripoli eo melius in illud agat.

Priuſquam vitrum cavo catini admoveatur, conducit aliud, nullius aliter uſus, adeſſe vitrum, cujus figura illi catini reſpondeat circiter, quod moveatur in catini areâ circumquaque, ut deprehendi poſſit, an arenulæ aut moleculæ duræ ſint in catino, eæque deprehenſæ conterantur in pollinem, aut tollantur. Deinde vitrum genuinum & præparatum inducitur in aream, quod primô leni manus ductu agitur huc illuc, dein iterum eximitur, & reſpicitur ad ſtrias ex polline Tripoli adhærente vitro adnatas, an ubique æquali contactu catino applicatum fuerit. Si non, ſignum eſt catinum, aut vitrum nimis calidum eſſe; ideô exſpectetur parum; dein eodem modo iterum exploretur idem, donec advertitur tripoli recto ductu ubique toti vitro æqualiter adhærere; aliter certô perderetur figura vitri.

Si

Si catinus nimis calet, vitrum in medio magis attingit catinum quam ad margines, quia calore ſuperior ſuperficies catini extenſa, adeoque minus cava redditur. Si verò vitrum nimis calidum catino applicetur frigido, magis tanget catinum circa margines quam in medio, quia ſuperficies inferior frigore ſe contrahit, non autem ſuperior. Si opus politionis ſolâ manu tentaretur multi eſſet laboris, imò in vitris 5, 6, aut plurium pedum res perfici non poſſet. Ideò machinam excogitavimus & revocavimus in uſum, qua vitrum, quantum requiritur, ad catinum prematur, ſicque hâc in parte levetur labor. Hæc machina conſtat primo aſſerculo Vide Fig. 8. cc paulo longiori quam latitudo catini A, craſſities vero quadrata ſit 1½ pollicis, duo verò extrema ſeu manubria inflexa ſint verſus inferiora, & dein iterum deducta ad parallelum longitudini aſſerculi ſitum. In medio hujus aſſerculi ſtylus infigitur ferreus, cujus apex deſcendit eo uſque ex aſſerculo, donec reſpondeat exactè infimæ parti manubriorum deſcriptorum: ſtylus hic premit in foveolam ferream, quam diximus tegulæ affixam, cui vitrum B, diſco ex panno intermedio, infernè affixum eſt. Utque preſſio ſatis ſit fortis, arcus ſit ex aſſere ligni abiegni, cujus craſſities ſit ½ pollicis, longitudo 5 pedum, latitudo in medio 7 pollicum quæ utrimque fere in acumen deſinat, ut hic in DD. hic arcus in medio ſui alligatur pavimento ope unci ferrei & ad funem FIF tenſum ad arcum alius funis nectitur duobus in locis, quorum diſtantia II æqualis eſt longitudini baculi CC; hic funis ultimus ducitur ſupra manubria adſcendens ſuper totum baculum, & intenditur una cum arcu pro lubitu ope ſtyli G, circa quem funis ex C veniens circumglomeratur, quique ligno inſeritur cui funis ex I protractus infernè alligatur. Catinus ille A impoſitus eſt

aſſeri ſatis valido quadrato, qui unâ parte ſui menſæ adnectitur firmus, alterâ verò innititur baculo P. Tum capiens manubria aſſeris CC, ſedens artifex vitrum tardis modice ductibus huc illuc trahit ſupra catinum A, vitrum poſt vigeſimum aut vigeſimum quintum ductum parum circumtorquens; qui labor continuandus erat 2 aut 3 horis antequam eſſet lævigatum perfectè, eratque moleſtus valde quia vitrum ſic preſſum tardiſſimè in catino moveri poteſt.

Loco arcus DD poſtea excogitavi elaterem factum ex duobus aſſeribus abiegnis junctis $\alpha\beta$ & $\alpha\gamma$ ſuprà planum inclinatum ligneum α per clavos probè affixis. Hi aſſeres ambo æquè longi ſunt ac menſa politoria, cui ſupponuntur juxta longitudinem: unde nullum ex iis impedimentum, ut ex arcu DD, qui utrimque longè eminebat; ad extremum α aſſeres 8 aut 10 pollices lati, & modice Craſſi ſunt, ad β & γ fere deſinunt in acumen: $\alpha\gamma$ in pavimento jacente tenditur finis β aſſeris $\alpha\beta$ verſus inferiora ope funis $\beta\varepsilon\zeta$ qui per trochleam ε, quæ ope cochleæ pavimento nectitur, ducitur, & deinde circa ſtylum ζ, qui etiam pavimento firmiter infixus eſt, circumvolvitur & firmatur: ſub fine γ aſſeris $\alpha\gamma$ per funem nectitur lignum tranſverſum $\delta\delta$, cujus extremitatibus annectuntur funes δCCG & δG, quorum prior tranſit per extremitates & ſupra lignum politorium CC. Lignum $\delta\delta$ parum modo attollitur de pavimento; unde funes δC longi manent & lignum politorium laxitatem adquirit, ut huc illucve moveri queat. Clavis duobus θ elater pavimento affigitur, ſed hi clavi non ſunt adacti uſque ad capitula ſua, quia elater in α parum aſſurgere poſſe debet, dum funis $\beta\varepsilon\zeta$ tenditur.

Vide Fig. 9.

Ut verò vitrum facilius huc & illuc in catino poſſit

ſit moveri, machinæ deſcriptæ aliam adjunximus.

M. robuſtam ex ligno vel ferro manum deſignat, quæ quadrato foramine infernè excavatur, ita ut baculum cc laxè, ſine conſtrictione amplecti poſſit: huic cauda adeſt, per quam annectitur aſſerculo ll ope cunei, qui per orbem ferreum, vel annulum aſſerculo affixum transmittitur: hujus aſſerculi inferior ſuperficies roſtro anteriori ipſius m æqualis eſt quoad eminentiam: aſſerculus hic habet latitudinem pollicum $2\frac{1}{2}$, Craſſitiem pollicis $\frac{1}{2}$, longitudinem verò ſeſquialteram diametri catini, moveri poteſt huc, illuc ſupra caudicem firmatam ſuper abacum o, & tam altam, ut aſſerculus altitudine pollicis ſupra ſuperficiem catini emineat: hamuli lignei π & pinnæ Σ impediunt ne à viâ rectâ declinet, neque ad poſteriora ſubſiliat: porrò ſupra medium caudicis h axis ferreus fortis ponitur, intra duos annulos verſatilis, qui in medio habet ligneum cylindrum, qui craſſitiem habeat pollicis unius cum dimidio circiter, cum ſtylo ferreo tranſverſim adacto firmiſſimè ei annexum: per duo foramina terebrata in hoc cylindrulo & ad unam partem latè excavata, aguntur funiculi robuſti, nodis præditi, qui foramina obturantes non tamen emineant ſupra cylindrulum; tum quiſque horum aliquot gyris circumvolutus cylindrulo, & unâ extremitate alligatâ ad ſtylum brevem qui infigitur firmiter aſſerculo ll; alterâ circumvolutâ circa bacillum n, cujus ope funis hic pro lubitu tendi poſſit. Dein ad extrema axis dicti ferreus adeſt vectis q pollices 5 longus, cum manubrio ligneo, quo jam huc, jam contrario gyro rotatus aſſerculus ll vi huc illuc trahitur; ſimulque vitrum b, ita ut utrimque ferè tertiâ parte ſupra margines aſſurgat, dum per baculum cc & laterem dd, ut dictum, ad catinum premitur. Aculeus qui

qui vitrum premit oblique parum inclinatur, quia baculus CC quodammodo laxus hæret in manu M, quo opus eſt ut vitrum agatur ſupra catinum ſine tremore. Hæc tamen inclinatio ſtyli parva admodum ſit, oportet; quæ ſi nimia, poteſt craſſities baculi CC in medio attolli, quo profundius a manu M excipiatur: inſiguntur duo aculei ferrei inferne in aſſerculum LL, qui utrimque ad caudicem H appulſi impediunt, ne ulterius protrahatur, quam vitrum in catino requirit. Catinus, vel potius lapis cui agglutinatur; premitur intra caudicem H & ſtylum qui ab aliâ parte aſſeri infigitur ope cunei ligneí qui inter hæc adigitur; inſidet ſcabello rotundo hoc opus perfecturus Artifex, unoque brachiorum laſſato ad tornandum altero utitur; quia verò opus non eſt alio corporis motu, hic poliendi modus longè minus laſſat, quam ille, quo baculus CC brachiis huc illuc agendus erat. Poſtea hunc vectem longiorem fabricandum curavi & verſatilem ad duo extrema, ut ita duabus manibus ſimul verſari poſſet.

Ut vitrum poſt ſingulos 20 aut 24 ductus paululum circumvertatur ſupra catinum, quod neceſſarium, trahatur vitrum, unâ manu apprehenſâ tegulæ circumferentiâ exteriori, dum alterâ pergitur in motu præſcripto, quod ſine multo labore peragi poteſt.

Quin & catinus poſt 25 aut 50 ductus ſemper parum ex priori ſitu removendus eſt, tantum latitudine dimidii ſtraminis eum retrahendo ad eam areæ partem, ubi vitrum non eſt; & poſt 25 aut 50 deinde ductus rurſum in plagam oppoſitam reducendo. Initio politionis tripolis in areâ aliquot in locis, congeſta in parvulas maculas, hæret, ſed hæ poſtea tolluntur & area planè redditur ejuſdem lævitatis ubique.

Dum advertitur tripolin vitro non ſatis adhærere, quia

quia non æqualiter ubique cernitur ſtriis rectis & tenuibus, ſartago (Fig. 7.) cum igne ſupra aream rurſum ponenda, donec ſentiatur area tantillulum minus frigere aliis partibus catini, tum rurſus tripolis ſupra catinum fricari debet, & vitrum manu ſupra eam duci, ut exploretur, an æqualiter tangat, & dein porrò pergendum in poliundo. Verum poſtquam vitriolum loco æruginis ſumſi, quæcunque de calefaciundo catino dicta omitti poſſunt, quia factæ areæ ſemper ritè tangunt vitrum, magiſque arctè adhærent quam antea. Perfricatur quoque catinus tripoli ſupra areas ſine calefactione catini, ut area eo melius ſervetur integra, utque vitrum melius tangat, quod ſemper poſt 200 aut 400 ductus repeti poteſt.

Item poſt 200 ductus vitrum tolli poteſt, laxando paululum cuneum, qui manum M aſſerculo nectit, tollendoque baculum C C de vitro; tum ſupra vitrum agitur digitus, aut linteolum purum vel particula corii, & exploratur quantum profectum ſit.

Ad evitandam numerandi moleſtiam, rota lignea Y diametro 7 aut 8 pollicum, facile circa axin verſatilis, plana affigitur aſſeri, qui firmatus ad parietem eſt: hæc rota habeat 24 dentes ſerratim inciſos. Hi dentes propelluntur filo cupreo SX, quod ope orbiculi nectitur elateri ex filo cupreo R S T, quod in R aſſeri per clavum affigitur. Elater hic trahitur funiculo, qui ab T per orbiculum V tranſit, indeque porrò ad extremitatem aſſerculi L L, cui adnectitur. Eo rota Y ſingulis duobus ductibus uno dente propellitur, & quâ vice alterutra pinnarum Z vel Δ, quæ ei infixæ, appellunt ad filum cupreum Γ Z, iterumque dimittunt, ſonat tintinnabulum Γ filo cupreo annexum, unde monemur 24 ductus abſolutos eſſe, vitrumque parum invertendum.

Præterea affigi poteſt caudici H index ductuum (præditus tribus quatuorve indicibus progreſſu decimali) juxta aſſerculum L L , ejuſque funiculus ad extremitatem aſſerculi alligari ; quâ ratione ſine labore numerationis vel annotationis ſciri poteſt quot ductibus politio peracta ſit.

Vitrum 5 aut 6 pollicum in diametro requirit circiter 3000 ductus ab utrâque ſuperficie ut probè purum fiat.

Videndum accuratê eſt an in medio vitri, ubi ab aliâ parte obfuſcatum eſt, nulla appareat opacitas, vel color cineritius, vel maculæ parvæ ad reflexionem luminis candelæ aut lucis ; aliæ enim partes Vitri longê citius puræ apparent.

Poſtquam ſatis expolitum vitrum erit, ut de corio & tegulâ tollatur, ſuprâ vas prunis inſtructum calefiat, donec eouſque molleſcat cæmentum, ut vitrum verſus latera impulſum amoveri queat.

Quidquid tum vitro adhuc adhæret, linteolo calido abſtergitur, dein alio linteolo Oleo vel ſebo candelæ imbuto, ultimô denique purioribus linteolis.

Si vitrum deprehenditur haud ſatis expolitum (in eo etenim fallimur ſæpius) ulterius expoliri poterit, denuô agglutinando ut prius, abſtergendo quam puriſſimê, idemque ſubaſperum reddendo, ut ante dictum eſt. Quin etiam novus in hanc rem fundus catino imponi poteſt, ſi prior ablutus vel inidoneus fuerit, eâ lege tamen, ne interim aliud in catino vitrum expolitum fuerit.

Ad tollendos lotione hos fundos parum aceti catino infundendum erit.

Denique eligatur ſemper vitrum, quantum haberi poteſt, craſſiſſimum & maximè pellucidum, quo evitentur plurimæ difficultates ex inæquali preſſione inter poliundum oriundæ.

FINIS.

De Formandis Vitris. TAB. I.

Fig. 1.



Fig. 2.



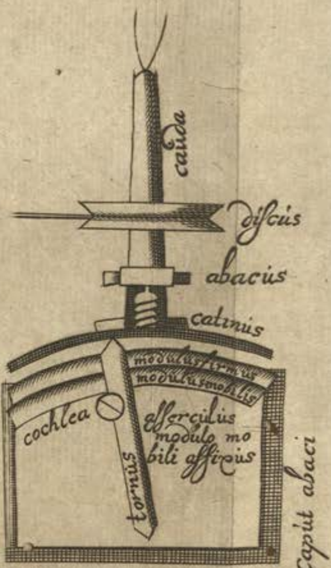


Fig. 3.

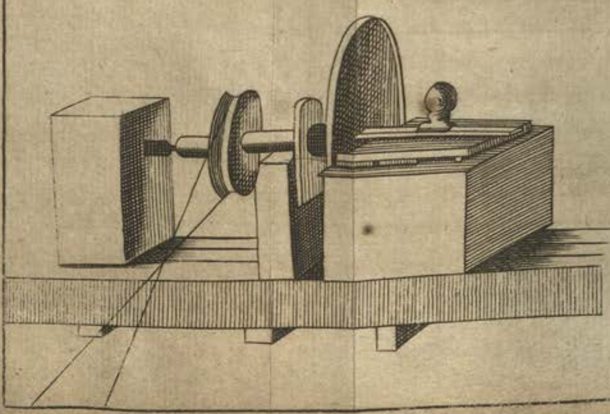
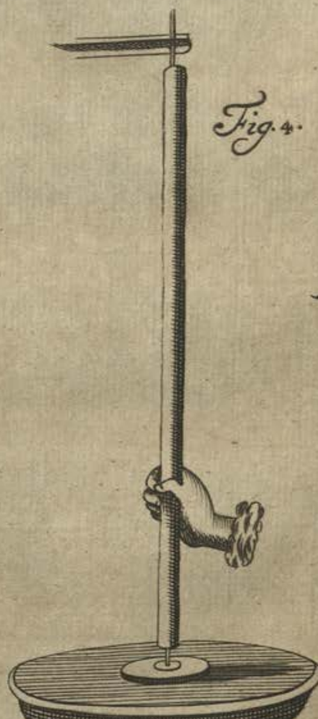
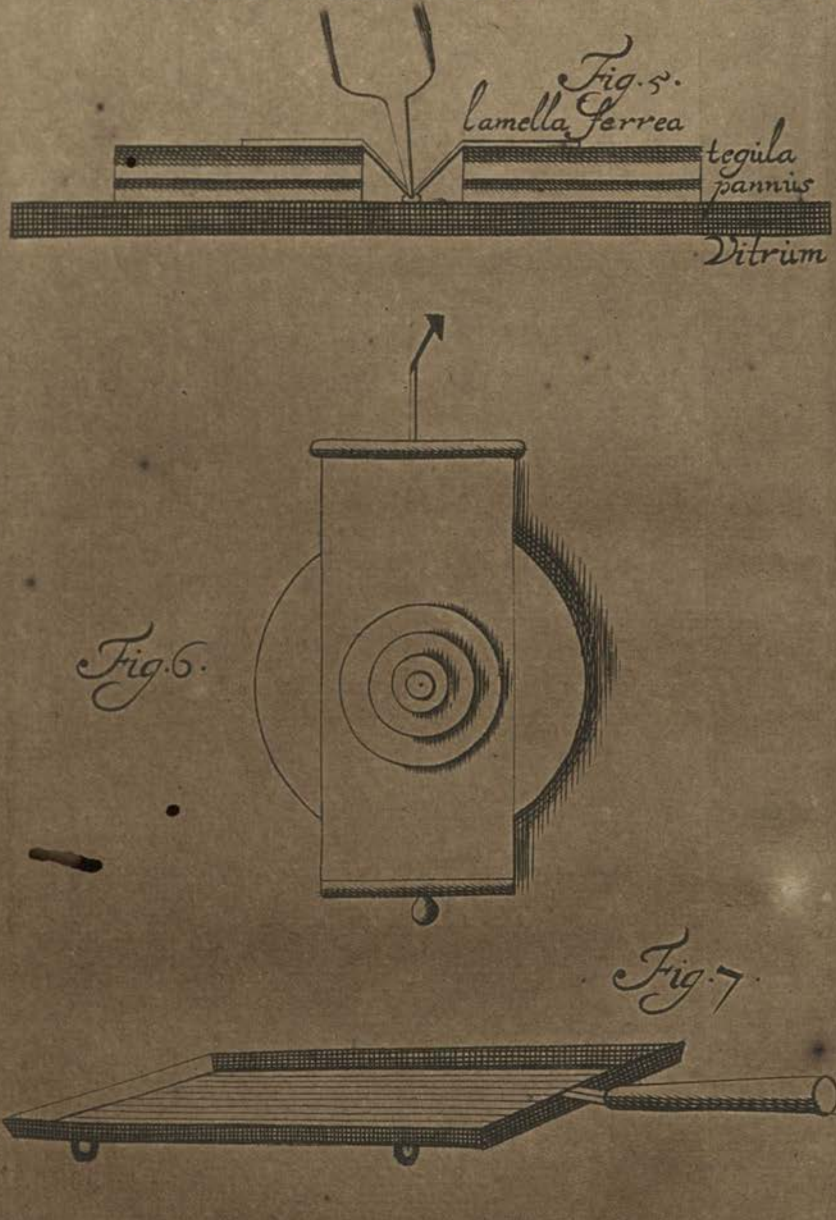


Fig. 4.

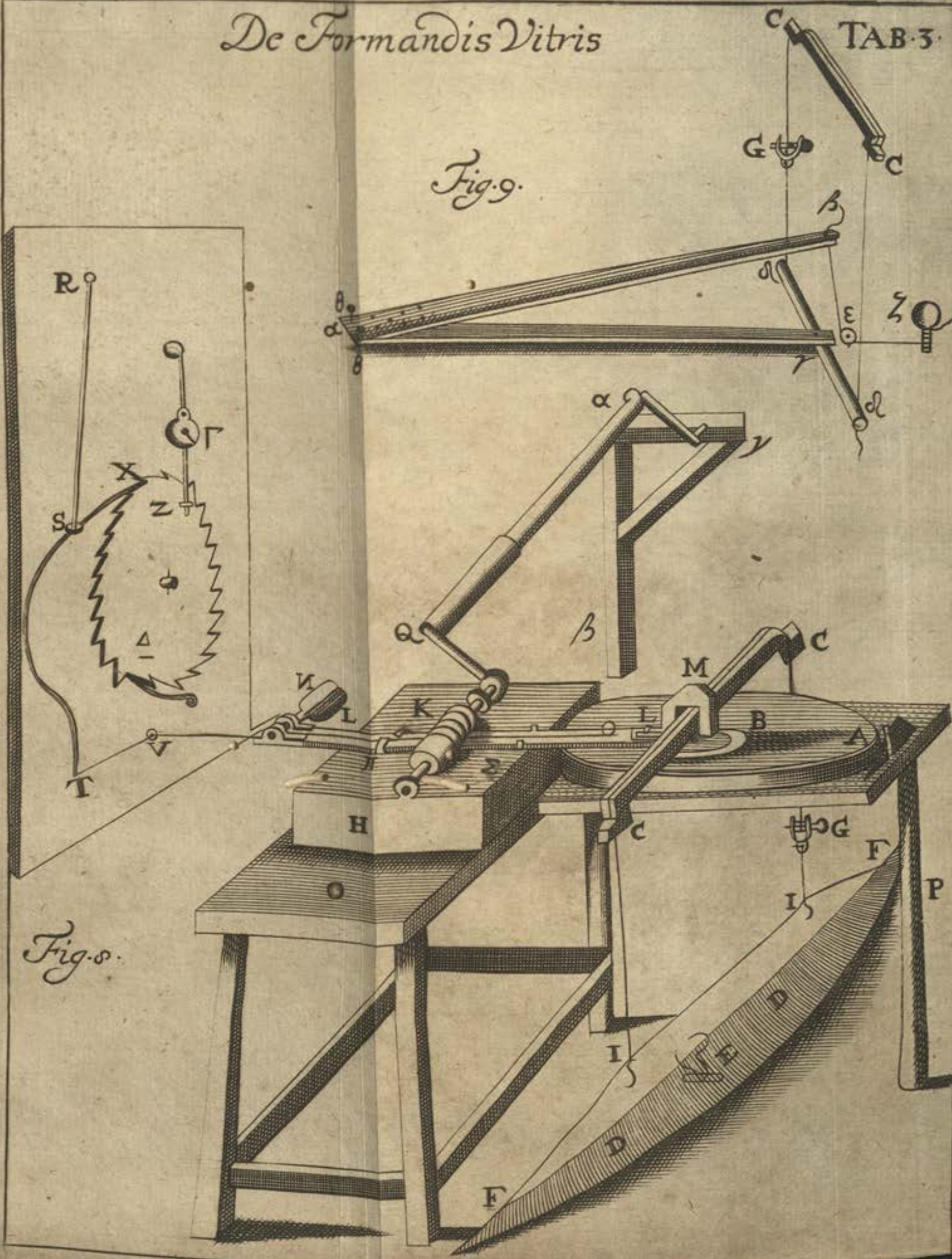


De Formandis Vitris TAB. 2.



De Formandis Vitris

TAB·3.



CHRISTIANI HUGENII
DISSERTATIO
DE
CORONIS
ET
PARHELIIS.

CHRISTIANI HUGENII DISSERTATIO DE CORONIS ET PARHELIIS.

Quanquam Coronarum & Parheliorum, quas hic adducemus, cauſæ non multum a ſe invicem differunt, prius tamen de iis, quæ ſunt coronarum, agam; tum quia hæ explicatu faciliores ſunt, tum quia harum cauſis cognitis; illæ Parheliorum facilius intelligi queunt. Sunt autem coronæ circuli rotundi, qui interdiu circa ſolem, noctu verò circa lunam nonnunquam apparent, modo albi, modo, quando lucidiores ſunt, inſtar Iridis, variis inſigniti coloribus; Harum diameter, ut plurimum eſt 45 gr. circiter, ſed aliquando majores obſervantur diametro 90 gr. aut plurium. Fertur quoque plures tales coronas apparuiſſe ſimul, quæ ſolem omnes in centro haberent. Hujuſmodi coronas 45 circiter gr. ſæpe obſervavi, ſed prima vice maximè expreſſam, in qua ea, quæ maxime notatu erant digna annotabam, antequam horum phænomenum cauſas inveſtigare tentaſſem; obſervavi itaque hunc circulum variis coloribus ſed Iride dilutioribus diſtinctum, ambitu interiore colorem rubrum, exteriore verò, qui ad alborem multum accedebat, cæruleum referente; prætærea ſpatium intra circuli ambitum concluſum (quod fortè ideo *areæ* nomen meruit) obſcurius videri cælo circulum ambiente, quod quaquaverſum ſerenum ferme apparebat, &

tantum tenuibus pellucidis albicantibuſque nubeculis obductum. Diametrum tandem coronæ graduum circiter 45 deprehendi, etiamſi illam craſſiori ratione menſurarem, bacillo nempe uſus quem tantum extendebam quantum brachio poteram, deinde obſervabam quænam pars hujus diametrum areæ tegebat, unde poſteà angulum quam proxime calculo determinare poteram. Diem adſcriptum habet hæc obſervatio 30 Martii anni 1652. Recordor me poſt hanc obſervationem inſpexiſſe ea quæ *Carteſius* de cauſis coronarum ſcripſit; ſcilicet illas per refractionem radiorum ſolarium in planis ſtellulis ex glacie pellucida compoſitis generari; quod mihi non probabatur, quia inde ſequitur, uti & ipſe dicit, ſpatium intrà coronam comprehenſum, lucidius appariturum reliquo aëre extra coronam, cujus contrarium expertus ſum.

§. 2. Exiſtimavi ergo, aliam hujus phænomeni cauſam inquirendam eſſe, etiamſi idem *Carteſius* aſſerat *non aliam cauſam in nubibus inveniri poſſe, quæ tale quid quam efficiat.* Examinavi omnes reflexiones & refractiones quas ſolis radii in aquæ guttulis pati queunt, ſed nihil inveni unde circulus talis magnitudinis fieri poſſet. Mihi dein ſumpſi, ut alias figuras ex guttis congelatis pro lubitu fingerem, ſed incaſſum; tam arduum ſiquidem eſt, imaginem ſibi fingere rei nunquam viſæ: ſed cum poſt 6 annos iiſdem meditationibus incumberem, occaſione 5 Solium, qui Varſaviæ Ann. 1658. apparuerunt, & diligentius attenderem ad formam coronæ quam ſuprà deſcripſimus, vera tandem mihi earum incidit cauſa; & paulò poſt etiam illa parheliorum, quorum undique obſervationes inceperam colligere; non enim vereor veras eas dicere, quæ ita cum obſervatis conveniunt, ut operam mihi perditurus

rus

rus videar, ſi quas alias requiſivero. Cum igitur perpenderem neceſſario quaſdam particulas in nubibus hinc inde volitantes materiam his Meteoris ſuppeditare; quod ſatis ſuperque liquebat, ex eo quod nubibus disjectis corona tamen eidem inhæreret loco; cumque obſcuritas cæli intrà coronæ ambitum comprehenſi argumento eſſet particulas ibi poſitas, non ita commode ſolis radios tranſmittere, quam ubi extra illum angulum avolarint; ſubito in mentem venit, coronam fieri poſſe, ſi ſingulæ harum particularum, grana quædam rotunda eſſent ex glacie vel aqua pellucida exterius, ſed quæ intus continerent nucleum minus pellucidum: facilè enim percipiebam, ſi magna quantitas talium particularum eodem prorſus modo efformatarum, inter nos & ſolem volitarent, illas, quæ intra certum angulum a ſole diſtabant, nullos ejus radios ad oculum tranſmiſſuras, ſecus ac aliæ extrà hunc angulum collocatæ, ſicut ſtatim demonſtrabitur. Tales vero grandinis guttas in nubibus reipſa reperiri, non tantum veriſimile eſt, ſed planè certum; cum, ut *Carteſius* in *Meteoris* teſtatur, illæ aliquando in terram deciderint; namque ibi de generatione harum particularum locutus; *Hinc fit*, inquit, *ut cum exterior ſuperficies cujuslibet grani ex glacie continua, & pellucida conſtare conſueverit, in ejus centro nonnihil nivis ſæpe reperiatur, quod hæc grana frangentibus ſeſe offert.* Nec mirum cuiquam videri poteſt nivis granula in aquæ medio hærere, ſi conſideret, integras guttas ab halitibus furſum aſcendentibus ſuſtineri, adeoque nec aquam conatum ad deſcendendum & a granulis in medio conſtitutis recedendum habere; nullam quoque cauſam eſſe, cur nuclei æquilibres aquæ a centro guttarum verſus ſuperiora, vel inferiora recedant. Atque hæc ſal-

ſaltem ita ſe habere, grana illa glaciata in terram delata clare demonſtrant: verum integræ guttæ ut ab halitibus in aëre ſuſtineri queant, meo judicio, parvulæ ut ſint neceſſe eſt, ſemini forſitan aut æquales aut minores raporum. Quæ exiguitas nequaquam tamen obſtat, quo minus perfecta ſit figura, & proportio inter totius guttæ molem, & illam nuclei in medio, quam proportionem inveſtigabo; poſtquam ergo vidimus talia corpuſcula mixta in aëre generari, demonſtrandum porro quomodo omnia coronarum phænomena ab his producantur.

§. 3. Quod quo melius intelligatur, harum guttarum unam, majori forma oculis ſubjiciemus, ut radiorum ſolis refractionem in ea oſtendere poſſimus; ſit ergo gutta ABCD cum granulo nivis in medio EF; ſupponamuſque ſolis radios in illam incidere a parte GH, notum eſt, illos primo in ſuperficie AD, refringi, ita ut verſus interiora vergant, unde neceſſario accidit ut magna eorum pars in nivis nucleum EF, impingat; ſed
Vide ſint radii GA, & HD quorum refracti AB, & DC tan-
Fig. 1. & 2. gunt nucleum EF; hi ergo in B, & in C rurſus refringuntur, & concurrunt ſe mutuo decuſſando in K; quod punctum paulo minus ſemidiametro guttæ ABCD, ab eadem diſtat, ſicuti *Prop.* XIII. *Dioptrices* demonſtratum eſt: ſi ergo, BK, & CK, uſque ad M, & L producantur, ſequitur nullum lumen a ſole per ſphærulam ABCD, ad oculum perventurum, ubicunque intrà angulum, vel potius conum LKM conſtituatur, quia omnes radii qui nucleum EF, præterlabuntur, ſe invicem ad majorem angulum, & propius ad ſphærulam ABCD, decuſſant, ita ut extra conum LKM cadant, ſicuti in dioptricis demonſtratur. Sed ſi oculus ubivis infrà guttam extrà hunc conum ut in O, & P, collocetur,

tur perveniunt eo ſolis radii, & efficiunt ut ejus ſplendorem in gutta cernamus. Idem quod in hac gutta accidit, etiam fit in aliis omnibus ejuſdem formæ; unaquæque ſcilicet poſt ſe habet umbroſum conum, intra quem quando oculus eſt poſitus, nullos plane ſolis radios per guttam tranſeuntes percipere poteſt, ſed ſimul ac extra illum eſt collocatus illico radii ad eum pertingunt: ponamus oculum poſitum eſſe in N, & fingamus conum cujus vertex ſit N, & latera NR, NQ, parallela K L, K M, lateribus coni L K M, certiſſimum eſt, nullam guttam nivis granulum concludentem ut A B C D, quæ intrà conum Q N R reperitur ſolis radios verſus oculum N dirigere poſſe; ſi enim ex quibuſdam harum guttarum ut S, duæ lineæ ducantur parallelæ ipſis K L, K M, ut S V, S T, quæ in hoc plano repræſentant latera coni umbroſi poſt guttam S, patet oculum in N, vel verticem coni Q N R incidere intra dictum conum V S T, & conſequenter nullos ſolis radios per guttam S tranſeuntes recipere; nec alia eſt ratio omnium guttarum quæ ſunt intra conum QNR, oculus enim N, intrà conum umbroſum cujuſcunque ex iſtis poſitus eſt, ut ex figura conſtat. Vide Fig. 2.

§. 4. Verum quamcunque guttam extrà conum Q N R ſitam, qualis eſt X, ſimul cum ejus cono Y X Z, conſideremus, perſpicuum eſt, oculum N, extrà conum illum poſitum eſſe, ideoque ſolis radios per guttam X, ad oculum perventuros, ita ut hæc gutta illuminata appariturа ſit, ut & omnes aliæ extrà conum Q N R, cum illæ, quæ intra illum ſunt, multò obſcuriores videri debeant, quod nullam ſolis imaginem habeant. Patet igitur ex his rotundam apparere debere aream circa ſolem obſcuram, quæ verò extra areæ ambitum ſunt, luminoſiora, & maximè quidem, quæ proximè eam

ambiunt, quia guttæ quæ proximæ cono QNR hærent maximam ſolis imaginem exhibent, quod facile demonſtrari poſſet. Patet etiam in qualibet altitudine ſolis, eadem prorſus ratione, coronam produci poſſe; ob ſphæricam nimirum cum guttarum totarum, tum nucleorum intus poſitorum figuram. Quod ſi vero quiſpiam experimento ſibi phænomenum hoc repræſentare voluerit, ſphæram cavam ex tenuiſſimo vitro confectam, & aqua repletam in cujus medio ſphærula opaca ſuſpenſa ſit, quod facile fieri poteſt, Soli exponat, experietur, ſe nullam ſolis imaginem in illa viſurum, niſi ſphæram removeat per aliquod ſpatium a linea, quæ ab oculo ad ſolem pertingit; imo ſimulac eo pervenerit, ubi ſolis lumen percipere poterit, animadvertet ibi ſolis imaginem lucidiſſimam eſſe, ſimulque colorem rubeum illic apparere, eadem prorſus de cauſa, ac in priſmate Cryſtallino, vel potius aqueo, ſi talem conficere poſſemus. Radius enim GA Exempl. gr. eandem patitur refractionem ingrediendo guttam in A, & exeundo in B, quam pateretur tranſeundo per priſma AΩB, cujus latera AΩ & BΩ guttam tangunt in A & B. Nucleus autem EF, qui lumen ab una parte terminat, multum etiam confert ad radios qui juxta illum tranſeunt ut AB coloribus tingendos: ſed nequaquam animus eſt mihi aggredi inquiſitionem cauſarum, quare hi colores in priſmatibus inveniantur; immò fateor me rationem eorum prorſus ignorare, nec facile quenquam iſtam perſpecturum arbitror, quamdiu naturalium rerum ſcientiæ major lux non affulſerit. Illud ſolummodo notari velim, colorem rubrum, qui in hac ſphæra apparet, etiam in guttulis jam memoratis, quæ proximè extrà conum QNR poſitæ ſunt, videri debere, qui in guttulis remotioribus minuens, a-
lios

lios etiam colores ſicuti in Iride producit: latitudinem autem coronæ judicamus æqualem ſpatio ad quod ſe colores hi extendunt, cum in eo maximè illuminatæ ſint guttæ, licet alioquin revera tantum ad interiorem ambitum verſus ſolem, non verò ad exteriorem terminetur. Quod eodem modo in Iride accidit, quæ itidem ſicuti ex explicatione Carteſii liquet, terminatur in parte ubi color ruber apparet, non vero ex altera. Hæ coronæ quoque circa lunam ſæpius obſervantur, eadem planè de cauſa, ac circa ſolem; verum ſæpenumero colores adeo ſunt debiles, ut albæ tantum appareant, quales haud raró ipſemet in iis circa ſolem animadverti, quando etiam vix obſcurior intrà circulum area ab reliqua clariore aëre diſcernitur: hoc autem accidit, quando minor eſt copia talium granorum, quo enim plura ſunt, eo coronæ vividioribus coloribus cernuntur, ſicuti ex obſervationibus liquet, ex quibus patet, quò area intrà coronam eſt obſcurior, hoc eſt, ubi maximè conferta granorum multitudo, coronam etiam eò vividius eſſe coloratam: ſed alia adhuc de cauſa ſpecioſiores colores & vividiores intrà coronam animadvertuntur, quando ſimul cum parheliis, & paraſelenis apparent, qua de re dicam ubi ad illas ventum erit.

§. 5. De diametro vero coronæ porrò nunc videamus, quam frequentiſſimè 45 gr. circiter eſſe dicebamus: hanc autem manifeſtum eſt pendere ex magnitudine nuclei opaci EF, quo enim major eſt, ad molem guttæ integræ AC, eo etiam major eſt ejus angulus BKC, cui æqualis eſt angulus coni QNR, qui coronæ diametrum determinat, ſicuti luculenter jam demonſtravimus. Præter radios enim HDCK, GABK, per guttam ABCD, tranſeuntes & nucleum opacum in E, & F, tangentes,

 du-

Vide Fig. 3. ducatur ex centro M recta linea MKO, tranſiens per punctum interſectionis radiorum K, & occurrens cum producta linea recta DC, in O: linea HD, & KC productæ intra guttam ſibi invicem occurrant in L; in Triangulo igitur DLC, anguli FDL, FCL ſunt æquales, quia radius HD, intrando guttam in D eadem prorſus refringitur ratione, ac egrediendo in C; angulo autem FDL æqualis eſt angulus DOK, quia HL, MO ſunt parallelæ; ergo in triangulo CKO æquales quoque erunt anguli KOC & KCO, hiſce verò duobus æquatur angulus CKM dimidius anguli CKB: cum autem angulus BKC, 45 graduum eſt, ejus dimidia pars MKC erit 22½ grad. & hujus dimidia KOC rurſus gr. 11, 15′. In triangulo itaque OMF, rectum angulum F habente, data eſt ratio laterum; ſumptaque OM, pro radio partium 100000, erit MF, ſinus gr. 11: 15′. partium 19509. & OF 98078. datur autem & ratio OM, ad OD, quæ eſt ea, quæ refractiones aquæ metitur, ut oſtenſum prop. VIII. Dioptricorum, nimirum 187, ad 250: cum ponatur ergo OM pro radio partium 100000, erit OD, 133690, a qua ſi auferatur OF, 98078 relinquitur FD 35612, ſed MF, erat 19509. Itaque cognita horum laterum proportione in triangulo rectangulo MFD, dabitur etiam utriuſvis ratio ad latus MD, idque invenietur partium 40605: debet itaque ſemidiameter guttæ MD, ad MF ſemidiametrum nuclei nivalis, ſe habere ut 40605, ad 19509, ſeu proximè ut 1000, ad 480, ut fiat diameter coronæ 45 grad. Eodem pacto ad conſtituendam coronam 90. grad. inveniemus rationem MD, ad MF eſſe debere ut 1000 ad 680. ut 1000 vero ad 473 ſi coronæ diameter ſit gr. 44.

§. 6. Circa generationem grandinis ſemiaqueæ conſiderandum eſt, fuiſſe primò ſphærulas nivis tenuiſſimæ,

quæ

quæ continuo per aërem motu rotundantur; & quarum pars exterior ſolis calore liqueſiat; coronas, quando apparent, aërem temperati frigoris caloriſve exigere, ut ſcilicet grana pedetentim atque tarde regelentur; & ſi frigus paululum increſcat non ulterius liqueſiant; ubi vero ad dimidium diametri, vel paulo amplius liquefactæ ſunt, conum radii reflexi intra guttam ſuo calore impedire, quominus illa denuo ulterius in glaciem conſtringantur, etiamſi majus frigus ſuperveniat. Hoc autem calore, qui maximus eſt circa apicem coni ſuprà memorati, nucleus qui ſupereſt nivalis rotundatur, eo quod gutta modo hanc, modo aliam ſui partem ſoli obvertat, vel potius quod calor coni ſeſe circa totam guttam diffundat. Quæ rotunda figura ad coronas producendas requiritur; veriſimile quidem eſt plurimas guttas magis vel minus liqueſieri, ſed quæ ſi nuclei interiores non rotundentur nullum ſimul effectum producere poſſunt. Et fortaſſe hoc ipſo calore, frigus eo magis in guttæ medio colligitur (ut illud multoties brumali tempeſtate accidere videmus,) & hac ratione obſtat ulteriori nuclei opaci diſſolutioni: minima enim in tali cœli temperie ab hoc vel illo latere reſiſtentia ſufficit ad conſervationem ſemiregelatarum guttarum. Suppono autem exteriorem harum ſphærularum partem aquoſam eſſe; quod veriſimilius apparet, cum ſic ſuperficies politior fiat, & magis idonea ad determinatas refractiones, quam fieri poſſe videtur ſi ea glaciata foret. Attamen fieri aliquando poteſt, ut grana hoc modo efformata, uti vidimus, denuò congelentur; quæ fortaſſe concreta aqua ſatis eſſe poſſit pellucida, & ſphærica ut coronam producat: præter hanc autem radiorum congregationem, quæ guttas ad dictam proportionem liquefacit, fit adhucdum alia con-

Vide Fig. 4.

 gre-

gregatio, qua nuclei nivales ſuperioribus ratione totius guttæ majores conſervantur, & rotundantur; quæ guttæ ſecundam producunt coronam, cujus diameter dupla eſt diametri prioris; qualem etiam nonnunquam obſervatam eſſe poſtmodum videbimus. Notandum porro hanc radiorum collectionem cauſam videri, quare plerumque coronæ talium diametrorum appareant: ſed nihilominus coronas quarumcunque diametrorum apparere poſſe, cum nihil obſtet quominus guttæ, in frigore hoc temperato tardiſſimê liquefiant & majore, vel minore earum parte diſſoluta, ſatis diu in eadem proportione permaneant, ut coronam ad aliquot horas, abſque ulla ſenſili mutatione, efficere queant: hinc etiam accidere poteſt, ut cum harum guttarum pars quædam, ad certam molis quantitatem & alia earum, quæ altius vel inferius diſperſæ ſunt, ad aliam, & adhuc dum aliæ partes diverſa cum reliquis proportione reſolutæ ſint; plures ſimul appareant coronæ, quarum diametri alia atque alia ſint amplitudine: ſicuti quidam memorant ſe ſex coronas continuo ordine parallelas vidiſſe, quorum omnium centrum erat ſol.

Snellius in libro de Cometa Anni 1618.

§. 7. Poſtquam huc uſque coronarum cauſas inveſtigavimus, nobis deinceps de parheliis, & paraſelenis eſt agendum; in quibus plura, & admiratione magis digna occurrunt, ſicuti facilè intelligi poteſt ſi figuræ infra delineatæ inſpiciantur: præter circulos enim admirabiles qui apparent, videre inſuper eſt non tantum duos parhelios ab utraque ſolis parte, qui ſoli ſuperioribus ſæculis annotati ſunt, ſed præterea duos, vel tres nonnunquam etiam 4 alios, ut in phænomeno Hevelii A. 1661. obſervato: mirum autem videri poteſt, unde acciderit, ut Ariſtoteles, & tot ſæculis poſt Cardanus ſcripſerint, nunquam plures quam duos parhelios ſimul

ſimul apparuiſſe; cum non ſit veriſimile illud quod intrà paucos annos ſæpius accidit, nempe 5, 6, vel 7. parhelios eodem apparuiſſe tempore, nunquam intra tot ſæcula fuiſſe viſum: ſed hujus rei cauſa eſſe poteſt, quod duo parhelii laterales, qui ſemper lucidiſſimi apparent, ſoli ab imperitis obſervatoribus annotati, & pro parheliis habiti fuerint; dum reliqui plerumque languidi apparent; ſed ab illis qui accuratius obſervationes inſtituerunt, illi omnes parhelii dicuntur, qui certum obtinent locum, etiamſi tam parum luminis habeant, ut ignari crederent eſſe nubeculas. Quanquam autem maxima inter parhelios adnimadvertatur diverſitas, quædam tamen habent in quibus conveniunt. Quare recte me facturum arbitror ſi primum aggrediar explicationem phænomeni maxime primarii: & hujus dum inquiro cauſas, ſimul mentionem faciam aliorum, quatenus huic phænomeno commune quid habent; quæ autem præterea nova in cæteris offerentur, ea ſigillatim poſteà excutiam. Proponatur itaque phænomenum Romanum, A. 1629. die 20. Martii a Scheinero obſervatum; de quo circa illud tempus Carteſius, Gaſſenduſque egerunt, e quorum libris petitam cum deſcriptione figuram oculis hic ſubjicio.

A obſervator Romanus. B *vertex loco obſervatoris incumbens.* C *Sol verus obſervatus.* AB *planum verticale, in quo & oculus obſervatoris & ſol obſervatus exiſtunt, in quo & vertex loci* B *jacet, ideoque omnia per lineam verticalem* AB *repræſentantur: in hanc enim totum planum verticale procumbit. Circa Solem* C *apparuere duæ incompletæ Irides eidem homocentricæ, diverſicolores, quarum minor, ſive interior* DEF, *plenior & perfectior fuit, curta tamen ſive aperta à* D *ad* F, *& in perpetuo conatu ſeſe claudendi ſtabat, & quandoque claudebat, ſed mox denuo*

Carteſ. Meteor. C. x. §. VIII.

Vide Fig. 5.

nuo aperiebat. Altera, ſed debilis ſemper, & vix conſpicabilis, fuit G H I, *exterior & ſecundaria, variegata tamen & ipſa ſuis coloribus, ſed admodum inſtabilis. Tertia, & unicolor, eaque valde magna Iris, fuit* K L M N, *tota alba, quales ſæpe viſuntur in paraſelenis circa lunam. hæc fuit arcus excentricus integer ab initio ſolis per medium incedens, circa finem tamen ab* M *verſus* N *debilis & lacer, imo quaſi nullus. Cæterum in communibus circuli hujus interſectionibus cum Iride exteriore* G H I *emerſerunt duo parhelia non uſque adeo perfecta,* N *&* K; *quorum hoc debilius, illud autem fortius & luculentius ſplendeſcebat: amborum medius nitor æmulabatur ſolarem, ſed latera coloribus Iridis pingebantur; neque rotundi ac præciſi, ſed inæquales & lacunoſi ipſorum ambitus cernebantur.* N, *inquietum ſpectrum, ejaculabatur caudam ſpiſſam ſubigneam* N O P, *cum jugi reciprocatione.* L *&* M *fuere trans Zenith* B, *prioribus minus vivaces, ſed rotundiores & albi, inſtar circuli ſui cui inhærebant, lac ſeu argentum purum exprimentes; quanquam* M *mediâ tertiâ jam prope diſparuerat, nec niſi exigua ſui veſtigia ſubinde præbuit; quippe & circulus ex illa parte defecerat. Sol* N *defecit ante Solem* K, *illoque deficiente roborabatur* K, *qui omnium ultimus diſparuit, &c.*

§. 9. Ut rectè percipiamus, quo pacto hoc phænomenon apparuerit, cogitandum eſt, magnum, eamque albam iridem K L M N per ſolem verum tranſeuntem, fuiſſe circulum horizonti parallelum, cujus polus fuerit punctum B vertici ſpectatoris ſuperius imminens. Quod enim in figura apparet, quaſi ſpectator propior fuerit lateri L M, quam K N, credendum eſt, illud errore quodam perperam ſic delineatum fuiſſe, cum in omnibus obſervationibus quæ poſteà ſunt factæ, in quibus talis albus circulus, ejuſque poſitio annotatur, ille ſemper ho-

horizonti fuit parallelus; licet non omnino repugnet ut paululum inclinetur, ſicut poſteà demonſtrabimus; locus igitur ſpectatoris A, intelligi debet perpendiculariter ſubjectus puncto B, ita ut quando aſpicit Soles C, K, N, alios duos L & M, poſt tergum habeat.

§. 10. Præterea animadvertendum colores, qui in circulis DEF, & GKN, dicuntur exſtitiſſe, eodem ordine fuiſſe poſitos, ac in Coronis, de quibus ſuprà memoravimus; ruber nempe proximus Soli erat, uti liquet ex deſcriptione a Scheinero facta phænomeni A. 1630. quæ inferius videri poterit. Unde conſtat diametrum circuli interioris etiam fuiſſe præterpropter 45 graduum, quæ eſt ordinaria Coronæ magnitudo: etiamſi crediderim in phænomeno Anni 1629 minorem fuiſſe circuli exterioris diametrum diametro exterioris circuli in illo Anni 1630. ſicuti ex figura liquet, & demonſtrari poteſt: circa hanc figuram notandum inſuper eſt caudam Parhelii N, intra magnum circulum KLMN, depingendam, ſicuti Hevelius rectius obſervavit Anno 1661. quod phænomenum inferius adjungetur; verum ita a Scheinero delineatus fuit, ut exprimeret caudam recta a Sole averſam fuiſſe; Sol & Parhelii nimis magni quoque depicti ſunt ratione circulorum; immò circuli ipſi nimis lati ratione diametrorum; Solis enim diameter revera tantum $\frac{1}{90}$ circiter eſſe deberet diametri coronæ DEF, quæ ſcilicet eſt 45. graduum; cui latitudo circuli KLM ferè eſt æqualis; nam ex explicatione phænomeni Anni 1630 patet, hanc circuli Latitudinem Solis diametrum non æquaſſe. Vide Fig. 5. Tab. IV.

§. 11. His de figura præmiſſis, inquiramus porrò in cauſas horum mirabilium phænomenum. Facile equidem percepi rotundas guttas ſive ex aqua; ſive partim ex aqua, partim ex nive, huic rei non quadrare; nec

dubitavi tamen, cum in omnibus Parheliorum obſervationibus Coronæ etiam apparuerint, quin utrorumque cauſæ non multum a ſe invicem differrent; poſtquam ergo perpendiſſem, quænam figura præter ſphæricam grandini in aëre aſſignari poſſet, nullam cylindrica ſimpliciorem inveni; revera etiam ſæpius videram nivi plurimas oblongas, ſed tenuiſſimas particulas commixtas eſſe; cumque parvæ guttæ ſphæricæ ad Coronam producendam ſufficiant, exiſtimavi parvos cylindros, ſed in aëre confertos ſimile quid efficere poſſe. Animadvertebam inſuper *Carteſium* obſervaſſe quaſdam columnulas vel cylindrulos ex glacie confectos in terram deciduos, quorumque utraque extremitas ſtellulis ſex radiis diſtinctis exornabatur. Figuram ergo & poſitionem horum cylindrorum examinans, & perpendens illos non commode generari, niſi ad perpendiculum erigantur; & prætereà illis idem nonnunquam quod granis rotundis contingere, ſcilicet ut calore Solis vel aëris ex parte diſſolvantur; brevi deprehendi, omne quod in phænomeno Romano accidit ab his ſolis minoribus cylindrulis produci potuiſſe; & clariſſimè quidem, poſteà quam vitreum cylindrum ſatis capacem aqua impleviſſem, ſolido cylindro ligneo minus craſſo intus ſuſpenſo. Eum enim verſe Soli oculoque meo objiciens, tum circulum magnum album ex reflexione ſola cylindrorum, tum Parhelia ad latus Solis ex geminata refractione; quæ verò in parte oppoſita, ex refractionibus duabus, & reflexione ortum ducere deprehendi, ea nimirum ratione, quam deinceps exponemus.

§. 12. Pauca autem de generatione illorum, deque poſitu, figura ac magnitudine præmittenda ſunt. Sicuti ſupra monui ſphærica grana, quæ coronam efficiunt,

in-

inſtar ſeminis raparum, exigua vel minora eſſe, ut ab aſcendentibus halitibus ſuſtineri queant; ita ſuppono hos cylindrulos eadem de cauſa admodum exiguos, & tenues; quæ tenuitas tamen nequaquam figuræ perfectioni obſtat, ſed contra illi potius conducit. Hi primo non aliter ac Coronæ grana formari debent ex nive quam tenuiſſima, hoc eſt, ex minimis & fere viſum effugientibus particulis nebulæ congelatæ, (nix enim nihil eſt, præter glaciei particulas) ex quibus particulis in unum collectis ubi primum ſphærula prodierit, facile intelligitur inferiori hujus ſphærulæ parti plurimas ſeſe adjuncturas particulas, non verò ad latera; cum enim nebularum particulæ, ſimul cum ſurſum vergentibus halitibus celeriter aſcendant, & ſphærulæ contrà gravitate ſua aſcenſui obnitantur, vel minimum tardius aſcendant, non alienum à vero eſt particulas nebulæ, quæ in inferiorem ſphærulæ partem impingunt ei adhærentes oblongam paulatim ſphærulæ figuram facere, eamque in Cylindrulum convertere; cum contrà aliæ nebulæ particulæ, quæ ad latus feruntur, facile illam præterlabantur. Cum ergo hi Cylindri denſo agmine, nec multum a ſe invicem diſtantes producantur, aëre, qui illos ſuſtinet, per illorum interſtitia tranſeunte, non abſonum eſt, illos in ſitu perpendiculari, hoc eſt, in eodem ſitu, quo producti fuere, manſuros: ſed quando vento, vel alia de cauſa à ſe invicem divelluntur, non ſemper ſitum perpendicularem retenturos; ſed ad omnes ſeſe poſitiones converſuros. Cum autem calor Solis vel aëris, eodem modo ac in granis Coronam conſtituentibus vidimus, hos cylindrulos exterius ex parte liquefaciat, manet in medio minimus cylindrulus ex tenuiſſima nive, undequaque aquæ immerſus; & eadem, quam illic attulimus, cauſa efficiet, ut poſtquam ad certam quantitatem lique-

facti fuerint, cylindrus internus perfecte rotundetur, & quod liquefactum eſt, non facile rurſus congeletur: notandum tamen ſi poſtmodum illa aqua iterum in glaciem conſtringatur, fieri forte poſſe, ut illa glacies ſatis pellucida, & ſuperficie ſatis polita ſit ad efficiendas refractiones, & reflexiones, de quibus deinceps agemus.

§. 13. Ut ergo ad phænomenon Romanum veniamus: Primo dico, magnum illum albicantem circulum, qui in eo apparuit, produci ex reflexione radiorum ſolis, in ſuperficiem externam Cylindrorum ad perpendiculum erectorum incidentium, & quando plurimi tales cylindruli in aere ſuſpenduntur, in quos Sol radios ſuos vibrat, neceſſario magnum circulum album appariturum per Solem tranſeuntem, & horizonti parallelum, hoc eſt, æqualiter ſuprà eum elevatum, & cujus latitudo ejuſdem cum Sole ſit diametri. Quod ut evidentius appareat, conſideremus primò majorem cylindrum, qui unum horum minimorum cylindrorum referat, & perpendamus qua ratione Solis radii ab eo reflectantur. In Cylindrum ABCD perpendiculariter erectum incidat radius a
Vide Fig. VI. ſolis centro adveniens FE, qui reflectatur ſecundum rectam EG; dico FE, EG, æqualibus angulis inclinari ad planum horizontis: ſit enim latus cylindri per punctum reflexionis E, ductum HK, ſecundum quod tangi cylindrus intelligatur plano LI; conſtat itaque radium FE, eodem modo a plano hoc reflecti, atque a cylindro ABCD; Hoc enim in Catoptricis, Dioptricisque axiomatis loco eſt, qualiſcunque fuerit curvæ ſuperficies reflectens. Quod ſi jam plano LI, aliud planum ad rectos angulos inſiſtere ponatur, quod in ſe contineat radios FE, EG, conſtat etiam ex legibus catoptricis, utriuſque plani communem interſectionem, quæ ſit recta MN, tranſire per punctum reflexionis E, an-

anguloſque æquales eſſe FEM, GEN. Intelligatur itaque ſphærica ſuperficies, cujus E centrum, quæ abſcindat rectas æquales EF, EM, EO; itemque EG, EN, EP, quarum nempè EO, EP, ſint in recta HK, ſintque circulorum maximorum in ſphæræ ſuperficie arcus FO, FM, OM, itemque GP, GN, PN. Quia igitur planum per FMNG ductum rectum eſt ad planum LI, & utrumque per ſphæræ centrum E tranſit; ſunt autem in plano per FMNG, arcus FM, GN; & in plano LI, arcus MO, NP; erunt in triangulo ſphærico FMO, rectus angulus M, & in triangulo GNP, rectus angulus N. Latus autem MO æquale eſt lateri NP, quia angulus MEO æqualis angulo NEP. Itemque latus MF æquale lateri GN, quia æquales anguli FEM, GEN. Itaque & latus reliquum FO, æquale erit lateri reliquo GP; ac proinde angulus FEO æqualis angulo GEP; quorum complementa ad angulum rectum cum ſint anguli inclinationis ad horizontem radiorum FE, EG etiam iſti inclinationis anguli æquales erunt; quod erat demonſtrandum. Eadem eſt demonſtratio cum radius FE & intra cylindrum, & a ſuperficie ejus reflectitur, quod ad Parhelia pertinet, ut oſtendatur ea in circulo albo cerni debere.

§. 14. Hinc ergo patet, quando aër minimis illis cylindris ad perpendiculum erectis refertus eſt, radios ex ſolis centro, vel ex alio quolibet ejus diſci puncto in illos cylindros incidentes, reflecti verſus terram, eodem prorſus angulo quo idem punctum ſuprà horizontem elevatum eſt; quoniam ob immenſam ſolis diſtantiam, angulus incidentiæ FEO, in unumquemque cylindrum ſive altiorem ſive minus altum incidens, ejuſdem eſt magnitudinis. Qui ergo terræ inſiſtit, Solis reflexionem tantum ex illis cylindris percipere poteſt, a quibus recta ad ſpectatoris oculum ducta angulum

efficit cum plano horizontis æqualem Solis altitudini; ſi ergo quaquaverſum lineæ ex oculo ſpectatoris ducantur, quæ ſingulæ angulos cum plano horizontis efficiant Solis altitudini æquales, certum eſt illas omnes circulum in aëre effecturas horizonti parallelum. Manifeſtum itaque hunc ſpectatorem circulum lucentem album horizonti parallelum viſurum, in quo verus etiam Sol apparebit. Facile etiam percipi poteſt hujus circuli latitudinem æqualem fore diametro Solis; ſicuti enim de Solis centro diximus, ſic ob eandem cauſam, quodlibet Solis punctum cylindrulorum circulum eadem cum illo puncto altitudine apparentem illuminabit. Quo ipſo pars inferior, & ſuperior totius albi circuli, æquè a ſe invicem diſtabit, ac inferior & ſuperior Solis pars. Notatu quoque dignum eſt, Sole ſupra horizontem aſcendente vel deſcendente, hunc circulum itidem aſcenſurum vel deſcenſurum, ideoque majorem vel minorem fieri; ut & diverſos ſpectatores, etiamſi longè a ſe invicem remoti ſint, ſingulos tamen viſuros circulum ſibi peculiarem qui per Solem tranſit, ſicuti in Iride accidit. Quod nequaquam fieri poſſet in circulo quem *Carteſius* nobis ut cauſam hujus phænomeni proponit; hunc enim eſſe ſupponit magnum ex glacie ſolida annulum in aëre ſuſpenſum: ſed hic minimè eodem tempore diverſorum ſpectatorum capiti imminere poteſt; præterquam quod nulla ſit ratio quare per Solem tranſeat, aliquando etiam per horas duas treſve continuas; ſicuti in ſequentibus obſervationibus videre eſt. Obſervandum præterea, nullas denſiores nubes in aëre videri quando hi circuli apparent, ſed ita raras tantum, ut vel non, vel vix ſint conſpicuæ; in pleriſque enim obſervationibus invenimus relatum, cœlum fuiſſe ſerenum. Quod in hy-

hypotheſi noſtra neququam mirum videbitur conſideranti hos parvulos cylindros raram tantum & æqualiter extenſam nubem producere, per quam Sol, immo cæruleus cœli color facile appareant. Quod autem nonnunquam quædam horum circulorum partes languidæ vel omnino non appareant, accidit tantum defectu materiæ, ſive horum cylindrulorum. Niſi quod pars quæ eſt intrà Coronam, etiamſi ibi materiæ ſatis reperiatur, minus videatur, & idcirco in quibuſdam obſervationibus non annotetur, propter vicinam Solis claritatem, & præcipuè quia circulus albus proximè extrà Coronæ ambitum ſeſe lucidiorem multò quam in aliis partibus exhibet; cujus rei cauſa percipietur, ubi de duobus Parheliis lateralibus N, & K, acturi ſumus.

§. 15. Ad quos ut accedamus, ajo eoſdem illos cylindrulos ad perpendiculum erectos, qui album efficiunt circulum, hos etiam duos Parhelios geminata refractione radiorum Solis producere, eadem prorſus ratione, qua ſuprà vidimus rotundas guttas cum nivalibus nucleis in eorum medio poſitis Coronam producere. Cum enim horum cylindrorum pars quædam exterior liquefacta ſit, & complectatur oblongos nivales minores cylindros, Sol eadem de cauſa videri non poteſt per cylindros, qui partem circuli albi KN, conſtituunt; Vide Fig. V. ſed quidem per illos qui extra illam ſunt; unde etiam fit ut diſtantia horum duorum Parheliorum eò major fiat, quo nucleus nivalis major eſt ratione totius cylindri. Sol porrò lucidiſſimus apparet per cylindrulos qui extra partem K N poſiti, ei tamen proximi ſunt; deinde per illos qui remotiores, ſed debilior magis magiſque uſque ad certum terminum; quod efficit, ut hi Parhelii cum cauda obſerventur: ſed tamen cum vi-

vi-

vidiores Iridis colores in cylindris, qui proximè extrà K N ſunt, fiant conſpicui, propter eandem prorſus cauſam a qua colores Coronæ produci diximus; Hi colores itidem efficient ut diſtinguatur Parhelius a reliqua caudæ parte, quæ minus lucida, & parum colorata apparet; ſicut etiam Coronæ & Iridi parva tantum adſcribitur latitudo, etiamſi ad latus alterum terminatæ non ſint. Hæ autem caudæ, ut & Parhelii quibus adhærent, (uti ex ſequentibus patebit) ſemper verſus album vergunt circulum, & illum quouſque ſe extendunt illuſtriorem reddunt; quod enim cauda Parhelii N, extrà Circulum delineata ſit, vel errore accidit, vel quia obſervator hoc modo deſignare voluit illam a Sole averſam fuiſſe: quod apud Hevelium in phænomeno Anni 1661. accuratius annotatum fuit. Idcircò quamvis non referatur Parhelius K caudam habuiſſe, pars tamen circuli albi ejus cauda fuit: ſed quia hic Parhelius altero debilior fuiſſe dicitur, ejus cauda parum luminis habuit. Quod autem Parhelii ad Solis latera, ut & Paraſelenæ ad utramque Lunæ partem caudis ſint ornatæ, liquet ex obſervationibus Hevelii, in quibus omnes videntur caudis inſtructæ ut & ex mea. Tandem etiam cauſam maximi ſplendoris Parhelii, (ſicuti hic dicitur quod *amborum medius nitor æmulabatur ſolarem*) facile percipimus, ſi cogitemus, unumquemque cylindrum ſecundum totam longitudinem ſuam ſplendere: cum contrà rotundæ guttæ in Corona, vel in Iride rotundæ tantum quid lucis emittant, ita ut unus ex minimis cylindris fortè plus luminis, quam decem rotundæ guttæ, exhibeat. Quod ſi igitur magna cylindrulorum copia in aëre ſuſpenſa ſit, nihil mirum eſt luculentas Solis imagines exiſtere: ſed jam hæc quæ dicta ſunt demonſtremus refractio-

ctionibus, quas in trajectu cylindrorum iſtorum patiuntur radii Solares, accuratè expenſis; ac primo quidem oſtendemus hos Parhelios ſimul cum caudis in magno albo circulo neceſſario conſpici.

§. 16. Sit A B C D, unus ex his cylindris in aëre ad perpendiculum erectis, in cujus aqueam ſuperficiem Solis radius E F incidat, qui in F refractus tendet intra cylindrum, ut in F G; in G verò, ubi rurſus ſuperficiei aqueæ occurrit, iterum refractus extra cylindrum egredietur, puta ſecundum G H, ajo hunc radium G H, neceſſariò cum horizontis plano facturum angulum æqualem illi, quem radii Solis E F, cum eodem plano faciunt, hoc eſt, angulum æqualem altitudini Solis. Ducto enim plano axi cylindri parallelo, A D C B, quod tranſeat per puncta F, G, patet hoc planum æqualibus utrimque occurrere angulis ſuperficiei cylindricæ, ſecundum lineas A B, D C, ſibi mutuo parallelas. Cum ergo in hoc plano ſit radius F G, intra dictas parallelas A B, D C, contentus, neceſſe eſt & hunc in punctis F, & G, cylindricæ ſuperficiei æquali inclinatione occurrere, ac facere ad dictas parallelas angulos æquales, G F C, F G A: Undè porrò manifeſtius eſt, quam ut demonſtrationem exigat, radii G F refractionem G H eodem angulo deorſum ferri debere, quo ejuſdem refractio F E ſurſum fertur, hoc eſt, angulos æquales fore, quos dictæ refractiones efficiunt cum cylindri lateribus. Eſt autem radii G F refractio ſecundum F E, cum ipſius E F, refractio ponatur eſſe F G, ex nota refractionum proprietate. Æquales itaque erunt anguli E F D, B G H. Quod ſi vero & plana intelliguntur duci, alterum per rectam D C, & radium E F, alterum per A B & radium G H, perſpicuum eſt, & hæc utraque æqualibus angulis inclinata fore ad planum A B C D, in quo radius

Vide Fig. VII.

radius GF: Quorum quidem angulorum menſura ſunt anguli KCB, LBC, quos nimirum efficiunt interſectiones dictorum planorum cum plano baſis cylindri. Unde itaque & dicti anguli KCB, LBC, æquales erunt. Quandoquidem autem angulos EFD, BGH, æquales eſſe apparuit, liquet hinc etiam æqualibus angulis ad planum horizontis inclinatos eſſe radium EF a Sole venientem, & GH, qui poſt geminas refractiones è cylindro egreditur. Quare lux Solis per diaphanos cylindros ita tranſmiſſa, non poterit ad ſpectatoris oculum pervenire, niſi ab iis cylindris, a quibus recta ad oculum ducta angulum cum horizontis plano efficit æqualem illi, qui eſt Solis altitudinis, hoc eſt, niſi ab iiſdem, qui etiam circulo albo materiam præbent: adeoque Parhelia bina ex tali refractione generata, non poſſunt niſi in dicto circulo magno conſpici.

§. 17. Ut nunc examinemus quo loco, quaque a Sole diſtantia conſpici debeant, conſiderandus eſt Solis radius, qui per cylindrum tranſiens cylindrulum niveum qui in medio eſt aquei ſtringit: poſito enim in Figura ſuperiori radium FG dictum niveum cylindrulum tangere; & idcirco etiam rectam CB, quæ in plano baſeos ſubjacet ipſi FG; (Vide Fig. VII.) ſi ergo in eodem plano baſeos rectam ONM ducamus, per centrum baſeos cylindruli N parallelam KC, quæ ſubjacet radio a Sole venienti EF; qui ONM occurrat in M rectæ BL, quæ ſubjacet radio GH; erit BMN angulus, quem faciunt plana duo verticalia, quorum alterum per Solem, alterum per Parhelium, utraque vero per oculum ſpectatoris tranſire intelliguntur. (Vide Fig. V.) Quamobrem etiam pars circuli albi CN, inter Solem & unum ex lateralibus Parheliis totidem gradus ſui circuli continebit, quot dictus angulus BMN. Hic autem angulus, vel diſtantia

Pa-

Parhelii lateralis a Sole eò eſt major, quo craſſior eſt cylindrulus niveus pro ratione aquei. Rurſuſque poſita certa proportione illius ad hanc, major fit eadem diſtantia, quo magis alte Sol ſuprà horizontem ſcandit, ſicuti ex ſequentibus duabus tribuſve tabellis videre eſt, quæ quo pacto conſtructæ ſint ad finem horum dicetur, ne nimis prolixæ demonſtrationi nunc immoremur.

Altit. Solis Gr.		*Angulus verticalium per Solem & Parhelium lateralem, cum cylindrus aqueus ad glaciatum ſecundum diametrum, ut* 1000 *ad* 473. Gr.	'
0.		22.	0
5.	0	22.	10
10.	0	22.	38
15.	0	23.	28
20.	0	24.	42
25.	0	26.	26
30.	0	28.	48
35.	0	31.	58
40.	0	36.	18
45.	0	42.	18
50.	0	51.	0
55.		64.	48
60.	0	92.	34

Altit. Solis Gr.	*Idem angulus cum cylindrorum aquei ad glaciatum diametri ut* 1000 *ad* 480. Gr.	'
0	22.	30
5	22.	38
10	23.	8
15	24.	0
20	25.	16
25	27.	4
30	29.	26
35	32.	42
40	37.	10
45	43.	14
50	52.	26
55.	66.	54
60	98.	24

Grad. Alt. Solis.	*Idem angulus cum cylindrorum aquei ad glaciatum diametri ut* 1000 *ad* 680. Gr.	'
0	45.	
5	45.	26'
10	46.	44
15	49.	4
20	52.	46
25	58.	24
30	67.	42
35	94.	22

Ulterius Parhelium videri nequit in hoc cylindro

Si ponatur proportio 1000 *ad* 714, *tum in alt. Solis* 25 *gr. fiet idem angulus* 88. 48; *quo major nequit eſſe in hac Solis altitudine. hoc ad duo Parhelia Heveliana.*

§. 18. Ex his autem tabellis patet, quod ſi varii cylindruli ſat magna copia ſupra ſe invicem poſiti ſint, quorum hi minus, illi magis liquefacti ſint, præter duos Parhelios ad Solis latera, duos vel plures ulterius, ſed

tamen in circulo albo conſpici poſſe: quod etiam confirmant obſervationes Hevelii Anni 1661. 20. Februarii, & Scheineri Anni 1630. de quibus mox plura. Liquet itidem ex iiſdem tabellis, cylindris in eodem manentibus ſitu, Sole vero altius ſupra Horizontem aſcendente, diſtantiam duorum Parheliorum, qui inde producti fuerunt, a Sole, & a ſe invicem majorem fieri; vel contrà minorem Sole deſcendente; quod etiam revera obſervavi, ſicuti in narratione illius obſervationis referam. Sed major inſuper mutatio diſtantiæ horum Parheliorum accidere poteſt; ſi cylindruli ulterius liquefiant: qua ex re quidpiam notatu admodum dignum accidit priſcis temporibus; refert enim *Jul. Obſequens, Auguſti Cæſaris ætate*, *M. Lepido*, *& Munatio Planco* Coss. *tres Soles viſos, eoſque fuiſſe mox in unum orbem contractos*; quod quidem nunquam aliàs obſervatum legi; ſed quomodo evenerit facilè intelligimus, cum nihil aliud ad hoc requiratur, quam calor qui priorem aëris temperiem vincens cylindrorum nucleos totos liquefaciat; hoc enim brevi tempore perficere poteſt, eoque Parhelia utraque magis magiſque in Solis viciniam attrahere, donec tandem totis cylindrulis reſolutis, atque in rotundas aquæ guttulas abeuntibus, nullus præter verum Solem ſuperſit. Atque hoc cum tam aptè per hypotheſin noſtram explicetur, non puto quemquam in dubium vocaturum quin verborum *Obſequentis* is verus ſenſus ſit, quem ſecuti ſumus; licet in alium quoque vertere ea tentarit Gaſſendus, quaſi exiſtentibus prius Parheliis, circulus deinde exſtiterit, cujus ambitu illi tenerentur: neque enim hi recte ſic dicti fuiſſent tres in orbem unum contracti, ſed duo potius, neque etiam inſolitum adeò ſpectaculum fuiſſet. Accedit, quod & triumviratus imaginem

tali

tali prodigio ſignificari voluere, ſicut patet ex ſequenti *Dionis Caſſii* loco, cum altero *Obſequentis* collato, ſic enim *Dio* lib. XLV. *Solis lumen aliquando diminui exſtinguique, aliquando rurſus triplici orbe effulgere viſum* (ita enim intelligendum quod ait τότε δὲ ἐν τρισὶ κύκλοις φαντάζεσθαι.) *Quorum unum corona ſpicea ignita circumdabat. Quo quæ eventura erant prænunciabatur.* Caudarum longitudinem ſummam quæ his Parheliis lateralibus adhærent accuratè etiam definire poſſemus, ſed cum quo longius a Parheliis recedunt, eò magis extenuetur eorum fulgor, neque verus terminus proinde obſervatione facile comprehendatur, ſufficiat ſcire, eas uſque ad quadrantem circiter circuli albi, initium a vero Sole ſumendo, revera excurrere; & paulò quoque ulterius, prout major fuerit Solis altitudo. Cum tamen adeò debilis ſæpe eorum lux eſſe ſoleat, ut tantum pro parte dicti circuli ab obſervatoribus accipiantur.

§. 19. De Coronis autem, quæ cum Parheliis hiſce lateralibus ſemper ferè apparent, hoc loco nunc eſt videndum. Licet enim Coronæ abſque Parheliis quidem conſpiciuntur, nunquam tamen Parhelia abſque Corona per ea tranſeunte niſi aliquando tam debilis ſit, ut vix animadverti queat. Quod itaque cum fortuito non accidat, a certa quadam cauſa producitur. Veriſimile eſt quando cylindruli in aëre producuntur, eodem etiam tempore ſphærulas ſemigelatas reperiri quæ materiam Coronis ſuppeditant; ſed haud facilè concipere poſſumus qua de cauſa ad talem præciſe proportionem liquefactæ ſint, ut Coronam per ipſos duos Parhelios extendant. Primo enim, licet ſupponamus rotunda grana & oblonga ad eandem proportionem ſecundum diametrum liquefacta eſſe, Parhelia nihilominus extrà Co-

ronam, cadent uti ex ſuperioribus Abacis colligi poteſt; Nam cum proportio diametri totius cylindri, ad illam interioris nuclei, eſt ut 1000. ad 473. diſtantia Parhelii ad varias Solis altitudines erit 22, 28, 36, 51. & plurium graduum circuli majoris albi, cum Corona ſemper ſit 44. grad. quando rotundæ guttæ ad illam proportionem liquefactæ ſunt. Deinde & hoc reputandum, quod intrà 3, 4ve horas per quas Parhelia apparent, eadem, aſcenſu, & deſcenſu Solis ſupra horizontem longius a ſe invicem recedant, vel propius accedant, ſicuti paulo ante annotatum fuit; quamobrem etiam Corona major minorve fieri deberet, cum ſemper per Parhelios tranſeat; cujus rei tamen in granis rotundis nulla cauſa inveniri poteſt.

§. 20. At verò præter rotunda grana, etiam cylindros illos, quos incerto poſitu per aërem fluitare ſuperius dixi, Coronis producendis aptos eſſe certum eſt: hi enim intrà oculum & Solem in omni poſitionum genere fluitantes, propter nucleos interiores nivales, Solis radios non tranſmittunt, niſi extrà certum angulum a Sole diſtent; qui angulus determinatur a cylindrulis in quorum latera Solis radii perpendiculariter incidunt; alii enim in quorum latera iidem radii obliquè vibrantur, longius adhuc a Sole remoti eſſe debent, ut radios ad oculos noſtros tranſmittere poſſint; ſicuti ex propoſitis ſuprà tabellis liquet; ſi quòd in illis eſt altitudo ſolis ſumitur pro ejuſdem altitudine ſuprà planum baſeos horum cylindrorum. Ita ut hi cylindri non aliter ac grana rotunda Coronam efficere valeant, quæ ad latus verſus Solem terminetur, & colore gaudeat rubro; & credibile eſt Coronas quæ eodem tempore cum Parheliis apparent, ab his produci cauſis.

Pri-

Primò. Quia hoc modo ſola cylindrulorum generatio neceſſaria eſt. Secundo quia ſæpè cum Parheliis Coronæ vividioribus coloribus inſignitæ conſpiciuntur, quam quando nulli ſunt Parhelii; qui vividiores colores commodius multo a cylindrulis producuntur, quia longe majori luce ſplendent per totam longitudinem tranſmiſſa Solis imagine, quam rotundæ guttulæ, quæ in uno tantum quaſi puncto eam exhibent; ſed ut ad propoſitum redeamus, nulla eſt cauſa, quare hæc Corona a cylindris producta per Parhelios potius tranſeat, quam illa quæ granis rotundis originem ſuam debet; eademque difficultas quæ a mutatione diſtantiæ Parheliorum oritur hic æque obtinet ac illic. Quocirca nullam cauſam habemus affirmandi, Coronam ab his incerto ordine diſpoſitis cylindrulis productam eam eſſe, quæ per Parhelios tranſit. Quod verò Romanum attinet phænomenum, haud dubito quin interior Corona DEF, a talibus cylindrulis fuerit generata; ita ut hæc phænomeni pars haud levem difficultatem continere videatur. Vide Fig. V. ut & Fig. V Tab. IV.

§. 21. Verum tamen & hanc facilè ſuperari apparebit, ſi penitius figuram iſtorum cylindrulorum inſpiciamus. Latera eorum hactenus tantum conſideravimus, nunc verò & extremas utrinque partes quales ſint videamus. Nam ſi planis baſibus terminari credamus, id quidem naturæ hauduaquam conſentaneum fuerit; ſed quia neceſſario ſuperius & inferius non aliter ac ad latera liquefacti ſunt, & undiquaque ad eandem quantitatem, certiſſimè aqua ad utraſque extremitates quantum potuit rotundam affectabit figuram; unde nucleus interior etiam ab utraque parte in hemiſphærium, vel ſemiellipſin efformatur: ita ut figura totius cylindri cum nucleo debeat eſſe qualis hic conſpici poteſt majori ty- Vide Fig. 8.

po. Unde fiet ut non tantum cylindri qui juxta Solem jacent & Parhelios producunt radios tranſmittant ad oculos noſtros, ſed etiam ex perpendicularibus illi qui proximè extrà certum angulum ſuprà, infrà, & ad latera Solis animadvertuntur, quique idcirco etiam Coronam circa Solem producant. Per primos nempè ſuperiores tranſit radius ut hic DCBA, qui nucleum tangit in H, & ſimiliter per proximum inferiorum radius EFGA, qui nucleum tangit in K. Quia verò figura convexitatis in BCL, & MGF, non accuratè cognita eſt, fruſtrà horum radiorum refractionem definire conaremur, & multò minus illorum, qui verſus latera in hæc incidunt convexa; attamen cum vitreum cylindrum ad hanc formam confici curaſſem, qui nempe medietatem ejus, qui Fig. 8. depictus eſt, referret, atque intus, quod ſufficit, cylindri opaci HK medietatem intra aquam ſuſpendiſſem, qui undique æqualiter a vitri ſuperficie diſtaret, reipſa cognovi, ad Solis radios factitium hunc cylindrum erectum opponendo, atque in omnem partem circumducendo, ea lege eum Solis radios tranſmittere ut æquales ferè ſint anguli BAN, GAN; omneſque alii quibus radii tranſmiſſi, opacumque cylindrum ſtringentes inclinantur ad axem AN, qui ab oculo ad Solem extenditur.

§. 22. Quod cum eodem prorſus modo in cylindrulis accidat, Corona inde præterpropter rotunda producetur. Ita ut iidem erecti cylindruli, qui magno circulo albo, ut & Parheliis a latere fulgentibus materiam præbent, Coronas itidem per Parhelios tranſeuntes, producant: ſi ergo conſideremus, cylindrulorum figuram neceſſario talem eſſe qualem diximus, & ſimul radios per binas illorum extremitates tranſeuntes, circuitus coloratos producturos, haud dubitabimus, quin

hi

hi circuitus ſint ipſæ Coronæ, ſecus enim irregulares & minimè rotundi inde orirentur. Etiamſi autem oculus perfectæ rotunditatis defectum vix animadvertere queat, accidere tamen poteſt, ut Coronæ Diameter major ſit ab una, quam ab altera parte; ſicuti in una ex ſequentibus obſervationibus ita factum reperitur. Quando enim in obſervatione A. 1630. Romæ facta, duo circuli Soli proximi, dicuntur ſe mutuò ſuperius & inferius interſecaſſe, & Parhelia in ambobus exterioribus arcubus fulſiſſe, in hac, inquam, omninò veriſimile eſt, loco duorum circulorum ſe invicem interſecantium, concipiendum primo oblongum aliquantulum circulum, in quo duo erant Parhelia, producta ſcilicet a perpendiculariter erectis cylindrulis; & deinde alterum rotundiorem oblongum hunc ſuperius & inferius tangentem; qui ex confusè jacentibus cylindris, vel rotundis granis originem ſuam ducebat. Figura enim quam hi duo efficiunt circuli, ita affinis eſt, illi binorum ſe mutuo interſecantium, ut vix diſtingui poſſit; & præthereà vero admodum videtur conſentaneum unum eundemque ambitum duo Parhelia continuiſſe. Vide Fig. 9.

§. 23. Circulus autem per Parhelia tranſiens languidus ſæpenumerò & evanidus apparet verſus ſuperiora & inferiora; ſed maxime lucidus ubi proximè Parhelia attingit, uti in multis Hevelii obſervationibus accurate annotatum fuit; cujus phænomeni cauſa etiam in ſupradicto cylindro vitreo detegitur: radii enim per ſuperius vel inferius ejus convexum tranſeuntes parvulam ſolummodo & rotundam Solis imaginem, non aliter ac grana rotunda, exhibent; ſed qui tranſeunt ubi cylindrica ſuperficies paulatim verſus convexitatem vergit, hi non ſecus ac illi qui Parhelia producunt vegetius & magis oblongum lumen ejaculantur. Quod

idcirco a Parhelii loco aliquouſque verſus ſuperiora & inferiora Coronam lucidiorem & magis coloratam efficit.

§. 24. Explicatis hoc modo cauſis duarum Coronarum, quæ in phænomeno Romano fuerunt obſervatæ, progrediemur cauſas inveſtigando binorum Parheliorum qui in parte circuli albi poſtica viſi ſint, quos etiam dico originem ſuam ad perpendiculares cylindros referre, per eaſdem ſcilicet refractiones radiorum Solarium, quæ in Iride obſervantur: & animadvertendum eſt interiorem cylindrulum opacum nihil ad hos Parhelios producendos conferre, ſed contrà aliquando impedire quominus videantur, ſicuti poſteà demonſtrabitur: ſciendum eſt tamen interiorem cylindrum nivalem plane neceſſariam eſſe, utrumcunque ponatur exteriorem partem ſive ex aqua ſive ex glacie pellucida conſtare; cylindrus enim aqueus illico in rotundam converteretur guttam; ex pellucida vero glacie integri conſtare nequeunt, quia haud facilè cogitari poteſt illos omninò diaphanos fore, niſi primum plane fuiſſent liquefacti.

§. 25. Priuſquam verò de cylindrorum refractione agamus utile erit, qualis ea ſit in rotunda gutta intelligere, ſimul cum cauſa Iridis, quam Carteſius primus invenit. Sit ergo ABC, aquæ gutta, & DA, Solis radius in illam incidens, qui ab A verſus B refringatur, & a B rurſus verſus C reflectatur, ita ut AB, & BC ſint æquales; in C vero iterum refringatur, & tendat ad oculum E; ductis porrò CH, & EF, parallelis Solis radio DA, & angulo FEG facto æquali CEF, patet ex tabulis Carteſii angulum HCE variæ magnitudinis fore, prout radius DA, ponitur diverſimode in ſuperficiem guttæ ABC, incidere; nunquam tamen majorem fore

Vide Fig. 10.

fore gr. 41. 36. Quare nec anguli CEF, & FEG, gr. 41. 36. ſuperabunt. Unde fit ut nulla gutta extrà Conum CEG refractos ſolis radios ad oculum E mittat, ſed illæ tantum quæ ſunt intrà conum, ita tamen ut quæ proximæ ſunt ſuperficiei Conicæ CEG plurimos radios ad oculum deferant; quo ipſo confinium inter guttas lucidas & obſcuras extra conum eò apparet evidentius, efficitque ut rotundus appareat circulus, qui integer videretur niſi terræ ſuperficies obſtaret; quo fit, ut ſummum dimidius circulus, ubi Sol horizonti proximus eſt, conſpici queat. Hæc vera Iridis eſt cauſa, quam unuſquiſque experientiæ convenire animadvertet, ſi ſphæram vitream aqua repletam tali poſitione ad oculum Solemque exponat, ac hæc ſphærula ABC poſita eſt. Quod ſi concipiamus circulum hunc ABC, eſſe ſectionem horizonti parallelam erecti cylindri, quorum maxima multitudo proximè ad horizontem ſupponenda eſt, & radium Solis horizontalis iiſdem cum refractionibus per illum tranſire, ac radius DABCE per rotundam guttam, ita ut efficiat angulum HCE, vel CEF ſummum gr. 41. 36. ſequitur ſimiliter nullum cylindrum extra angulum CEG, refractum Solis radium ad oculum E tranſmiſſurum; & illos qui proximi ſunt ſuperficiei ſuperiori plurimos jaculaturos radios: idcirco particula veluti Iridis in cylindris verſus C, & itidem verſus G conſpicietur, & arcus horizontis qui inter illas intercedit tot erit graduum, quot angulus CEG, hoc eſt, 83. grad. & hinc fiunt duo Parhelia, quæ multò lucidiora ſunt partibus Iridis, quia a cylindris producuntur, qui majorem ſplendorem, quam rotundæ guttæ tranſmittunt, ſicuti ſæpius antea dictum fuit. Et hæc quidem Sole in ipſo horizonte exiſtente.

§. 26. Sed quando ſuprà illum elevatus eſt, dico

duos Parhelios neceſſario fore conſpicuos in eodem albo circulo, in quo priores apparere oſtendimus. Quod ut fiat manifeſtum, ſit cylindrus, ABDC, perpendiculari ſitu in aëre ſuſpenſus, inque eum cadat Solis radius EF, qui ad F refractus occurrat intrinſecus ſuperficiei cylindricæ in G, unde reflexus eidem ſuperficiei occurrat in H, atque hic iterum refractus tendat extrà cylindrum ſecundum rectam HK; dico radios EF, HK, æqualibus angulis ad planum horizontis inclinatos eſſe.

Vide Fig. 11.

§. 27. Sciendum enim primò eſt, radium FG, reflexum in GH, ita ferri propter leges reflexionis ad angulos æquales quæ fit intus in ſuperficie cylindri, ut ductis per FG, GH, planis axi cylindri parallelis, eorum interſectiones cum ſuperficie cylindri faciant rectangula æquali altitudine latitudineque PAQC, ABDQ; atque radii FG, GH, lateribus horum rectangulorum occurrunt æquali angulorum inclinatione. Hæc enim facile demonſtrari poſſent, ſed attentè conſideranti per ſe ſatis clara ſunt. Cum itaque planè eodem modo, eademque inclinatione ſuperficiei cylindricæ intrinſecus occurrant radii GH, GF, niſi quod hic ſurſum, ille verò deorſum feratur, manifeſtum eſt, & refractos in FE, HK, ita tendere debere, ut pares angulos cum cylindri lateribus, PC, BD, conſtituant: eſt autem radii GF refractio ſecundum FE, ſiquidem ipſius EF refractio ponatur eſſe FG, ex propietate nempè refractionum in Dioptricis oſtenſa; æquales igitur eſſe debebunt anguli PFE, DHK. Jam verò prætereà ſi in plano baſeos cylindri DQC, qui ad horizontis planum uſque extenſus ſit, intelligatur recta CL ſubjacere directe radio FE; atque itidem DM radiò HK, conſtat & angulos QCL, QDM, æquales fore. Ex æqualitate

Vide Fig. 11.

au-

autem angulorum PFE, DHK, intelligitur etiam ad horizontis planum æqualiter inclinatos fore radios EF, HK; quamobrem lux Solis iſtis flexibus per cylindros aqueos in aëre pendentes tranſmiſſa non poterit ad oculum ſpectatoris pervenire, niſi ab illis cylindris, unde recta ad oculum ducta angulum ſuper horizontis plano fecerit altitudini Solis æqualem; hoc eſt, niſi ab illis qui & circulo albo, de quo ſuprà, materiam præbent. Atque ita liquet Parhelia bina hoc modo genita non niſi dicto circulo inſerta ſpectari poſſe.

§. 28. Ratio autem quare hi Parhelii certis in locis circuli albi conſpiciuntur, ſimilis planè eſt illi, quam ſuprà de Iride attulimus; ſi enim in præcedenti ſchemate, in plano baſeos cylindri rectam ducamus DN, itemque MO, parallelas LC, quæ dicta eſt radio EF ſubjacere, invenimus angulum MDN, ſive DMO, certam determinatam magnitudinem excedere non poſſe, quæ magnitudo anguli maximi diverſa eſt pro varia Solis altitudine: ex. gr. quando Sol ad 25 grad. elevatus eſt, angulus ad ſummum eſt gr. 33. 18. Cum vero multo plures radii in cylindrum incidentes ad hunc maximum angulum concurrant, quam ad minores, ſicuti in gutta Iridem efficiente dictum fuit; efficit hæc radiorum multitudo, ut Parhelii ad illum angulum ab utraque parte lineæ MO, videantur; ſi ergo angulum OMR, æqualem ſumimus OMD, in eodem plano baſeos cylindri, diſtantia duorum Parheliorum æqualis erit totali angulo DMR, plana enim verticalia ſuper rectis MD, MR, erecta per utrumque tranſeunt Parhelium; ita ut arcus horizontalis circuli, atque etiam arcus circuli albi horizonti paralleli iis planis intercepti, tot exacte ſit graduum, quot angulus DMR continet; dimidia ergo pars hujus anguli, hoc eſt, dimidia pars diſtantiæ ho-

rum binorum Parheliorum in albo circulo ſecundum varias Solis altitudines in ſequenti tabella exhibetur. Cujus conſtruendi ratio, quia prolixior eſt, ad finem hujus, uti & ſuperius traditarum relegatur.

Altit. Solis Gr.	*Ang. verticalium per Solem & Parhelium trans zenith.* Gr.	'
0	41.	30.
5	41.	8.
10	40.	14.
15	38.	36.
20	36.	16.
25	33.	18.
30	29.	36.
35	25.	16.
40	20.	12.
45	14.	40.
50	8.	44.
55	3.	6.
58	0.	32.

§. 29. Ubi verò ſecundum hanc tabellam binorum Parheliorum poſticorum phænomeni Romani diſtantiam examino, fuit illa circiter 60 grad. Nam cum poli altitudo ſit Romæ gr. 42: 2' fuit 20 Martii hora 3 pomeridiana, Solis altitudo circiter 30 graduum, quæ altitudo in hâc tabella nobis exhibet dimidiam diſtantiam 29. grad. 36. min. in Scheineri quidem ſchemate, prout in Gaſſendi libello exprimitur, Parheliorum diſtantia 90 grad. excedit: ſed diſtantiæ hujus menſura nec obſervata, nec annotata fuit: idcirco majorem diſtantiam, quam revera fuit, delineatam eſſe affirmare auſim; diſtantia enim duorum punctorum, quæ in cœlo apparent, eò major videtur quo horizonti ſunt propiora; ſicuti ſæpiſſimè ſtellæ plauſtri borei quando ad horizon-

rizontem accedunt, duplo magis a ſe invicem diſtare videbuntur quam quando puncto verticali ſunt propinquæ. Nec diſſimili ratione illis qui hæc duo Parhelia aſpiciebant diſtantia inter ea majorem viſa eſt habere proportionem ad arcum qui per verticem tranſiens amplitudinem circuli albi L M N K referebat, quam revera habebat. Quod in diſtantia Parheliorum K & N, non accidit, quia circuli D E, magnitudo nota erat, circiter 45 graduum. In quibuſdam autem ſequentium obſervationum hanc viſus fallaciam in diſtantia duorum talium Parheliorum clarius advertemus, ut & alibi. Qua eadem de cauſa quoque Solis diſcus ferè duplo major ad horizontem apparet, quam ubi eſt elevatior, ſimulque Iris videtur pars maximi circuli, cum tamen ad dimidiam circuli maximi amplitudinem non accedat.

Vide Fig. 5.

§. 30. Ut verò & cauſam ejus erroris paucis indicemus, hinc eum manare ſciendum eſt, quod Solem vel aliud quodcunque in cœlo corpus horizonti propinquum remotius ab oculo noſtro eſſe exiſtimemus, quam quando idem vertici appropinquat, quia ſcilicet res in aëre ſublimes cum multum ab horizonte abſunt, non magis a nobis diſtare imaginamur, quam nubes quæ ſupra verticem noſtrum volitant; cum contrà inter nos & illa quæ horizonti ſunt proxima magnum intercedere terræ ſpatium ſoleamus advertere, ad cujus extremum cœli convexum inchoari apparet; quod idcirco ſimul cum iis quæ in illo conſpiciuntur aſſueti ſumus concipere a nobis multo remotius. Jam verò quando duo corpora æqualis magnitudinis, eodem viſionis angulo comprehenduntur, illud quod remotius exiſtimamus ſemper majus judicamus. Quæ vera cauſa eſt hujus, quam diximus, deceptionis.

§. 31. Ad Parhelia verò ut revertamur, haud prætereundum quod in hac obſervatione alba dicantur apparuiſſe, cum contrà colorata eſſe debuiſſent, quia eidem cauſæ & refractioni cui Iris, originem ſuam debent, & in cylindro noſtro vitreo aqua repleto colorata videntur. Illud autem eadem ratione eveniſſe credendum, qua & Coronæ aliquando albæ apparent, quando ſunt debiliores lumine; quod etiam accidit Parheliis quæ a Solis latere fulgent; ut ex accurata obſervatione Sam. Kechelii inferius inſerenda, videre eſt; in quà Parhelium c, quod altero minus lucidum erat, dicitur è flavo candidum fuiſſe, qui color convenit cum argenteo, qui in noſtris hiſce Parheliis obſervatus fuit; nempè flavus, atque albicans color quem cylindri ſuprà dictis refractionibus ejaculantur, cum rubro longè ſit ſplendidior, fieri neceſſe eſt, cum rarior Parheliis materia ſuppetit, ut prius hic quam ille videri deſinat; atque ita lux ſine colorum tinctura in Parheliis ſuperſit. Quod autem & colorati aliquando hi poſtici Parhelii conſpiciantur, comprobat obſervatio Anglica, petita ex hiſtoria Matth. Paris cum cæteris inferius cernenda, ubi narrantur præter Solem verum, apparuiſſe in circulo magno cryſtallini coloris quatuor Soles adulterini rubei coloris, ex quibus duos fuiſſe poſticos, figura manifeſtum facit, etſi forte vitio alioqui non carens.

Vide Fig. 20.

Vide Fig. 21.

§. 32. Ex hac cylindrorum raritate fortaſſe etiam contingit ut in pluribus obſervationibus hi Parhelii omnino viſi non fuerint, cum tamen apparuerit circulus albus; ſicuti in phænomeno Romano Anni 1630. & in illo Hevelii Anni 1661. 20. Februarii, ut & in aliis in quibus Parhelii propter nimis languidum lumen animadverſi non ſunt. Poteſt tamen alia hujus rei cauſa afferri; ſi ſcilicet in poſtica circuli albi parte, cylindri

opa-

opaci in aqueorum medio nimis craſſi fuerint, & idcirco radiis hæc Parhelia producturis per cylindros tranſitum non conceſſerint. Reperio enim, Sole ad 25. gr. elevato, ſi diameter cylindri opaci ad totalem aqueum majorem rationem habuerit, quam 590, ad 1000, nulla Parhelia poſtica conſpicua fore. In phænomeno ergo Romano, anni 1630. ubi Sol adhuc altior, ſcilicet 28 grad. fuit; ſi ſoli cylindri, qui Parhelia O & P producunt verſus poſticas circuli albi partes fuiſſent, alii verò cylindri, quibus Parhelia lateralia M & N originem debent, eò uſque ſe non extenderent; nequaquam Parhelii in poſtica circuli albi parte apparere potuiſſent; cum in his cylindris, proportio cylindruli opaci ad totalem fuerit circiter, ut 624 ad 1000; ſimiliter in obſervatione Hevelii, ubi 6 apparuerunt Parhelia, Solis altitudine gr. 25. ſi cylindri qui Parhelia E & D, non verò illi, qui lateralia B & C conſtituunt, poſticam circuli partem occupaſſent, multum abfuiſſet, ut Parhelia poſtica apparere potuiſſent. Diameter enim nucleorum in illis cylindris fuit circiter partium 714, qualium Diameter cylindri aquei circumambientis 1000.

Vide Fig. 16.

Vide Fig.

§. 33. Jam igitur partes omnes phænomeni prioris, quod Romæ obſervatum fuit, explicuimus; omnium in eo Parheliorum, nec non & circulorum cauſis ad cylindros ſemigelatos relatis, partim quidem erecto ſitu pendentes, partim verò inordinatè volitantes; quæ cauſæ exactè adeò phænomenis conſentientes, ſibique invicem connexæ, non parum ubique ſeſe mutuò confirmant, adeo ut veras eſſe, haudquaquam ambigi poſſevideatur.

§. 34. Circulorum ergo, atque Parheliorum, quæ in Phænomeno Romano Anni 1629. apparuerunt, cauſas ad erectos vel inordinate volitantes cylindros retulimus, & nihil prætereà in ulla hujus Phænomeni parte

reperitur, quod non exactè hypotheſi noſtræ quadret. Quod verò Parhelia poſtica ad ſphæricam magis figuram, quam duo lateralia acceſſerint, accidit; quia, etiamſi nonnulli ex cylindris arcus LM circuli albi, illi nempè qui non longè diſtant ab L & M radios quidem refractos ad oculum mittunt, longe tamen pauciores ſunt quam qui ab his qui in L & M progrediuntur. Quam ob rem hæc Parhelia, ſicuti lateralia, caudis lucidis in longum non extenduntur; prætereà refractiones, quæ in poſterioribus fiunt cylindris, æquabiliorem ordinem ſervant, quia radiorum curſus cylindri opaci objectu non terminatur, ſed leges tantum a politiſſima cylindri aquei ſuperficie accipit: cylindri enim opaci non ſunt accurate æquales in omnibus cylindris juxta ſe invicem pendentibus, ex quo ambitus lacunoſi nec permanentes Parheliorum lateralium oriuntur; caudæ porrò Parhelii N reciprocatio facta eſt, quia nunc plures, nunc pauciores cylindri eo ferebantur; qua ratione etiam intelligitur quare Corona DEF, nunc integra a parte inferiori, nunc aperta fuerit; & quare Parhelium K lucidius factum fuerit, N jam ad defectum vergente.

Vide Fig. 5.

§. 35. Inſpiciamus porrò & Hevelianam obſervationem 20. Februarii, Anni 1661. in qua plures Soles, pluresque circuli, & in utriſque aliqui diverſo a præcedentibus ſitu notantur: quorum cauſa, cum nec in erecto ſitu pendentibus, nec in confuſè volitantibus cylindris inveniatur, (cylindrus enim noſter vitreus undique circumlatus, nihil, præterquam quod, in ſuprà dicto Romano phænomeno exſtiterit, prodit) aliud quid prætereà in aëre acciderit neceſſe eſt; quod tamen oſtendam nihil aliud fuiſſe quam certam poſitionem cylindrorum, quam nondum conſideravimus: ſed primò Phænomenon ipſius Hevelii verbis, ſimilique figura repræſentemus.

Septem

Septem Soles Gedani Obſervati.

Anno Chriſtiano 1661, *die Solis*, 20 *Febr. St. n. hor. ferè undecimâ*, *Sole circa meridiem conſtituto*, *ac Cœlo undique ſudo*, *ſeptem ſimul Soles*, *partim albicantes*, *partim diverſicolores*, *quibuſdam caudis longiſſimis à Sole averſis*, *ſubinde reciprocantibus*, *quibuſdam albicantibus crucibus*, *in diverſis circulis*, *clariſſimè apparuerunt*; *& quidem hâc omninò facie*, *atque ordine*. 1. *Solem genuinum* A, 25. *gr. circ. altum*, *circulus penè integer* 45. *gr.*, *variis coloribus*, *purpureo videlicet*, *rubicundo & flavo*, *inſtar iridis inſignitus*, GBIC *circumdabat*, *cujus limbus inferior vix gr.* 2. 36 *ab horiz. elevabatur*. 2. *Ab utroque latere*, *ad* B *&* C, *occaſum ortumque versùs*, *duo Pſeudo-Soles variegati*, *inprimis Solem versùs*, *longiſſimis ſpiſſiſque caudis*, *ſed albicantibus*, *& in mucronem terminantibus*, *videbantur*. 3. *Alius circulus* YXHVZ *longè major*, 90. *gr. propemodùm quoad diametrum*, *Solem & priorem circulum minorem* GBIC *ambiebat*, *ad ipſum horizontem ſeſe exporrigens*. *A ſuperiore parte*, *coloribus admodum erat conſpicuus*, *ad latera verò aliquantò triſtior*, *& tenuior*. 4. *In ſummitate utriuſque dicti circuli duo arcus inverſi*, *itidem diverſicolores elegantiſſimi & lucidiſſimi*, *ex puncto Zenith tanquam centro*, *ad* G *&* H *deſcripti conſpiciebantur* : *illius inferioris arcus* QGR, *diameter* 90. *gr. erat*; *alterius verò ſuperioris & minoris* THS 45. *gr. In medio inferioris arcus ad* G, *ubi cum circulo* BGC *concurrebat*, *alius pſeudo-Sol emicuit*, *ſed colore*, *& lumine obtuſiori*, *ac debiliori*. 5. *Ingens circulus prioribus multo amplior*, *unicolor*, *albicans*, *horizonti parallelus*, *ſive à finitore undique* 25. *gr. ferè æquidiſtans* BEFDC, *magnitudine* 130. *gr. quoad diametrum*, *ex ipſis pſeudo-Solibus collateralibus* B, C *ortum quaſi trahens*, *deprehenſus eſt*. *In quo inſuper tres parelii*, *colore omninò argenteo*, *ſeu albe-*

Hevelius in appendice Mercurii in Sole viſi pag. 174. Rariſſima obſervatio Parheliorum.

Vide Fig. 12.

Magnitudo circulorum & arcuum.

 ſcente

Quot gradibus albeſcentes pſeudo-Soles à genuino diſtiterint.

ſcente affulgebant: in D *ad Orientem gr. 90. propemodum à Sole genuino remotus, eorum unus, in occidente ad* E *alter, tertius verò* F *in ſeptentrione, planè in veri Solis oppoſitione extabat; omnes ſimilis coloris & ſplendoris. Per pſeudo-Soles autem* D *&* E*, orientalem & occidentalem, aliæ ſectiones cujuſdam circuli maximi, per Polum Eclipticæ* K*, ad ipſum horizontem uſque* P *&* N*, atque per circulum horizonti parallelum ad angulos obliquos, per Eclipticam verò ad angulos rectos incidentes, cruceſque albicantes ibidem diſtinctè referentes, conſpeximus. Adeò ut ſeptem Soles ſimul clarè admodùm obſervarentur; imò, ſi citiùs hocce phænomenum ex edito loco advertiſſem, non dubito quin duos præterea Parhelios ad* H *&* I*, atque ſic numero novem deprehendiſſem: aderant enim ibidem ejuſmodi veſtigia, unde id haud malè colligi poterat.*

Duæ cruces Colore argenteæ.

Quandiu phænomenum hocce ſeſe ſpectandum præbuerit.

Duravit autem inſigne & jucundiſſimum hocce phænomenum ab hor. fere 10. 30′. *ad hor.* 11. 51′. *Verùm non eadem facie toto durationis tempore continenter affulgebat, ſed paullatim aliam atque aliam induebat formam. Initiò, circa undecimam, dictâ quidem ſpecie notabatur, poſtmodum autem pedetentim degenerabat. Primo pſeudo-Sol* F *Septentrionalis, cum portione ſui circuli evanuit; reliqui Parhelii cum ſuis arcubus integri ad hor.* 11. 10′. *perſeverabant. Deinde, Pſeudo-Sol orientalis; poſtea occidentalis, cum utrâque cruce extinguebantur. Rursùs, paullò poſt bini Parhelii collaterales* D *&* C *immutabantur, modò alter altero erat lumine clarior, & colore diſtinctior, modò obtuſior & obſcurior. Hor. namque* 11. 18′. *Parhelius occidentalis* B *valde erat conſpicuus, evaneſcente contrà orientali* C*. Rursùs hor.* 11. 24′. *Orientalis perquàm clarus extitit; ſic ut hor.* 11. 40′. *diſtinctè adhuc cerneretur, occidentali interim penitùs diſparente; ut ut hic perpetuo orientali longiorem ferè caudam præ ſe tuliſſet. Sæpius*

Quomodo degeneraverit.

piùs enim mucronem 30, gr. nonnunquam 90, gr. ad ipſum pſeudo-Solem E *exporrigebat, at orientalis* C *caudam ſuam vix ſupra 20. gr. extendebat. Hor.* 11. 30′, *circulus maximus verticalis* YXHVZ *diſſipatus eſt. Inverſi verò arcus* H & G, *ſimul cum duobus illis Parheliis* B & C *ad finem uſque ſubſiſtebant.*

Caudarum longitudo.

Ipſam delineationem, quod attinet, melioris intellectûs gratiâ, ita ſpectandam exhibuimus, adinſtar Fixarum in globo artificiali extantium; acſi extra ſphæram conſiſteremus: eâ enim ratione longè diſtinctiùs, & clariùs adumbrantur omnia. Interea tamen locus obſervationis fuit ſub puncto Zenith circiter, intra circulum horiz. parallelum: hincque genuinus Sol nobis in Meridie, alter pſeudo-Sol F *in Septentrione, & reliqui* E & D *ad latera conſpiciebantur. Quod ſi autem aliquantò clariùs hocce rariſſimum phænomenum Tibi ob oculos poni deſideras; deſcribe ex Sole* A *(in globo nempe artificiali) in 2. gr. Piſcium tunc conſtituto, & quidem ad noſtram Elevationem Poli Dantiſcanam, radio* 22½ *gr. primùm circulum* GBIC; *deinde, radio* 45. *gr. circulum* YXHVZ; 3. *Circulum* NEKDP, *per duos albeſcentes pſeudo-Soles, à Sole* 90. *gr. diſtantes, tranſientem radio* 90. *gr.* 4. *Ex puncto Zenith radio* 22½. *gr. rursùs arcum* THS. 5. *Ex eodem Centro radio* 90. *gr. arcum* QGR. *Denique Circulum* BEFDC *horizonti parallelum radio* 65. *gr. Re ſic peractâ, luculentiſſimè patebit, omnium circulorum pulcherrima harmonia atque Symmetria; ſic ut inde eò faciliùs cauſſas naturales omnium Parheliorum, & Paraſelenarum penetrandi, annuente Deo, dabitur occaſio.*

Quâ ratione hos Parhelios Autor delineaverit.

Genuinus modus exprimendi Parhelios.

§. 36. In hoc phænomeno, non ſecus ac in Romano, apparent, circulus magnus coloris albi, Parhelia lateralia B, C, & Corona BGCI, quæ omnia originem ſuam cylindrulis in ſitu perpendiculari poſitis debent, uti ſuprà oſtendimus; ut & Parhelia E & D, cum arcubus

Vide Fig. 12.

HE, PD, per ea tranſeuntibus, ob rationes §. 21. & 22. allatas, qui arcus partes ſunt circuli ex Sole, A, quo & reliqui duo deſcripti. Ex illis autem, quæ §. 23. & 34. dicta ſunt, perſpicuum eſt, quare hic circulus verſus ſuperiora interruptus apparuerit. Quî autem fieri potuerit ut Parhelia poſtica non apparerent, §. 32. explicuimus. Diſtantia porrò inter Solem A, & Parhelia E, & D, intrà grad. 88. 48′. fuiſſe debuit. Nam cum Sol ad altitudinem 25. grad. pervenit, lateralia Parhelia Coronæ ulterius conſpici non poſſunt; quando autem ad hanc extremam pervenerunt diſtantiam, debiles admodum & languidi videri debent, reſpectu duorum aliorum B, & C. Quare & albi tantum in hoc phænomeno apparuerunt, ut & arcus EH, DP, ſecundum ea quæ habentur §. 31. Circulus EHY, vel a granis rotundis, vel a confusè volitantibus cylindris productus eſt; qua de re ſuprà §. 20. vel tandem etiam ab alia cauſa, de qua poſteà §. 41.

Vide Fig. 12. §. 37. Sed præcipuè hic nobis inquirenda eſt cauſa arcuum THS, QGR, & Parheliorum G, & H, in illis apparentium: Nam de Parhelio F, Soli vero è diametro oppoſito nondum hoc loco inquiremus, ſed poſtremo omnium. Diximus ſuprà halitus infernè ſurſum tendentes, venti inſtar, cylindros ſuſtinere, qui ventus ad cylindrorum productionem, & eorumdem ſitum perpendicularem multum confert. Jam verò præter hunc cylindrorum ſitum adhuc alium invenio, quem plurimi affectare debent, ut ſcilicet ſuis lateribus telluris plano paralleli hæreant. Hoc enim revera ita ſe habere experimenta quædam edocent. Nam ſi cylindruli efformentur, qui vel per aquam, vel per aërem leniori motu deorſum ferantur; ferme ſemper tranſverſo ſitu decident, quando ſcilicet, eò pervenerunt, ut celeritas

eorum

eorum amplius non augeatur. Quod ſi aqua, vel aër, per quem decidunt hi cylindri, eadem ſurſum tenderet velocitate, qua illi deorſum feruntur, exactè referrent cylindros ſemiaqueos, qui ab aëre ſuſtinentur; ita ut nulla dubitandi ſit ratio, quin multi cylindri huic ſeſe ſitui accommodent; immò ex ſuprà dictis experimentis inferendum eſſet, illos ferè omnes tranſverſo, & vix paucos perpendiculari hæſuros ſitu; ſed perpendendum eſt, nos ea quæ natura in ætherea regione perficit perfectè imitari non poſſe: perpendicularem enim cylindrorum ſitum abundè teſtantur ea quæ tam clarè ab his produci demonſtravimus.

§. 38. Dico igitur arcus inverſos atque coloratos, ut hic QGR, & THS conſpici a cylindris, quorum axes omnes, non quidem inter ſe, ſed terræ tamen plano paralleli ſunt. Quod ut intelligatur, ponamus maximum numerum cylindrorum promiſcue inter ſe jacentium, quorum axes verſus qualemcunque horizontis plagam, veluti Eurum, Notum, Euro-notum, Africum, & quæcunque inter ea puncta diriguntur. Dein conſideremus, ad hos arcus efficiendos, non aliter ac ad lateralia Parhelia producenda, Solis radios geminata refractione per cylindros tranſire. Sole ergo ex. gr. verſus Auſtrum poſito, arcuum partes, quæ ſunt juxta Solem, ut hic H & G, formantur in cylindris, quorum axes ad orientem, & occidentem vergunt; hoc eſt, in iis, in quorum latera Solis radii perpendiculariter incidunt; notum quippe ex præcedentibus ex omnibus cylindris, nullos, quam quorum axes hoc modo poſiti ſunt, propiores Soli, Solares radios ad oculum tranſmiſſuros; quod ut faciant illi, quorum axes aliter ſunt diſpoſiti, ſuperioribus remotiores a Sole ut ſint, requiri, cum Sol ſuprà planum baſeos illorum elevatus ſit; ſicuti patet ex tabella quam

Vide Fig. 12.

§. 17.

§. 17. exhibuimus; atque ita porrò in ſingularum poſitionum cylindris fieri neceſſe eſt, ut quo magis ab orientali & occidentali poſitione diſtent, eò remotiores arcuum partes, (ſi nempè a medio incipiamus) efficiant. Horum verò arcuum figuram curiosè inveſtigans, hoc invenio diſcrimen; ubi nempè Sol horizonti incumbit, inverſi arcus qui circulos alterum 45. gr. alterum vero 90. gr. tangunt ſimiles ſunt arcubus figuræ VI. Tab. IV. minor autem duorum cornuum figuram exhibet, & color ruber Soli ſemper eſt obverſus. Eadem autem figura exhibet etiam arcus, Sole ad 10, 20, 30, 40, gr. ſupra Horizontem elevato. Ex quibus patet arcus, in medio quidem, circuli portioni ſimiles eſſe, ſed verſus extrema in contrariam inflecti partem; verum cum cylindri qui medium arcum producunt, directius, uti diximus, a Sole illuſtrantur, remotiores vero obliquius, non mirum eſt, plerumque mediam tantum horum arcuum partem utpote lucidiorem apparere.

Vide Fig. 12. §. 39. Parhelia autem quæ exacte in horum arcuum medio conſpiciuntur, ut hic in e, nihil aliud ſunt, quam in prædictis arcubus pars omnium lucidiſſima; idcirco hæc Parhelia nunquam omnino diſtincta, vel ſuprà partes arcuum vicinas valde lucida apparent; ſicuti Hevelius in omnibus id genus imaginibus quas obſervavit nempè duo Parhelia, cum una Paraſelene, annotavit obſcuriores, obtuſiores, & luce debiliori fuiſſe. Notat quoque in H, dubium fuiſſe Parhelium; cauſa autem quare pars media a reliquo arcu nonnihil diſtincta appareat, vel hæc eſſe poteſt; nempè, quod in aëre magna copia inveniatur jacentium quidem ſed breviorum cylindrorum, qui idcircò parum vel nihil cylindricæ ſuperficiei retinent, ſed inſtar oblongæ ſphæroidis

roidis efformati ſunt; præterea videmus Hevelianis obſervationibus plane conſentire, quod quo Sol, vel Luna, ut & Corona magis ſuprà horizontem elevata ſunt, eò arcus inverſi planiores videantur. Nam in ejus obſervatione Paraſelenarum, in qua Luna 26. vel 27. grad. ſuprà horizontem elevabatur, arcus primæ Coronæ fuit pars circuli admodum magni; ſicuti etiam in Phænomeno 7. Solium; ſed in illo 6. Aprilis & 17. Decembris A. 1660. in quo Solis vel Lunæ altitudo 12. vel 13. gr. tantum fuit, hi arcus longe minorum circulorum partes fuerunt. Verum quidem eſt, ſuperiora horum arcuum in Heveliana obſervatione minora repræſentari, quam calculus noſter requirit; ſed hoc fit, quia arcus tam altè ſuprà horizontem conſpicui neceſſario viſum decipiunt, ita ut partes longe minoris circuli, quam revera ſunt, eſſe videantur. Ex iis enim quæ §. 29. diximus, liquet eundem circulum vertici noſtro imminentem dimidia tantum magnitudine apparere, quam qua ad horizontem videretur: quod ſimiliter in arcuum partibus locum habet.

§. 40. Arcus autem, qui ſecundum hypotheſin noſtram inferiori interioris Coronæ parti adhærere deberent, in duabus Hevelii obſervationibus, altera 30. Martii A. 1660. altera verò 7. Solium, obſervari potuiſſent, immò quodammodo, certe in ultima, apparuerunt; dicit enim, *Parhelii veſtigium in* I viſum fuiſſe; ſed defectu materiæ, quæ raro ſeſe eòuſque extendit, debilis tantum fuit ſplendor.

§. 41. Porrò figuras arcuum prædictas inveniendi ratio eſt hujuſmodi; in ſphæra aliqua A B C, deſcribatur polo B, circulus maximus A D C, qui horizontem referat; deinde verticalis per Solem tranſiens B D, poſito nempè Solem eſſe in E, ita ut arcus D E, ſit tot par- Vide Fig. 13.

 tium,

tium, quot erat in obſervatione altitudo Solis; ſi igitur arcum inverſum qui minorem Coronam tangit invenire velimus, ſumantur arcus E F, E G, in verticali B E D, 22. grad. erunt puncta F & G, ſuperiores & inferiores Coronæ partes, & ſimul puncta media inverſorum arcuum, quos quærimus. Ut reliqua porro inveniamus puncta, quæ quæri debent in cylindris vario ſitu diſpoſitis; conſideremus multos jacentes cylindros, quorum baſeos planum ſit parallelum alicui verticali circulo, ut M B, cui circulus ducatur parallelus per Solem H E K. Si in memoriam nobis revocemus, ea quæ ſuprà demonſtravimus, de cylindrulis perpendiculari ſitu pendentibus; & ſi circulum M B, horizontem eſſe nobis fingamus, in cujus centro N ſpectator collocatus ſit, & parallelum H E K concipiamus eſſe circulum album per Solem tranſeuntem; erit arcus H M, Solis altitudo ſupra horizontem M B, ut & altitudo Solis, ſuprà planum baſeos horum cylindrorum, de quibus hic agitur, eorum enim baſes parallelas circulo M B, ſuppoſuimus. Quibus ita ſeſe habentibus, conſtat in circulo H E K, puncta tantum K, & L, eſſe ſumenda, ubi Parhelia lateralia in cylindris conſpici deberent; quod ex tabula §. 17. exhibita, non arduum eſt: ſit enim Ex. gr. arcus H M qui hic fingitur Solis eſſe altitudo ſupra cylindrorum baſes, 30. grad. tabula oſtendit arcus E K, E L, ſingulos grad. 28, 48′ eſſe: quibus binis punctis K, & L, ita cognitis, novimus ſimul duo quæſita puncta, alterum in arcu inverſo inferiori, alterum verò in ſuperiori: & eodem ritu tot hujuſmodi puncta inveniri poſſunt, ut tandem arcuum flexus manifeſti fiant: & eadem prorſus obſervanda ſunt, ad inveniendos arcus inverſos qui majorem tangunt circulum: priuſquam autem ab hujus phænomeni conſideratione digrediamur,

no-

notetur cauſam circuli ZHY etiam ab his jacentibus cylindris eſſe potuiſſe, quam ſupra §. 36. ad cylindrulos confuſe volitantes, vel grana rotunda ſemiliquata retulimus: nempè ſicuti §. 21; quomodo cylindri ad perpendiculum erecti Coronam producere valeant, oſtendimus, ſic idem hi jacentes efficient, cum eorum extremitates veluti in ſemiſphæras, vel ſemiellipſes deſinant: imo veriſimile eſt rem hîc ita accidiſſe, cum videamus circulum ZHY, ab utraque parte ex Parhelio H, progredi, idemque & in aliis Parheliis fieri animadverſuri ſimus; hoc enim ſignificare videtur, eoſdem jacentes cylindros, & hos circulos & arcus inverſos producere. Vide Fig. 11.

§. 42. Quibus intellectis, nihil admodum quod remorari nos poſſit in Scheineri altera obſervatione anni 1630. reperiemus, in quo 6. Soles effulſere, quodque cum cæteris infrà exhibebimus. Animadvertendum tantum Parhelia O, & P in interſectionibus Coronæ majoris, & circuli albi apparuiſſe; eò quod erecti cylindri materia hujus Coronæ fuerint, ſecundum ſuperius oſtenſa §. 21. verum tamen cum & Parhelius ſuperior R in eadem Corona notetur, potuit ſuperior Coronæ pars, ex jacentibus quoque cylindris conſtitui, ut modo dictum. Trans Parhelium Q verò, arcum inverſum non eſſe notatum, cauſa fortaſſe fuerit, quod parum utrimque extenſus fuerit, ideoque a Corona ZQβ, non ſatis recedere viſus: nam in iſta Solis altitudine grad. $28\frac{1}{2}$, valdè parum ſurſum curvatur arcus hic, quippe quem jam in altitudine Solis 27. grad. admodum planum fieri vidimus; de duplici denique circulo interiori, qui hic cernitur, cauſam attulimus §. 22. Vide Fig. 16.

§. 43. Porro autem & alia tria phænomena Heveliana, nempè quæ 30. Martii & 6. Aprilis & 17. Decembris obſervavit, cauſas manifeſtas habent ex antè dictis; Vide Fig. 17. 18. 19.

niſi quod in poſtremo horum crux albicans viſa eſt, è trabibus binis, tranſverſa rectaque, in ipſo Lunæ diſco ſeſe interſecantibus. Hujus verò cauſa in ipſis illis cylindris erectis tranſverſiſque, qui ad Paraſelenas, circuloſque efficiendos in aëre pependere, ſponte ſeſe offert; primo namque trabs tranſverſa nihil aliud fuit, quam pars circuli magni albi, qui & per Solem tranſire ſolet, de quo §. 13. qui quo minus ſemper una cum Parheliis, aut Paraſelenis lateralibus appareat, vel raritate materiæ fit, hoc eſt, cylindrulorum erectorum, vel ipſorum luminum Solis, aut Lunæ fulgore vehementiore, ſicut jam ſuprà monui §. 14.

§ 44. Trabs autem altera, quæ horizonti perpendiculariter inſiſtebat, producta fuit a reflexione radiorum Lunarium a jacentibus cylindrulis, qui etiam arcus inverſos hic effecerunt, ſicuti anteà diximus. Cum verò horum cylindrorum latera & axes terræ plano, non autem ſibi invicem ſint paralleli, ſequitur neceſſariò, Sole tam parum elevato, ut hic fuit, (fuit enim tantum 12. grad.) magnam multitudinem eorum, qui ab horizonte uſque ad certam ſupra Solem diſtantiam conſpiciuntur, punctum quod lumen ad oculum reflectit habere in perpendiculari hac trabe; quæ proximè ad Solem utrinque arctiſſima erit, & perfectius terminata quam alibi, & pars inferior inter Solem ſcilicet, & horizontem perfectior, quam illa quæ aliquantum ſuprà Solem conſpicitur, ubi neceſſario dilatatur & evaneſcit. Quæ omnia in hoc phænomeno ita ſeſe habuiſſe figura indicare videtur. Hoc unum deeſt, nempè quod ex dicta cylindrorum reflexione hæc trabs erecta, non tam concinnè terminari potuerit ac figura exigere videtur; quia in multis jacentium cylindrorum punctum quod lumen reflectit etiam extra hanc trabem conſpicitur,

tur, ſed in longe paucioribus quam in ipſa trabe. Figura autem ſuperiori prorſus ſimili demonſtrari poteſt, hanc trabem lumine illuſtrem fore. Cum enim, ſicuti ſuprà dictum fuit, ADC, ſit horizon, E, Sol, cujus altitudo, hoc eſt, arcus verticalis circuli ED, 12. ſit grad. & aliquis verticalis circulus BM, qui ſupponitur parallelus baſibus certæ portionis jacentium cylindrorum, & circulus HEK, parallelus ipſi BM, circulus HEK erit ille in quo ſpectator in N, collocatus, tantum lumen dictæ cylindrorum portionis animadvertere poteſt; pariter etiam quælibet portio cylindrorum aliter directa circulum ſuum lucidum habet, qui per Solem E, ad horizontem uſque ſe extendit; ſicut autem hic circulus KEH, partibus Soli E vicinis, propè ad Solis verticalem accedit, idem etiam facit aliorum magna quantitas, quod efficit ut lucida veluti columna ad verticalem BD, in qua Sol conſpicitur, appareat. Quanto autem humilior Sol erit, tantò lucidior & magis conſpicua erit columna, tunc enim intrà anguſtius ſpatium plures ex dictis lucidis circulis coguntur, & ſimul major multitudo cylindrorum inter nos, ac Solem interjicitur, quam quando Sol altè ſuprà horizontem ſublatus eſt. Vide Fig. 13.

§. 45. Ad eandem cauſam referri poſſet meteori genus a *Chriſtophoro Rothmanno* obſervatum *Caſſellis* 2. Januarii Anni 1586. quod ita deſcribit. *Apparebat primò antequam Sol oriretur in aurora, (erat enim cælum circa horizontem clarum) columna erecta ad amuſſim in circulo verticali; latitudine ubique tanta, quanta apparebat diameter Solis, incendium alicujus pagi ultrà montes dixiſſes, ſi vidiſſes. Erat enim prorſus ſpecie ignea tanquam flamma, niſi quod ubique ejuſdem eſſet ſpiſſitudinis; paulò poſt oriebatur in illa columna idolum Solis, non aliter atque ſi eſſet Sol verus. Vix digitus de hoc idolo adhuc ſub* Vide deſcriptionem ejus de Cometa anni 1585.

horizonte latebat, cum in eadem columna oriretur Sol verus, quem eodem modo ſubſequebatur aliud idolum, permanebatque columna hæc cum tribus ſuis continuè ſe contingentibus Solibus, ut ita dicam, ſemper erecta in circulo verticali, ut quadrans oſtendebat; erantque Soles hi ejuſdem formæ, niſi quod intermedius & verus reliquos fulgore antecelleret, durabantque cum ea columna ad quadrantem ferè horæ, donec nubes nigra a vertice ſuperveniens eos obtegeret.

Huic autem phænomeno jacentium cylindrorum reflexio cauſam præbuit; niſi potius propter Solis imagines, exiſtimandum ſit magnam hic cylindrulorum ad perpendiculum erectorum copiam exſtitiſſe, quorum extremitatibus planæ adhæſerunt ſtellulæ, quales *Carteſius* deciduas obſervavit. Hi enim etiamſi ſeorſim per aërem volitantes (ſic enim illos ſuppono) ab aura ſurſum tendente ſuſpenſi ut plurimum erectam poſitionem ſervare debent, qua & geniti ſunt, nec tamen adeò accuratè quin ſæpe pauxillo ab illa declinent. Hæ ergo lamellæ ſtellatæ totidem parva ſpecula plana ſunt, a quibus radii Solares ad angulos æquales reflectuntur, ita ut pars columnæ ſuperior ſimul cum Parhelio in illa fulgente, reflexione ab inferioribus baſibus cylindrorum viſa ſit, inferius verò Parhelium cum parte columnæ inferiore, reflexione a baſibus ſuperioribus. Dixi autem illos non ita accurate in ſitu perpendiculari permanere, quin nonnulli paululum, gradu puta uno; vel altero, inclinent; ſi enim erecti manerent, & baſes planæ ac horizonti parallelæ eſſent, nulla radiorum ſolarium reflexio a baſibus oculum verſus fieret.

Reliqua deſunt.

Ta-

Tabellarum, quarum mentio fit §. 17. & §. 28. conſtructio his fundamentis nititur.

Sit cylindrus ſemigelatus, cujus axis BXN *ad horizontem perpendiculariter erectus, & cujus interior circumferentia ſit glaciati nuclei, exterior circumfuſæ aquæ, illiuſque diameter, ad diametrum totius cylindri habeat rationem datam. In hunc cylindrum incidat radius Solis* EF, *qui in* FG *refractus tangat interiorem nucleum, & ex puncto* F *erigatur recta* DC *in ſuperficie cylindri; per quam planum ducatur* IDCP, *quod tangat cylindrum in recta* DC *& huic perpendiculare aliud intelligatur planum ductum per* FE *quodque in plano* IDCP *communem ſectionem faciat* IFQ. *Erit ergo in eodem hoc plano radius refractus* FG, *& triangula* EFI, GFQ, *poſitis ſcilicet* FE, FG *æqualibus, &* EI, GQ *normalibus in planum* IDCQ. *Hinc rectæ* QC *&* ID *tangent baſes cylindri in punctis* C, D, *& ducta recta* GC *tanget in plano* ADCG *interiorem nucleum. Ducatur denique planum per* FE, FD, *quod faciat in plano baſium cylindri rectas* GK, DE, *ducaturque recta* MNO *per centrum baſeos parallela* CK; CK *autem producatur donec axi occurrat in* R, *& ex* R *per* G *ducatur recta* RGL, *erit ex dictis* §. 16. *angulus* GMN *ſive* LRT, *angulus, quo laterales Parhelii a Sole diſtant. Eſt autem angulus* EFS, *ducta recta* XFS *normali in planum* IDCQ, *ſive* IEF *angulus incidentiæ radii* EF, *& angulus* XFG *ſive* FGQ *angulus refractionis, adeoque* IF *ad* FQ, *ſive* DF *ad* FC *erit ratio refractionis. Angulus autem* FED, *cum* DE *ſit in plano Horizontali, eſt angulus elevationis Solis ſupra Horizontem, ideoque cognitus.* Vide Fig. 14.

Radius ergo EF = FG, *ſit* a.

FD *ſinus anguli altitudinis Solis ſupra Horizontem ſit* b.

Sinus anguli NCG, *qui datur ex ratione ſemiaxis cylindri totius ad ſemiaxem nuclei ſit*, d.

Ratio refractionis radii ex aere in aquam tranſeuntis ſit, ut e *ad* f.

Cum ergo DF *ſit* b, *&* DF *ad* FC *ut* e *ad* f *erit* FC $\frac{fb}{e}$, *& hinc* GC $\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}$. *Sed ut radius* a *ad ſinum anguli* NCG d, *ita* GC *ad* CQ, *propter angulos* NCG, CGQ *æquales & angulum* GQC *rectum. Erit itaque* CQ $\frac{d}{a}\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$ *Cumque propter ſimilia triangula* DFI, CFQ, CQ *ad* DI *ſit, ut* CF *ad* FD, *ſive ut* f *ad* e *erit* DI, $\frac{de}{af}\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$. *eſt autem porro, ut* DE, $\sqrt{aa-bb}$ *ad* DI, *ita radius* a *ad ſinum anguli* DEI *ſive* CKP, $\frac{de\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}}{f\sqrt{aa-bb}}$ *Datur ergo angulus* CKP, *qui æqualis eſt angulo* NCR, *a quo igitur ſi dematur angulus* NCG *reſtabit angulus* RCG, *cujus duplus eſt quæſitus angulus* LRT *æqualis* NMG.

Hinc autem manifeſtum eſt, ſinum anguli CKP *ad ſinum anguli* NCG *fore, ut* $e\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$ *ad* $f\sqrt{aa-bb}$, *ſive in ratione compoſita ex* GC *ad* DE *ſive* GC *ad* KC *& ex ratione refractionis* e *ad* f. *quæ itaque ratio ſinuum* CKP *ad* NCG *alia & alia erit pro varia Solis altitudine.*

Poſtica Parhelia quod ſpectat, cum ea oriantur, ex iis quæ §. 25. *&* §. 28. *dicta ſunt, iiſdem de cauſis quibus Iris, eadem quoque ratione eorum diſtantia determinabitur, qua Iridis diameter; hoc ſolo diſcrimine, quod pro refractionis ratione ea ſumenda ſit, quæ ad datam Solis altitudinem proxime inventa fuit.*

Vide Fig 15. *Si ergo ponatur radius Solis* DA, *qui incidens in ſphæram*

ram ABC, *refringatur in* AB, *dein reflexus in* BC, & *iterum refractus in* C *pergat verſus oculum in* E *faciens cum recta* CH *parallela radio* DA, *angulum* HCE *omnium maximum, quem radii Solis ita per Sphæram tranſeuntes ad oculum cum* HC *facere poſſunt, non arduum erit ex iis, quæ de Iride demonſtrata ſunt, deducere, angulum* HCE *duplum fore anguli* BGI. *Eſt enim propter lineas* AB, BC *æquales & æquales angulos* GCB, GAB, *angulus* ECQ *æqualis* GAP, & ECM *æqualis* BAP. *Eſt autem* MCH *æqualis* ARB *& ideo* ECH *æqualis ang.* ARB - *ang.* BAR, *hoc eſt, angulo* ABC - 2 *ang.* BAR. *Erit ergo angulus* ECH *duplus ang.* ABG - BAR *ſive anguli* ABG - BSG *hoc eſt, duplus anguli* BGI, *qui idcirco erit quoque maximus. Quod ſi porro quæratur radius* DA *qui faciat maximum angulum* BGI, *docebit calculus; fore* AL *ſinum arcus* AN, $\frac{a}{n}\frac{\sqrt{4nn\ mm}}{\sqrt{3}}$ *& idcirco* GK, $\frac{a}{m}\frac{\sqrt{4nn\ mm}}{\sqrt{3}}$ *ſi nimirum radius circuli* AG *vocetur* a, *& ratio refractionis, quæ hic obtinet, ponatur ut* m *ad* n. Vide Fig. 15.

Quod ut exemplo illuſtretur, ſit altitudo Solis 25 *gr. ratio refractionis* e *ad* f *ſit, ut* 250 *ad* 187. *erit* Vide Fig. 14.

Logarithmus ſinus 25 *gr.*	9.62594
Logarith. $\frac{e}{f}$	0.12610
Logarith. $\frac{f}{e}b$	9.49984
Hujus ſinus compl. $\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}$ *Logarith.*	9.97713
Logarith. ſinus compl. 25 *gr.* $\sqrt{aa-bb}$	9.95727
Logarith. $\frac{\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}}{\sqrt{aa-bb}}$	0.01986
Logarith. $\frac{e}{f}$	12610.

Logarith. $\dfrac{\frac{e}{f}\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}}{\sqrt{aa-bb}}$ 0. 14596, *qui eſt Logarithmus refractionis in data Solis altitudine.*

Si ergo ponatur ratio cylindri glaciati ad aqueum ut 1000. *ad* 473. *erit angulus* NCG *gr.* 28: 14′ *ejuſque ſinus Logarithm.* 9. 67492

Hinc Logarith. ſinus anguli CKP *ſive* NCR 9. 82088. *qui eſt Log. ſinus anguli gr.* 41. 27′, *a quo ſi dematur angulus* NCG *gr.* 28. 14′ *reſtat angulus* GCR *gr.* 13. 13′, *cujus duplus eſt quæſitus angulus* NMG *ſive* MRT, *gr.* 26. 26′. *diſtantia Parhelii lateralis a Sole. Si vero ex data refractionis ratione, radius* CG *poſt refractionem fiat ipſa tangens* CP, *ut ſcilicet* CK *in* CP *cadat, erit ille radius* CG *extremus ex illis, qui refractione extra cylindrum prodire poſſunt. Unde ſequitur, ſi*

a Logarithmo anguli recti 10. 00000

tollatur Logarithm. rationis refractionis inventæ. 0. 14596

reſiduum 9. 85404 *fore*

Logarithmum ſinus anguli NCG, *qui idcirco eſt gr.* 45. 36′, *certe minor gr.* 45. 37′. *cujus complementum ad rectum eſt angulus* GCQ, *idem hoc in caſu cum* GCR, *gr.* 44. 24′. *cujus ergo duplus* MRT = GMN *gr.* 88. 48′. *eſt diſtantia Parhelii lateralis a Sole maxima, in hac ſcilicet altitudine* 25. *gr. Ex eo autem, quod angulus* NCG *eſt gr.* 45. 36′. *ſequitur qualium partium radius totius cylindri eſt* 1000, *talium partium ſinum anguli* NCG *ſive radium nuclei gelati fore* 714, *certe minorem* 715.

Ut nunc porro media diſtantia poſticorum Parheliorum in-

inveniatur erit in hac altitudine gr. 25. *Logarithm. refractionis* $\frac{m}{n}$. 0.14596

Logarithm. radii a. 10.00000

Logarith. $\frac{am}{n}$. 10.14596

Logarith. numeri 2. 0.30103 Vide Fig. 15.

Logarithm. $\frac{am}{2n}$. 9.84493

Sinus compl. hujus arcus $\sqrt{aa-\frac{2amz}{4nn}}$ *ſive*

$\frac{a}{2n}\sqrt{4nn-mz}$, *Logarith.* 9.85398

Logarithm. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 0.06247

Logarithm. $\frac{a}{n}\frac{\sqrt{4nn-mz}}{\sqrt{3}}$ 9.91645

qui eſt Logarithm. ſinus arcus AN *gr.* 55. 35′.

Logarithm. $\frac{m}{n}$ 0.14596

Logarithm. $\frac{a}{m}\frac{\sqrt{4nn-mz}}{\sqrt{3}}$ 9.77049

Logarith. GK *ſinus arcus gr.* 36. 7′. *Hujus ergo duplus gr.* 72. 14′, *erit æqualis arcui* AN+BI

& hinc ſubductus arcus AN, *gr.* 55. 35

reſtabit arcus BI 16. 39

& hujus duplus 33. 18 *æqualis erit angulo* HCE *qui dimidiam Parheliorum poſticorum diſtantiam metitur.*

Ex quibus manifeſtum eſt, cum ſinus anguli gr. 36. 7′. *paulo minor ſit quam partium* 590, *qualium radius cylindri eſt* 1000, *radium* DA *gr.* 55, 35′, *non poſſe nucleum, ſi ejus ſemidiameter ſit major* 590 *partibus, aut tangere aut prætercurrere, adeoque in hac radiorum proportione, ad datam altitudinem Solis gr.* 25, *nullos fore poſticos Parhelios.*

NARRATIO

Obſervationis Halonis ſive Coronæ circa Solem factæ Pariſiis, in Bibliotheca Regia, 12. Maji A. 1667. hora 9. matutina, ſimul cum Diſſertatione de cauſa, & origine horum Meteororum, & Parheliorum.

Diameter hujus Coronæ ſive Halonis, quæ quam accuratiſſime obſervata fuit, inventa eſt 44. graduum, & latitudo Limbi ejus ½ gradus præterpropter. Partes ſuperiores & inferiores exhibebant admodum vividum colorem rubrum & flavum, quibus tamen præſertim in ſuperiori parte aliquantulum purpurei erat immixtum; Ruber color erat in interiori parte Coronæ. Reliquæ partes ſubalbidæ tantum & parum lucidæ apparebant. Spatium intrà coronam comprehenſum paululum tenebricoſius erat, præcipuè verſus partes magis coloratas, eo, quod undique Coronam cingebat. Apparebat prætereà pars quædam majoris circuli qui ſuperiorem Coronæ partem tangebat, & cujus extrema verſus inferiora vergebant, ſicuti fig. I. id nobis exponit. Quæ pars circuli iiſdem, quibus Corona, coloribus ſed dilutioribus ſplendebat. Altitudo Solis initio obſervationis erat circiter graduum 47. Albicantes nubeculæ per aërem ſparſæ, colorem cæruleum cæli nonnihil infuſcabant, & Solem qui lucebat, ac ſi Eclipſin pateretur, obſcurabant. Aſperum erat pro anni tempeſtate cælum, & ferebatur ſuperiore nocte gelaviſſe. Hæc Corona eadem planè ſpecie, & colorum ſplendore ſeſe exhibuit, ab hora 9 matutina, qua obſervationis initium

fa-

factum fuit, uſque ad horam circiter ſeſqui-decimam; deinde verò magis magiſque debilitata eſt uſque ad horam 2. pomeridianam qua ceſſavit; ita tamen ut paulum plus luminis recuperaverit aliquanto prius, antequam diſpareret.

Hujus Phænomeni obſervatio D. Hugenium impulit, ut ſocietati Regiæ, quæ illic loci congregatur proponeret illa, quæ antè aliquot annos meditatus erat, de cauſa non tantum harum Coronarum, ſed etiam Parheliorum, qui ad hoc uſque tempus, a multis ut prodigia, & ſigna futurorum mirabilium eventuum habiti ſunt. Quod coronas attinet, dicit illas produci a parvis granis rotundis factis ex glacie, cujus partes exteriores ſint pellucidæ, interiores vero (inſtar nivis tenuiſſimæ) opacæ, ita ut glacies pellucida opacam eodem modo convolvat, ac ceraſum nucleus; quod videri poteſt fig. 2. ubi A A, nobis hujus grani figuram exhibet & B nucleum, ſive partem opacam. Figura autem vero grano multo major facta eſt, ut res facilius intelligi queat. Retulit prætereà obſervationes eorum qui grandinem hoc modo efformatam viderunt; inter quas fuit illa, quam *Carteſius*, in tractatu *de Meteoris* proponit; & explicuit porro quomodo quædam horum granorum per aërem inter nos & ſolem volitantium, cum minus remota ſunt ab axe qui a ſole ad oculum noſtrum progreditur, quam ad certum angulum, impediant neceſſariò quo-minus radii in illa incidentes uſque ad oculum perveniant, quia opacus ille nucleus poſt quodlibet granum efficit ſpatium figuræ Conicæ MNO, in fig. 2. intra quod quando oculus ſpectatoris collocatus eſt, ſolem per illud granum videre nequit, quem videbit alibi poſitus, ut in P.

Ut autem diſtinctius perciperetur effectus horum gra-

norum in aëre ſuſpenſorum fig. 3. Tab. IV. delineavit, in qua B, eſt locus oculi: BA, eſt axis qui ab oculo ad ſolem pertingit: C, M, F, ſunt glaciei grana cum nucleo, qui illa dimidia ſui parte opaca facit. Inter quæ cum granum C, ſit in axe BA, & lineæ CK, LH, ſint radii ſolis axi quam proximi, quibus Nuclei opacitas tranſitum non impedit, certiſſimum eſt, non tantum granum C nullum radium Solis verſus B tranſmiſſurum; ſed etiam, ſi ſuperficiem concipimus coni, cujus vertex ſit in oculo, & ejus latera BD, BE, parallela radiis CK, LH, omnia grana MM, quæ intra hanc ſuperficiem continentur nullum ſimiliter tranſmiſſura radium verſus oculum, qui neceſſario intra conum granorum umbroſum continetur; ſed illa grana quæ ſunt ultra illam ſuperficiem, ſicut FF, nonnullis radiis tranſitum concedent verſus oculum, utpote qui poſitus eſt extrà granorum illorum umbroſum conum.

Unde ſequitur angulum hujuſce Coni DBE, illum eſſe qui coronæ diametrum conſtituit, qui pendet a proportione quam nucleus grani habet ad partem ejus pellucidam; ſi enim diameter coronæ eſt graduum 44. qualis in pleriſque coronis obſervatur, craſſities grani opaci erit ad craſſitiem pellucidi, ut 40. ad 19. quam tamen proportionem non ſemper cenſet eandem, imo hujus varietatem efficere, ut nonnunquam plures videantur Coronæ circa ſe invicem poſitæ, quæ omnes Solem in centro habeant.

Addidit intellectu facile eſſe, quare Halones ſive Coronæ figura ſemper gaudeant rotunda, ſive Sol minus ſive magis ſupra horizontem eſſet elevatus; nec etiam difficilius eſſe cauſam afferre colorum, quæ hic eadem eſt ac in vitreis Priſmatibus triangularibus, ſicuti liquet ex lineis tangentibus AC, ductis ad granum A, ad puncta

ᵭa per quæ radius Solis DA, intrat, & egreditur. Patere etiam, cur color rubeus ſit in interiori Coronæ circumferentia: & denique quare ſpatium quod comprehendit, præcipuè verſus partes vividioribus coloribus tinᵭas, tenebricoſius aëre coronam ambiente appareat; quia nempè ibi maxima eſt copia granorum, quæ, dum nullum Solis radium ad oculos tranſmittunt, aërem obſcurant, ſicuti faciunt aquæ guttæ cum pluit.

Erraſſe Carteſium, cum harum coronarum cauſas explicare voluit, eo quod nullas habuerit obſervationes, in quibus hæc ultima circumſtantia accuratè relata fuerat. Dicit enim aërem intrà coronam ambiente magis luminoſum eſſe, ad cujus rei explicationem quædam grana ſupponit omnino pellucida Lentium inſtar: quæ hypotheſis nequaquam vera eſſe poteſt, cum ex hac contraria iis quæ obſervantur, deducat; præterquam quod non conveniat rotunditati Coronæ in omnibus Solis altitudinibus, quod facilè demonſtrari poſſet.

Non moratus eſt in inquirendis cauſis horum granorum ſemiopacorum, quia brevi tractatum, in quo fuſius hac de re aget, publici juris eſt facturus, in quo etiam exponere rationes conabitur, quare nucleus opacus, cum grano pellucido, quod illum circumdat, quaſdam determinatas proportiones, potius quam alias, ſervat. Quod vero attinet arcum majoris circuli, qui tangebat ſuperiora coronæ, quæ noviſſimè obſervata fuit 12 Maji, ut & quod colores ibi, ſicut etiam verſus inferiora vividiores erant, quam in aliis circuli partibus; dixit, hæc effeᵭa non produci a granis, de quibus paulò antè locutus fuerat, ſed ab alia cauſa, quæ etiam inſervit produᵭioni Parheliorum, & circulorum, qui illis ferè ſemper conjunᵭi ſunt.

De quibus circulis & Parheliis dixit, præter grana ro-

rotunda ſemi-opaca, in aëre etiam parvos cylindros ejuſdem generis formari; quales ſe quoſdam obſervaſſe *Carteſius* in tractatu de *Meteoris* aſſeverat, non quidem quod nucleos opacos continerent, verum nihil obſtare quin eadem cauſa quæ in granis rotundis locum habet, illos quoque in cylindris efformet; ſuppoſitis itaque ejus figuræ, qualem fig. 4. Tab. IV. nobis ob oculos ponit, granis glaciei oblongis & ad extremitates rotundatis, & in quibus nucleus contineatur ejuſdem figuræ; ex diverſis horum diſpoſitionibus, omnia parheliorum, & eos comitantium circulorum phænomena, neceſſariò ſequentur.

Primò enim, ſi pars horum cylindrorum ad perpendiculum erecta ſit, quem ſitum habuiſſe cum producerentur veriſimile admodum videtur, neceſſe eſt ut in cœlo appareat magnus circulus albus, horizonti parallelus, per Solem tranſiens, & ejuſdem præterpropter cum illo aſtro latitudinis; ſicut apparuit in Phænomeno Romæ obſervato A. 1629. de quo Carteſius & Gaſſendus ſcripſerunt, & quod Fig. 5. Tab. IV. oculis ſubjicitur. Hic autem circulus LKNM, fit reflexione radiorum Solarium a ſuperficie horum cylindrulorum; cum facilè demonſtrari queat, nullos cylindros Solis radios ad oculos reflexuros, niſi qui ſuprà horizontem ad eundem cum Sole angulum elevati ſint; unde evidentiſſime ſequitur circulum appariturum album ubique ejuſdem cum Sole altitudinis, adeoque parallelum horizonti; quod ſi præterea conſideremus pelluciditatem horum cylindrulorum ad perpendiculum erectorum, eorumque nucleos opacos, facile patebit illos circuli albi cylindrulos, qui ad determinatum angulum a Sole ſunt remoti, radios tranſmittere ad oculos noſtros, ſicut de granis rotundis ſemi-opacis ſuprà dictum fuit.

Hi

Hi autem ſunt cylindruli qui ab utraque Solis parte Parhelium in magno circulo albo exhibent, ſicuti apparuit in obſervatione facta Romæ, ubi deſignantur litteris K & N; & in multis aliis. Hi Parhelii perſæpe caudas habent lucidas, quia cylindri, qui primos hos, qui parhelios efficiunt, ſequuntur & magis a Sole diſtant quibuſdam etiam radiis verſus oculum noſtrum tranſitum concedunt, ita ut hæ caudæ ad longitudinem 20 graduum, imò ad majorem accedere poſſint. Hi Parhelii variis ſemper coloribus ſunt inſigniti, quia originem ſuam, haud ſecus ac coronæ, refractioni debent. Vide Fig. V. Tab. IV.

Prætereà duæ aliæ ſunt Solis imagines, productæ ab his cylindris perpendicularibus, quæ ita in magno circulo albo ſunt diſpoſitæ, ut ſpectator verum Solem aſpiciens, illas a tergo habeat; uti in ſchemate obſervationis Romanæ, videri poſſunt Parhelii deſignati litteris L & M. Hi fiunt a duabus refractionibus & una reflexione per hos cylindros, eodem prorſus ritu quo Iris per pluviæ guttas, ſicut Carteſius explicuit, ita ut nuclei opaci nihil conferant ad hos duos Soles producendos, imo ſi nimium ſunt craſſi impediunt potius quominus videantur.

Quo autem Sol magis vel minus altus eſt, eo hi duo Parhelii magis vel minus ad ſe invicem accedunt, cujus rei veras menſuras in tractatu de Parheliis exponet. Hi autem non aliter ac Iris variis diſtinguentur coloribus, quales nonnunquam apparuerunt, niſi quando debiliores ſunt, & albi videntur, ſicut coronæ, ubi minus vividis coloribus ſunt tinctæ.

Poſtremò iidem cylindri ad perpendiculum in aëre ſuſpenſi Coronam circa Solem conficere poſſunt, propter rotunditatem extremitatum; quæ efficit ut cum a Sole ad quendam angulum ab omni parte diſtent, inci-

piant radios ad ſpectatoris oculos tranſmittere. Hæ autem veriſimiliter ſunt coronæ, quæ ferme ſemper tranſire videntur per duos Parhelios, qui ad latera veri Solis apparent; ſicuti Corona G K N I, in phænomeno Romano.

Alius etiam horum cylindrulorum eſt ſitus valde notabilis, illorum ſcilicet, qui ita ſunt poſiti ut eorum axes plano horizontis ſint quidem paralleli, diverſas tamen cœli plagas ſine ullo ordine reſpiciant inſtar acuum, quæ confuſe in terram projectæ eſſent. Qualis ſitus horizontalis maximè convenit his cylindricis corporibus, ſuffultis halitibus a terra aſcendentibus; ſicuti experientia id oſtendit in corporibus talis figuræ, quibus liberum per aërem deſcenſum permittimus.

Ex his cylindris fiunt arcus, qui Coronarum ſuperiores & inferiores tangunt partes, quales fuerunt in phænomeno Romæ obſervato A. 1630. quod a Scheinero deſcribitur in epiſtola ad Gaſſendum, & ſimiliter in omnibus aliis, quæ *Hevelius* retulit verſus finem libelli, quem appellavit, *Mercurium in Sole.*

Arcus autem qui ſuper Corona nuperrimè Pariſiis obſervata apparuit, ejuſdem fuit generis. Horum arcuum figura varia eſt, ſecundum varias Solis altitudines, & prout Coronarum Diametri majores minoreſque ſunt. Quando enim Sol horizonti eſt proximus, arcus hic ſuperius Coronam 44. graduum tangens, duo veluti cornua exhibebit; qualia in Fig. 6. Tab. IV. ſunt A B, A C; ſed quando Sol altius, altiuſque aſcendit, hæc cornua magis magiſque deprimuntur, & efficiunt arcus quales videre eſt eadem Fig. 6. ubi altitudo Solis adſcripta eſt arcui quem efficit, cujus rei demonſtrationes, ad tractatum de Parheliis, de quo ſupra locuti ſumus, rejectæ ſunt.

Cum

Cum verò partes ubi hi arcus Coronas attingunt, magis luminoſæ & coloratæ ſint cæteris, hinc fit ut exiſtimemus illic Parhelios eſſe.

Ratio autem propter quam hi arcus plerumque Coronas attingunt eſt, quod iidem cylindri jacentes qui arcum efficiunt, etiam per eorum extrema rotunda & pellucida Coronas producunt, ſicut de cylindris ſitu perpendiculari erectis dictum fuit. Corona autem poſtremò Pariſiis viſa, formata fuit a cylindris jacentibus. Quod eò etiam confirmatur, quod in ſuperiori, & inferiori parte lucidior erat, quam in reliquis; quod neceſſariò accidit in Corona ab his cylindris ita poſitis producta; cum contrà illa, quæ a granis fit rotundis, ubique æquali lumine lucere debeat.

Præterea in iiſdem cylindris horizonti parallelis, invenimus cauſas crucis albæ, obſervatæ cum Paraſelenis ab *Hevelio*, quam exponit in fine libelli *Mercurii in Sole*, quem ſuprà memoravimus. Pars enim illa crucis, quæ perpendiculariter alteri inſiſtit, producitur a reflexione radiorum Lunæ a ſuperficie horum cylindrorum, ſicut altera pars horizonti parallela à reflexione cylindrorum ad perpendiculum erectorum, qui magnum circulum album, cujus eſt pars, efficiunt. Luna tamen haud multum ſupra horizontem elevata eſſe debet, ut cylindri jacentes hoc efficere poſſint, & accuratè obſervandum erit ſi quando tale Phænomenum apparebit, an pars erecta non fiat arctior ubi per Lunam tranſit quam alibi, & præcipuè verſus ſuperiora, ubi dilatari debet, & evaneſcere.

Præter cylindros ad perpendiculum erectos, & horizonti parallelos, dantur ſæpe quamplurimi, qui per aërem in omni ſitus varietate diſperſi ſunt; & hi non ſecus ac grana rotunda Coronam circa Solem efficient,

 imò

imò vividiorem quam grana, quia unuſquiſque cylindrus plures radios ad oculum noſtrum tranſmittit, quam unaquæque harum ſphærularum. Corona autem interior DEF, in Phænomeno Romano, a talibus cylindris formari potuit.

Quod verò attinet Parhelios, qui nonnunquam e diametro vero Soli oppoſiti apparent, qualem invenimus in obſervatione *Hevelii* facta 20. Februarii Anni 1661. ſe nec in granis rotundis, nec in cylindricis, cauſam, ait, invenire potuiſſe, quare hi Parhelii ſemper neceſſario invenirentur in circulo albo magno horizonti parallelo; imo ſi illud omnibus obſervationibus confirmaretur, cauſam aliunde eſſe quærendam; exiſtimare tamen ſe, illud tantum fortuitò contingere; quo poſito ratio horum Parheliorum reddi poteſt eadem ex hypotheſi, qua explicantur cauſæ Anthelii quem Hevelius 6. Septembris Anni 1661. obſervavit, ubi è regione Solis, duo erant arcus circuli colorati, ſe mutuò interſecantes, qui locus interſectionis erat ille falſi Solis. Qui etſi in figura *Hevelii* repræſentetur, quaſi ejuſdem altitudinis cum verò Sole fuiſſet, revera tamen fuit altior 15. grad. vel amplius, uti poſteà ipſe confeſſus eſt. Ita ut ſi magnus circulus albus fuiſſet in hoc Phænomeno, Parhelius minimè in illo fuiſſet.

Ad horum Solium generationem, ſupponit multitudinem parvorum cylindrorum cum nucleis, ut ſuperiores, opacis, qui per aërem ferebantur nec ad perpendiculum, nec paralleli horizonti, ſed certo angulo ferè ſemirecto ad planum horizontis inclinati; ad quod præcipuè apti erant cylindri, quos *Carteſius* decidentes de cælo vidit, qui ſtellati ad utramque extremitatem erant; ſicuti experientia liquebit, ſi cylindros talis figuræ, qualem videmus Fig. 7. per aërem, vel aquam de-

demittamus. In his cylindrulis inveniri poteſt, ſecundum calculum, qui in tractatu de Parheliis inſtituetur, non tantum cauſa Antheliorum, qui a duorum circulorum interſectione efficiuntur, ſicut in fig. 8. ſed etiam aliorum quorundam arcuum, & virgarum minus frequentium, quæ nonnunquam propè Solem apparent; de quibus tamen hactenus certi nihil affirmari poteſt, cum accuratæ, & fide dignæ obſervationes deſint; ſed ut ad oculum varios hos cylindrorum effectus oſtenderet Hugenius, cylindrum ſecum attulit ex vitro confectum, pedali longitudine, ejus figuræ quam videre eſt Fig. 4. Tab. IV. Nuclei opaci in medio officium præſtabat, cylindrus ligneus, & reliquum ſpatium aqua repletum erat, loco glaciei pellucidæ. Quo cylindro Soli expoſito, oculoque debito in ſitu collocato, apparebant ſucceſſivè omnes reflexiones & refractiones de quibus ſermo factus eſt: unde haud difficile concludi poterat, quod ſi magnus talium cylindrorum numerus licet hoc vitreo incomparabiliter minorum in aëre hærerent, atque diverſos, quos ſuppoſuimus, ſitus obtinerent, omnia phænomena Parheliorum, & comitum circulorum inde neceſſario ſecutura; optandum quidem eſſet, ad firmandam certius veritatem hypotheſeos, ut eo, quo Parhelii obſervantur, tempore hi cylindruli verſus humum delapſi videri poſſent; ſed oſtendit haud facile hoc fieri poſſe, quia exhalationes quæ tunc temporis è terra cœlum verſus aſcendunt, & efficiunt ut figuram obtineant cylindricam, faciunt etiam ut penſiles in aëre hæreant. His addidit; minimè mirum videri debere; parvula grandinis grana ab exhalationibus ſuſtineri poſſe, quæ rarefiendo, & verſus ſuperiora pergendo, ſatis motus ad id efficiendum habere poterant. Hoc autem facilius multò concipi, quam eoſdem halitus

 litus

litus ſuſtinere poſſe ingentem, & grandem glaciei circulum, qualem *Carteſius* ad explicandas cauſas Parheliorum, & magni circuli albi phænomeni Romani, ſuppoſuit. In qua hypotheſi hæ præterea difficultates ſunt obſervandæ, nullam ſcilicet inveniri rationem, quare circulus albus, ſicuti ſemper obſervatur, per Solem neceſſario tranſeat, illumque ſequatur altitudine licet ejus mutata, etſi hoc phænomenum ſubinde per horas tres, quatuorve duret. Deinde eundem circulum album, è glacie confectum ſpectatoribus a ſe invicem valdè remotis, rotundum apparere non poſſe, atque per Solem tranſeuntem, uti revera tamen fit: prætereà quando Parhelii obſervantur, minimè videri illam nubem rotundam circulo glaciei circumdatam, quæ craſſitie ſua ſpectatoribus cœli partem occultaret, quod è contrario ferme plane ſerenum apparet, præter nubeculas quaſdam, quas locum immutare ſuum videre poſſumus, dum magnus circulus, & Parhelii eidem inhærent loco. Poſtremò ſecundum hanc hypotheſin tantum fortuitò accidere ut Parhelii, qui ad latera Solis apparent, ſint in interſectionibus Coronæ & magni circuli albi, quod tamen ſemper obſervatur, & oſtendit clariſſimè cauſas Coronarum & Parheliorum, parum abs ſe invicem differre, contrà ſententiam *Carteſii.*

OB-

OBSERVATIO
SCHEINERI anno 1630.

Gaſſendus viſo rudi ſchemate Parheliorum anno 1630. obſervatorum à Scheinero, accuratiorem ab ipſo deſcriptionem petit. Epiſt. pag. 43. tom. 6. & tandem ſic inquit.

Quia vereor tamen ne videar parum conſiderate agere, rogo te ſaltem, ut exprimas (quod meminiſſe haud dubie potes) quemadmodum Irides illæ affectæ fuerint inter ſe. Videlicèt non ſatis capio, an majores minoribus concentricæ fuerint, & an majores ita ſeſe in vertice interſecuerint ut portiones, quæ deſinunt in verticali deſcripto intelligi debeant protenſæ ad horizontem verſus Boream? (quo caſu Irides debuiſſent videri longè ſolitis majores, imò penè arcus eorum circulorum qui magni in ſphæra dicuntur.) An potius duo illa crura quæ ad horizontem uſque depreſſa fuere, repræſentarint unum quendam & continuum ſemicirculum? portiones autem crurium quæ ad verticem fuerint quaſi arcus unus circuli alterius inferiorem contingentis, uti apparet, dum ſpeculum, aquamve extremam arcu quodam contingimus. Non capio item an quæ dicuntur Irides minores ſeſe furſum deorſumque ſubingreſſæ mutuo fuerint, an contigerint, an ſecuerint; an, quod probabilius videtur æquidiſtantes undique fuerint; an Sol demùm (qui ad eas partes) vel in nodo vel in contactu vel in interſtitio apparue-

rit.

rit. Non ſum, inquam, adeo acutus ut iſta ex ſola figuræ inſpectione pervideam. &c.

Reſpondet his Scheinerus pag. 401, ejuſdem tom. 6. operum Gaſſendi.

Cum qua etiam adjungo exemplar Parheliorum anno præterito (1630.) obſervatorum, eorumque explicationem petitam ſubnecto; quanquam ſatis ambigo, horum an eorum Parheliorum quæ anno 1629. obſervavi, quæque tu commentariis tuis illuſtraſti explicationem deſideres; ſed utut ſit, quicquid de uno idem fere de altero dicatur: ad ſingula igitur venio. Diagramma ad te manu exaratum recte perlatum eſt, quià Romæ illud typis nunquam commiſi. Iridum Solem proximè ambientium diametri fuere grad. 45. plus minus: remotiorum in impreſſo O R P grad. 95. & 20. min. circiter. Colores ut Iridum Solarium primarum, puniceus vel ruber Soli proximus: reliqui ordine & more ſolito. Omnium iſtorum arcuum craſſitudo ſeu latitudo æqualis & eadem, Solari tamen Diametro minor quaſi tertia parte, prout ſchemata recte docent: quanquam inficias non iverim circulum lacteum horizonti parallelum reliquis arcubus aliquanto fuiſſe latiorem. Cujus diameter apparens ſecundum Solis altitudinem in ſphæra metienda eſt, juxta rationem circulorum in ſphæra maximis minorum: Parhelia anni 1629. ſatis videntur explicata in tranſmiſſa charta, anni vero 1630. ita ſe habuere. Duo quidem M & N ſatis vivacia a altera duo O & P minus vegeta extitere; M & N qua parte Solem reſpiciebant rubore purpureo, averſa colore candido fulgebant; O & R tota alba. Omnium iſtarum ima-

Vide Fig. 16.

imaginum durationes erant differentes. Nam imago P debiliter & raro emicuit obliterata ante omnes, nubibus ibidem craſſiuſculis conglobatis. Imago O & illa debilis ſed tamen ſatis ſtabilis, diuque hæſit. Duæ laterales M & N per 3. horas conſtanter viſæ: elanguente tamen & poſt multas conflictationes extincto prius Sole fictitio M; alter autem N ultra horam ſuperſtes fuit, neque ultimum ipſius obitum egreſſus domo animadvertere potui, certus ipſum cum Sole genuino diu ſolum inceſſiſſe, neque nubibus neque vaporibus aut halitibus, inſtar aliorum, oppreſſum. Tandem tamen inſecutis pluviolis, & ipſe comparere deſiit. Vide Fig. 16.

Igitur ſi initium cum fine obſervationis conferamus reperiemus minimum horas $4\frac{1}{2}$: cum autem ad initium animadverſi phænomeni jam omnia in pleno curſu ſeſe ſtiterint, facile mihi perſuadeo ad quinque aut plures horas totam durationem perveniſſe.

Parhelia in plano verticali Q & R ubi ſeſe arcus Iridum vel interſecant, vel everſo ſitu prope verticem in plano verticali per oculi F & Solis G centra tranſeunte contingunt, ſplendoris vehementia qua viſum feriunt, aliis quandoque cedunt, quandoque præcellunt, figura & candore ordinarie ſuccumbunt neque figuram eadem magnitudine neque picturam ſimili ſemper elegantia diſpenſant, ſed modo augent modo minuunt pro varia nimirum Solis G agentis, & materiæ Q atque R patientis temperie. Unde hæc Parhelia in perpetua propemodum lucta, atque lucis colorumque fluctuatione verſantur. Prima fere & poſtrema in Parheliis viſuntur, quanquam in hac apparentia imago Solis N, ultimas tenuit partes, prout ex induſtria obſervavi; diſtantia ſive altitudo jubaris Q ſupra horizontem, tempore primæ obſervationis fuit 49. gr. 40. min. Jubaris

R, 76. gr. 10. min. Solis altitudo 28. gr. 30. min: unde diſtantia ipſius Q a Sole in circulo verticali fuit 21. gr. 10. min. At vero ipſius R diſtantia a Sole fuit 47. gr. 40. min. tempore antemeridiano quo primam obſervationem peregi. Initio harum obſervationum ventus boreas erat, ſed ſenſim in orientalem tandemque meridianum mutatus, pluvias non tamen magnas nec diuturnas cauſavit: diebus ſubſecutis penè quatuordecim cœlum quotidie ſemivapidum apparuit & quotidie ante prandium Sol novos filios creare conatus eſt, irrito tamen ſucceſſu, ex defectu ſcilicet vel materiæ vel debitæ diſpoſitionis. Vidi enim in circulo verticali initia Parheliorum manifeſta per ſat longa temporis intervalla; vidi etiam Solium lateralium manifeſtas reciprocationes. Iris ORP videtur fuiſſe portio una arcus circularis, ideoque ſemicirculus Soli concentricus tametſi juxta θ & κ horizontem AB non penitus attigerit; fueruntque portiones Oκ, & Pθ, extenſionis inconſtantis, modo longioris modo brevioris. Arcus ZQαβQγδεζ, ſolem proxime ambientes, oſtentabant quidem viſui unum quaſi quendam ambitum circularem confuſum, non æquabiliter latum, neque conſtanter ſibi ſimilem, ſed perenni quaſi fluctuatione exundantem atque varium: revera tamen, ex arcubus in ſchemate expreſſis conflabatur, quemadmodum ex inſtituto obſervationibus accuratiſſimis obſervavi. Cornua HRC videntur eſſe ſegmentum ſemicirculi minoris majorem ORP ſitu contrario contingentis in communi nodo R. Arcus Iridum ZQα, βQγ in nodo Q ſeſe interſecant, ibique Parhelium Q efficiunt. Soles duo N & M enati ſunt in communibus nodis ſeu interſectionibus M & N, quas facit iris ζδε cum circulo lacteo ONMP. Cœli pars ſeptentrionalis purgatior fuit auſtrali, quæ tenuibus &

viſco-

viſcoſis vaporibus obſeſſa huic apparentiæ occaſionem & materiem majorem ſubminiſtravit. Atque hæc ſunt quæ ad tua quæſita reponenda occurrerunt modo. *In opuſculo de Parheliis plura* fortaſſis ad guſtum tuum promentur; delectavit me admodum tuus eruditus ille ſuper Parhelia mea commentarius; manum certe & calamum accuratiorem haud expecto, & gaudeo adumbrationibus meis tantum Apellem ſuperveniſſe; *ad guſtum meum faciunt, omnia quæ de geneſi*, natura & ſignificatu hujus phænomeni diſputas, uti ex meo tractatu ſatis perſpicies, &c.

HEVELII OBSERVATIONES.

Anno 1660. die 30. Martii mane conſpectæ GEDANI.

Initiò, horâ primâ poſt mediam noctem, Lunam A *integer circulus albicans* BCDE *circundabat, in quo ad Lunæ latera binæ Pſeudo-Lunæ* B *&* D, *ſeu paraſelenæ diverſi coloris, albicantibus longiſſimis, ſubinde autem reciprocantibus radiis videbantur; illa ad ſiniſtram, caudam femur Serpentarii; hæc verò ad dextram, Jovem versùs exporrigebat: ut ex priore appoſito ſchemate liquet. Paulò poſt, horâ ſcilicet ſecundâ, alius major circulus, ad ipſum horizontem ſeſe extendens, minorem ambiebat. In utriuſque vertice deinde colorati arcus, inſtar inverſæ Iridis, naſcebantur: inferior* C *ſectio erat majoris, ſuperior verò, in quâ Arcturus clarè affulgebat, minoris circuli. Quod egregium ſpectaculum per tres integras penè horas duravit: primùm exterrimus maximus iſte circulus albicans, deinceps arcus inverſus major variegatus* C, *denique minor ſuperior* F, *& ultimò interior circulus* BCDE *penitùs evanuit. Dia-* Vide Fig. 17.

meter hujus interioris circuli, nec non arcûs ſuperioris erat 45. grad.; majoris verò circuli, & inferioris arcus 90. grad.

Anno 1660. die 6. April. hor. 5. 30. veſp.

Vide Fig. 18. *Solem ad occaſum vergentem, arcus circuli diverſis picti coloribus, ad inſtar Iridis coronabant, in quibus ad utrumque ſcilicet latus duo pſeudo-Soles itidem variegati, longiuſculis caudis albicantibus, à Sole averſis, conſpiciebantur; circa Zenith verò, ubi ſectiones iſtius circuli quaſi leviter conjungebantur, alius arcus inverſus, pariter coloratus emicuit, referens in medio tertium, ſed paullò obſcuriorem Pſeudo-Solem. Hocce phænomenum ad ſemihoram, Cœlo perquàm ſereno, ad occaſum uſque Solis apparuit; ſic ut primùm ſuperior arcus, cum ſuo Pſeudo-Sole; dein ſiniſterior diſparuerit, occidente tertio cum ipſo Sole genuino. Diameter circuli Solem cingentis, quantum nudo oculo dijudicare dabatur, erat 45. ferè gr.*

Anno 1660. die 17. Decemb.
GEDANI.

Vide Fig. 19. *Primâ die poſt oppoſitionem Solis & Lunæ, horâ ſextâ 30 matutinâ, Lunâ 12. gr. altâ, tres Pſeudo-Lunas, cum genuinâ, in occidente, conſpexi: hâc quidem facie. Primò, ipſam Lunam aere defæcatiſſimo, duplex Corona elegantiſſimis, & lucidiſſimis coloribus tincta circundabat. Ab utroque Lunæ latere, ſectiones magni cujuſdam circuli, 45. propemodùm gr., pariter inſtar Iridum variegatæ, ad horizontem uſque ſeſe exporrigentes, apparebant; in quibus binæ Pſeudo-Lunæ, longiſſimis, ac candidiſſimis caudis extabant: ſiniſtra prope Procyonem, caudam aliquanto*

bre-

breviorem; dextra verò multò longiorem præ ſe ferens. In ſuperiore parte, non procul à Geminis, ubi collaterales diverſicolores circuli ſectiones concurrebant, alius arcus inverſus pariter variis coloribus conſpicuus, cum tertiâ Pſeudo-Lunâ paullò obtuſiori conſpectus. Præterea per ipſam genuinam Lunam, id quod rariſſimum, ampliſſima crux albicans, ſeu argentea incedebat, quæ ab inferiore parte, ad horizontem uſque protendebatur; à lateribus verò reliquis non omnino circulum attingebat; prout ex delineatione videre eſt. Erat autem inſuper adeò ſplendida, atque luminoſa, ut ad ipſum Solis exortum clarè atque diſtinctè affulſerit: at Pſeudo-Lunæ cum ſuis arcubus aliquantò citiùs exſtinctæ ſunt.

Magnitudo crucis, erat 30. & amplius grad.

OBSERVATIO ex MATTHÆO PARIS.

Signum in cœlo admirabile viſum in *Anglia*, Anno Domini M. CC. XXXIII. ſexto Idus Aprilis, regni verò *Henrici III.* anno XVII. Duravit ab ortu Solis uſque ad meridiem.

Eodem quoque tempore, ſexto ſcilicet Idus Aprilis, circa horam diei primam, in finibus Herefordiæ *&* Vigorniæ, *apparuerunt in cœlo quatuor Soles adulterini, præter Solem naturalem, rubei coloris; quidam magnus circulus cryſtallini coloris, latitudine quaſi bipedali, amplitudine cingens quaſi totam* Angliam; *à cujus lateribus exibant ſemicirculi, in quorum ſectionibus apparuerunt illi quatuor Soles memorati; vero Sole exiſtente in plaga Orientali, & aëre puriſſimo. Et quoniam non poteſt illud prodigiale portentum verbis deſcribi, ſigno demonſtrativo figuratur; ipſo cœlo ſic circinato exiſtente exemplari immediatè, multi ſimilitudinem rei ſic apparentis pinxerunt, propter rei novitatem admirandam.*

Vide Fig. 20.

Vera delineatio Parhelii cœlo ſereno viſi Lugd. Bat. A. 1653. *Jan.* $\frac{14}{24}$ inter primam & Secundam, pomeridianam & in obſervatorio Academico obſervati a Samuele Car. Kechelio a Hollenſtein.

Vide Fig. 21. *Iris alba* B. D. C. *lata* 35′. *fere, ejus pars ſumma ad,* D, *elevata gr.* 38. 23′., *& centrum Sol verus* A, *altus gr.* 15. 48′. *id eſt,* H. 1. 36′., *in Azim. Occ. gr.* 23. 40′. *unâ cum ang. vertic. & Eclipt. gr.* 60. 54′; *Pſeudo-Soles* B. C. *oblongi & inæquales, æqualiter diſtantes à Sole vero gr.* 22. 35′. *& ei co-alti.* C. *Pſeudo-Sol occiduus e flavo candidus minus lucidus, non longe diſtans a nubecula* G, *& prior diſparuit.* B *Pſeudo-Sol orientalis forti lumine cum arcu ſoli obverſo: & variegato coloribus, purpureo, rubicundo, & flavo, & cauda* B. F. *fig. conicæ: cujus baſis Sol ipſe, directe à Sole vero averſa gr.* 27. 0′. *Ejus pars* BE *gr.* 13. 10′. *conſtabat radiis flavis & rubicundis rutilantibus, reliqua* F. E. *candeſcente, qua ante pſeudo-Solem evaneſcente, ipſe poſtea diſparuit, viſus fere ad ſemihoram, & poſt pſeudo-Solem* C. *ad quadrantem. Iride paulo poſt videri deſinente.*

Hugenii Observatio.

30. Maji 1652. Circulum in aëre circa Solem obſervavi. Sol erat in centro poſitus. Circuli Diameter 46. graduum circiter. Latitudo vero ut eſt Iridis Vulgaris. Sed & colores, quales in Iride, verum admodum debiles, ut vix apparerent, & contrario ſitu, ut ruber propior Solem eſſet. Cæruleus valde candicabat. Spatium omne quod circulus includebat, obſcuriori vapore tenebatur, quam reliquus aër: cujus ea fuit conſtitutio, ut veluti continua tenui nube cœlum offuſcaret, æthere tamen cæruleo interlucente. Ventus e Septentrione flabat, ſed placidiſſimus.

FINIS.

Tab. I. *De Parheliis*

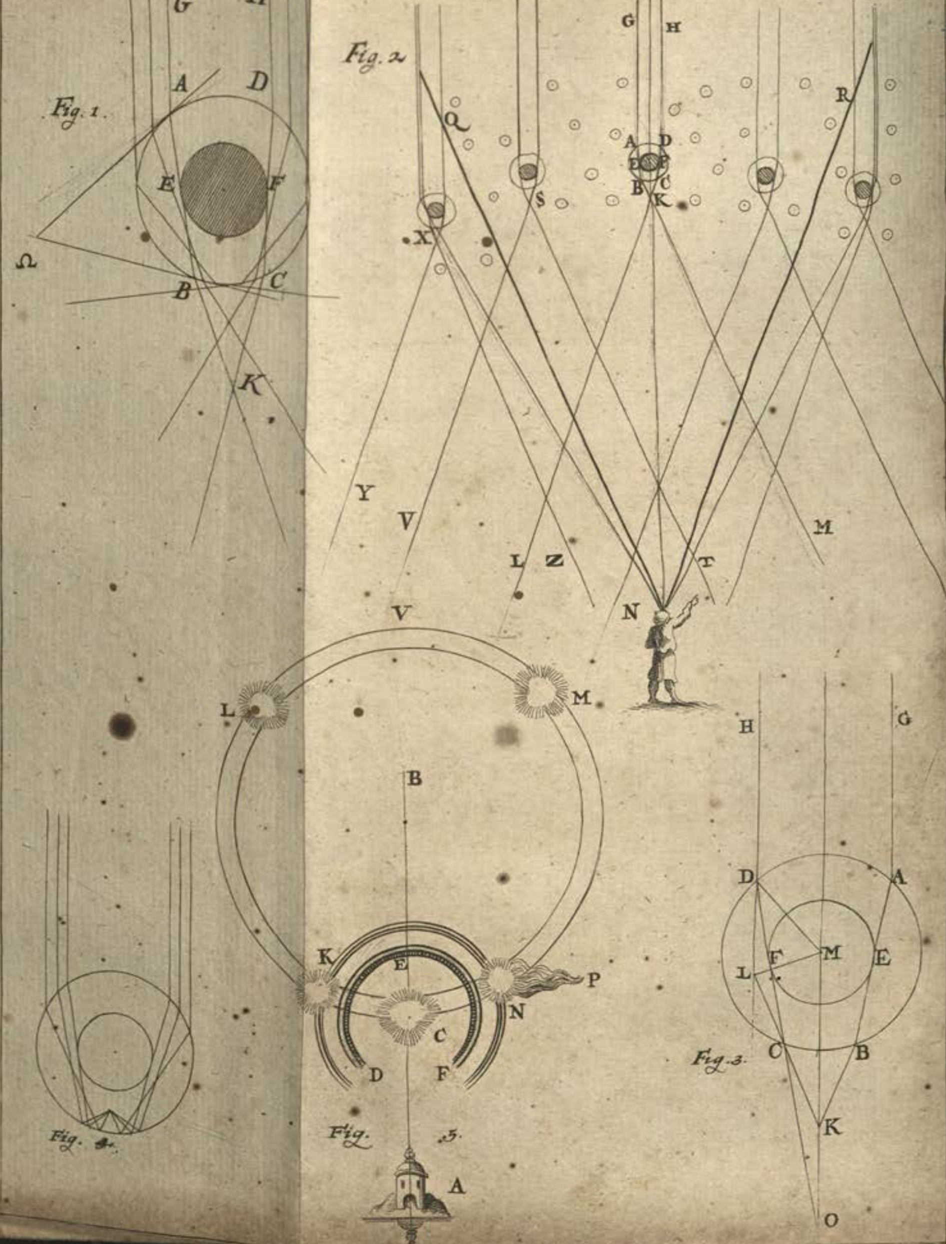


Fig. 7.

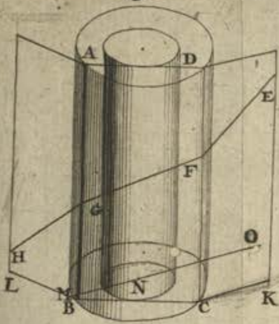


Fig. 8.

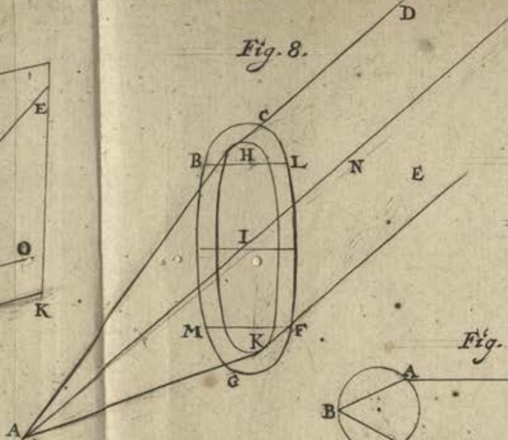


Fig. 9.



Fig. 10.

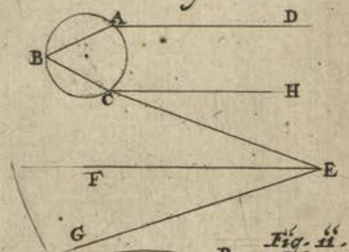


Fig. 6.

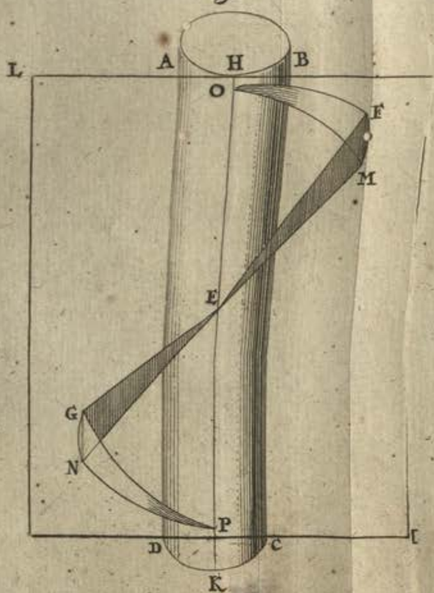
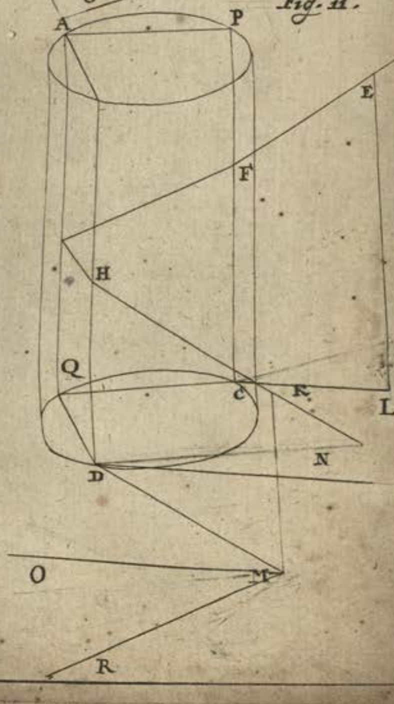
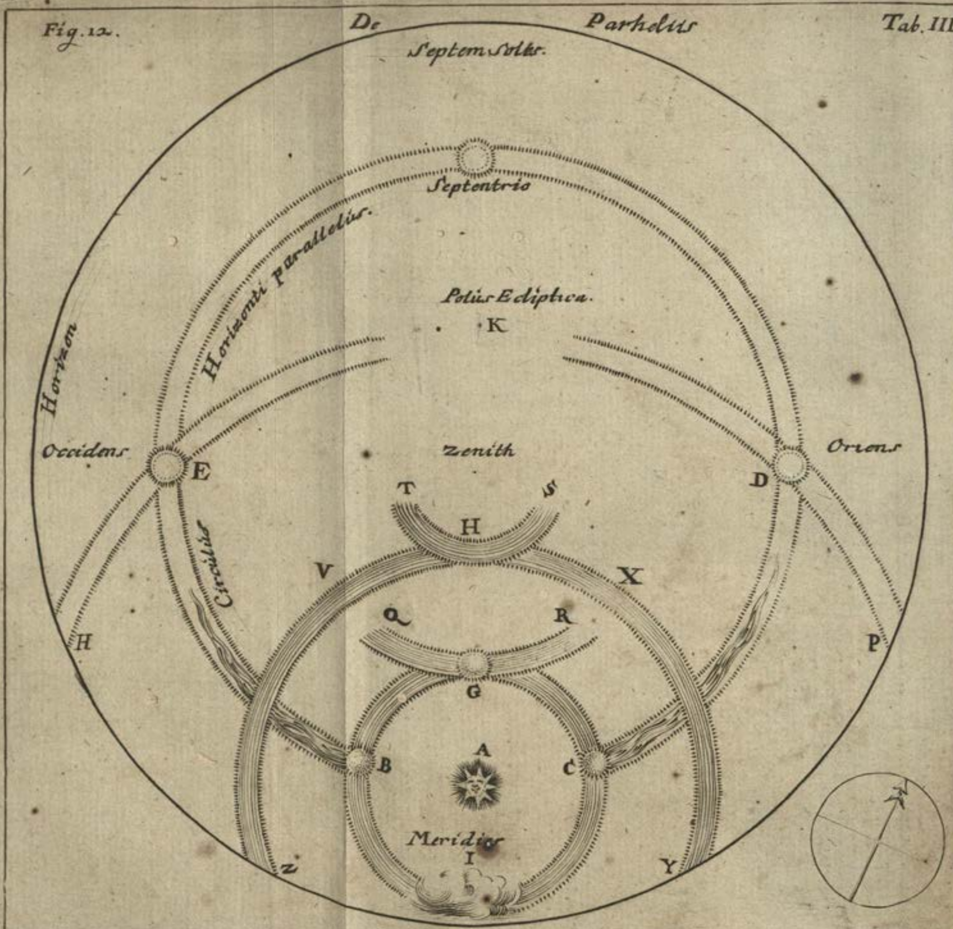


Fig. 11.




Fig. 12.
De Parheliis
Tab. III
Septem Soles.
Septentrio
Horizonti parallelus.
Polus Eclipticæ.
K
Horizon
Occidens
E
Zenith
Oriens
D
T
S
H
V
X
Circulus
Q
R
H
P
G
B
A
C
Meridies
I
Z
Y

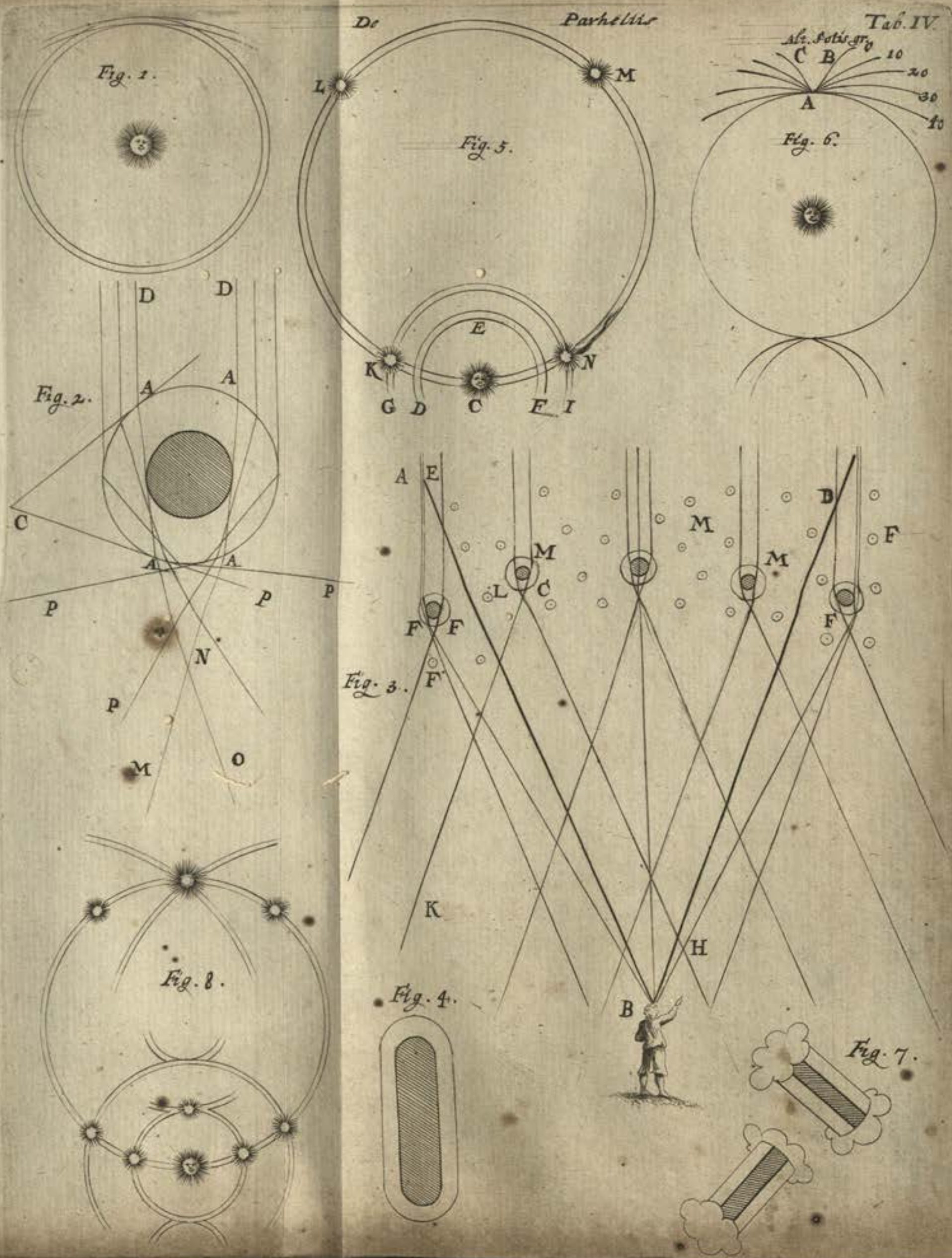

De Parheliis
Tab. IV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

Fig. 14.

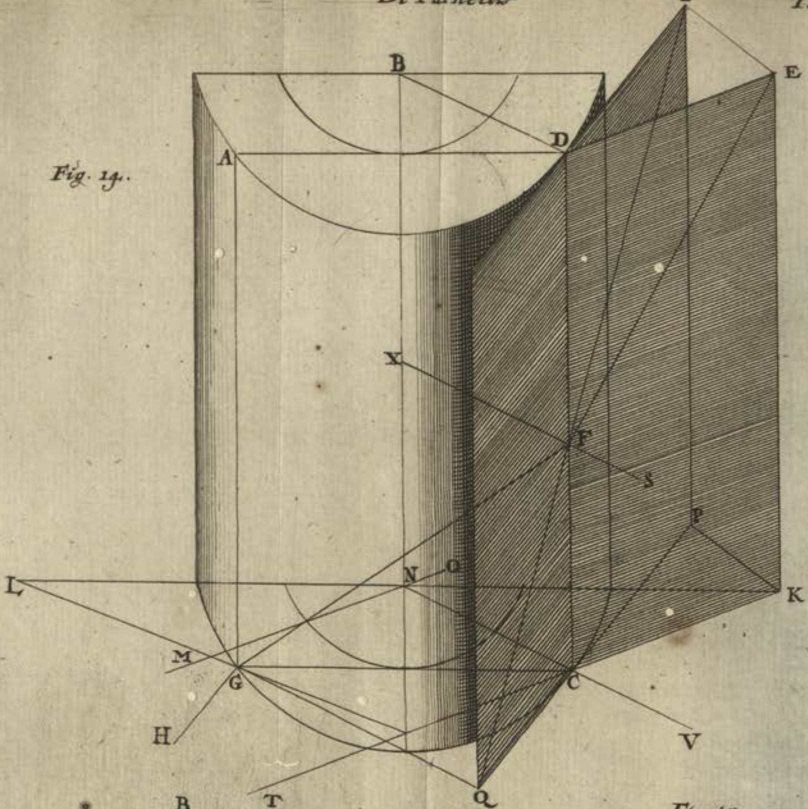


Fig. 13.

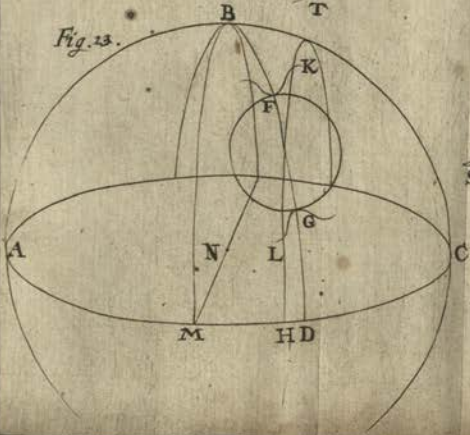
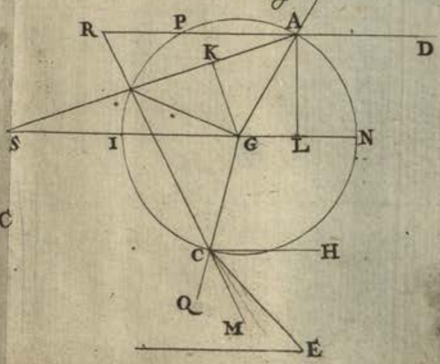


Fig. 15



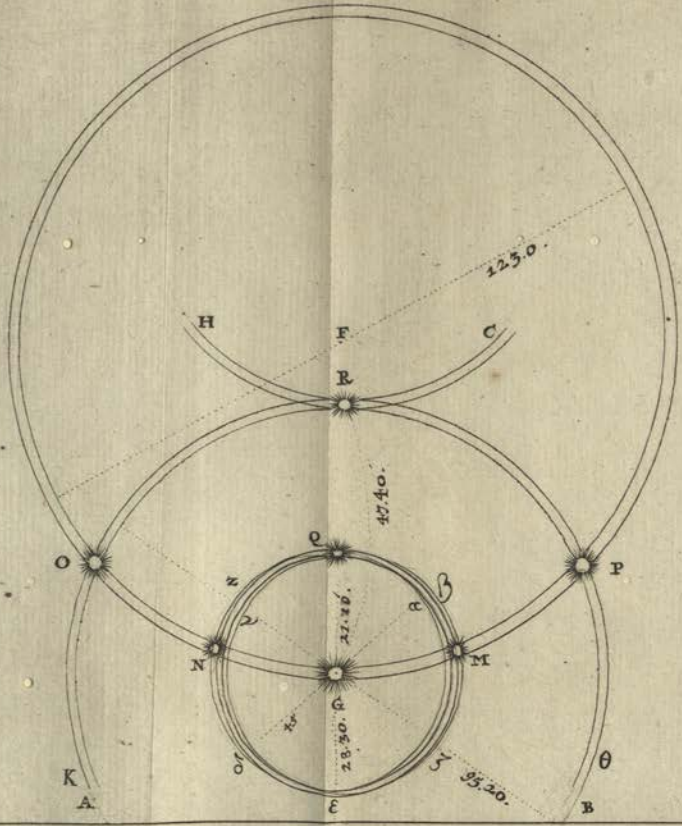
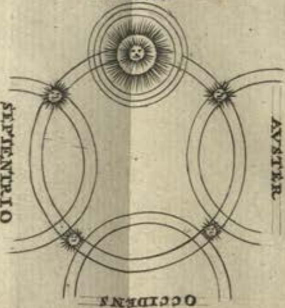
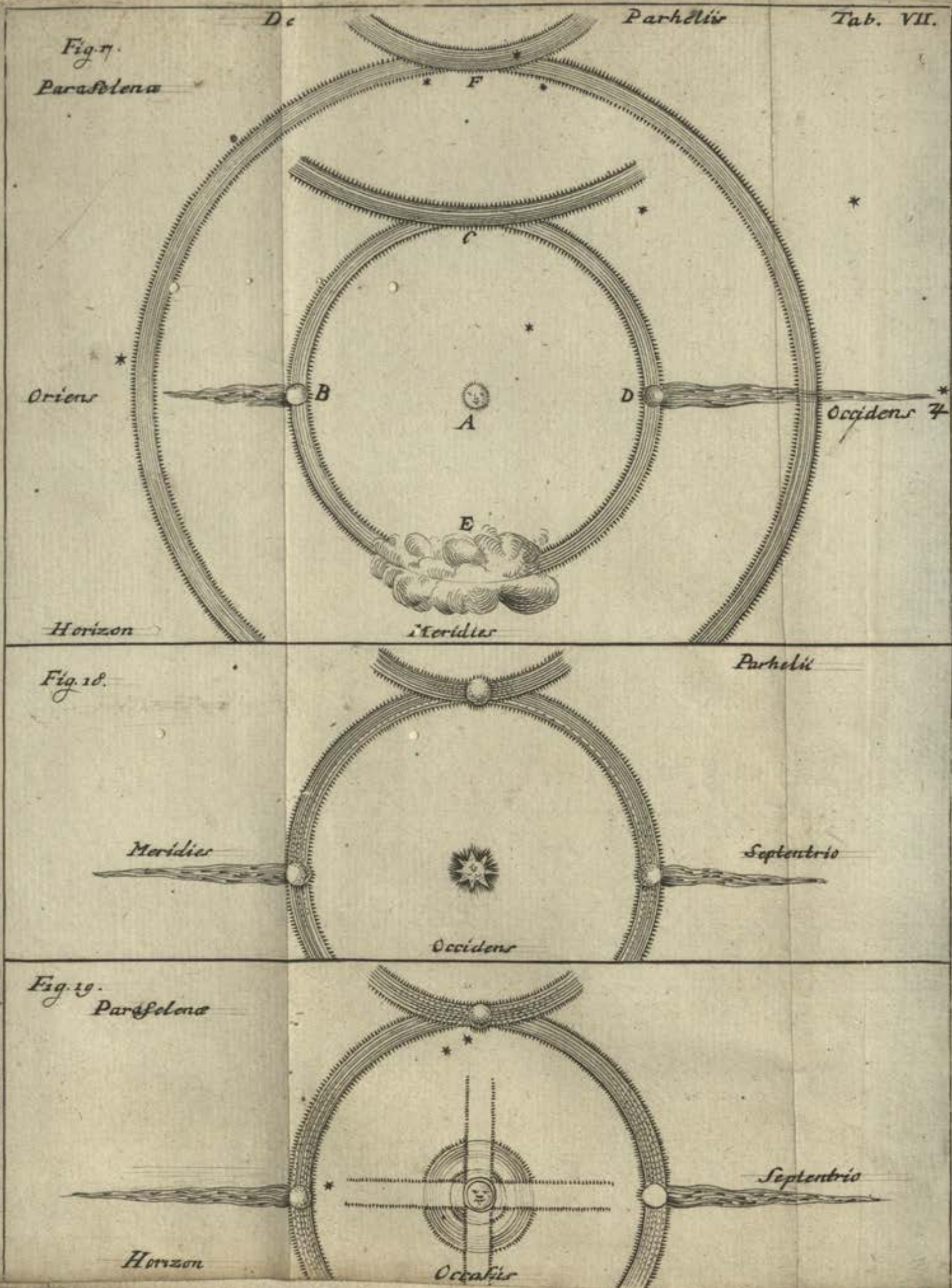

H
F
C
R
123.0.
47.40.
Q
O
P
Z
β
N
M
G
45
28.30.
θ
K
A
ε
B
95.20.

Fig. 20.


ORIENS
SEPTENTRIO
AVSTER
OCCIDENS


De Parheliis
Tab. VII.
Fig. 17.
Paraſelenæ
F
C
Oriens
B
A
D
Occidens ♃
E
Horizon
Meridies
Fig. 18.
Parhelii
Meridies
Septentrio
Occidens
Fig. 19.
Paraſelenæ
Septentrio
Horizon
Occaſus

366

De Parhelis

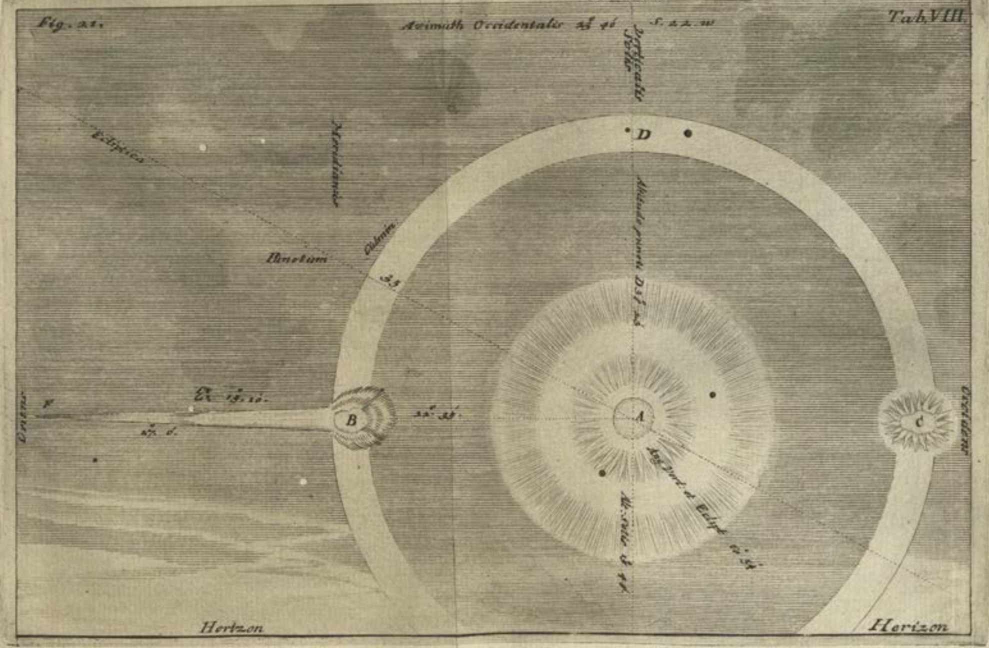


Fig. 21. Tab. VIII.

CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

MOTU CORPORUM

EX

PERCUSSIONE.

CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

MOTU CORPORUM

EX

PERCUSSIONE.

HYPOTHESES.

I.

Corpus quodlibet ſemel motum, ſi nihil obſtet, pergere moveri eadem perpetuo celeritate & ſecundum lineam rectam.

II.

Quæcunque ſit cauſa corporibus duris a mutuo contactu reſiliendi cum in ſe invicem impinguntur; ponimus, cum corpora duo inter ſe æqualia, æquali celeritate, ex adverſo ac directè ſibi mutuo occurrunt, reſilire utrumque eâdem qua advenit celeritate.

Dicuntur autem directe occurrere, cum in eâdem lineâ rectâ utriuſque centra gravitatis conjungente & motus fit & contactus.

III.

Motum corporum, celeritateſque æquales aut inæquales reſpective intelligendas eſſe, factâ relatione ad alia corpora quæ tanquam quieſcentia conſiderantur, etſi fortaſſe & hæc & illa communi alio motu involvantur.

Ac proinde cum corpora duo ſibi mutuo occurrunt; etiamſi alteri præterea motui æquabili utrumque ſimul obnoxium fuerit; haud aliter illa ſe invicem impellere reſpectu ejus, qui eodem communi motu defertur, ac ſi omnibus adventitius ille motus abeſſet.

Veluti ſi quis navi vectus, quæ æquabili motu progrediatur, globulos duos æquales æquali celeritate in ſe invicem impingere faciat, ſuo nimirum & partium navis reſpectu, dicimus æquali quoque celeritate utrumque reſilire debere ejuſdem vectoris reſpectu, plane ſicut contingeret, ſi in navi quieſcente, aut in terra conſiſtens, eoſdem globulos æquali celeritate collidi faceret.

His poſitis in corporum æqualium occurſu quibus legibus illa a ſe mutuo impellantur demonſtrabimus, alias vero Hypotheſes quibus ad inæqualium caſus opus habebimus ſuis locis inſeremus.

PROPOSITIO PRIMA.

Si corpori quieſcenti aliud æquale corpus occurrat, poſt contactum hoc quidem quieſcet, quieſcenti vero acquiretur eadem, quæ fuit in Impellente, celeritas.

Intelligatur navigium quodpiam juxta ripam ſecundo flumine deferri, ac tam propinquum ripæ, ut vector in illo ſtans poſſit ſocio in ripâ ſtanti manus porrigere. Teneat vero vector manibus ſuis A & B duo corpora æqualia ex filis ſuſpenſa E, F, quorum diſtantia E F bi- Vide Fig. 1. fariam diviſa ſit puncto G: motuque æquali manus ad occurſum mutuum promovens, ſui nempe & navigii reſpectu, etiam globulos E, F æquali celeritate inter ſe collidi faciet, quos itaque neceſſe eſt & æquali ce-

leri-

leritate * a contactu mutuo reſilire ejuſdem vectoris & navigii reſpectu: Navigium autem ponatur interim ferri ſiniſtram verſus celeritate GE, eâdem nempe quâ manus ſiniſtra A delata fuit dextram verſus. * Hyp. 11.

Patet itaque vectoris manum A, reſpectu ripæ & ſocii in illa conſiſtentis, immotam ſtetiſſe; manum vero B, reſpectu ejuſdem ſocii, motam fuiſſe celeritate F E, duplâ ipſius G E vel F G. Quamobrem ſi ſocius in ripâ ſtans prehendiſſe ponatur manu ſuâ C manum vectoris A, cumque eâ caput fili globum E ſuſtinentis; alterâ vero manu D manum vectoris B, quæ ſuſtinet funiculum e quo pendet F; apparet dum vector globulos E F æquali celeritate concurrere facit, ſuo & navigii reſpectu, ſimul ſocium in ripâ ſtantem globulo E quieſcenti impegiſſe globulum F motum celeritate F E, reſpectu ripæ & ſui ipſius. Et conſtat quidem, vectori globulos ſuos, uti dictum eſt, moventi, nihil officere quod ſocius in ripâ ſtans manus ejus & filorum capita apprehenderit, cum tantum comitetur earum motum, nec ei ullum impedimentum afferat. Eâdem ratione nec ſocio in ripâ ſtanti globulumque F verſus immotum E deferenti, quidquam obſtat, quod vector manibus ſuis manus conjunctas habeat, ſiquidem manus A & C utraque reſpectu ripæ & ſocii quieſcunt, duæ vero D & B moventur eâdem celeritate F E. Quia autem uti dictum fuit globuli E, F, poſt mutuum contactum, æquali celeritate reſiliunt, reſpectu vectoris & navigii; globulus nempe E celeritate G E, & globulus F celeritate G F, ipſumque interim navigium pergit ſiniſtram verſus celeritate GE ſeu FG; ſequitur, reſpectu ripæ & ſocii in illâ ſtantis, globulum F poſt impulſum reſtare immotum, alterum vero E, ejuſdem reſpectu, pergere ſiniſtram verſus, celeritate duplâ G E, hoc eſt, celeri- Vide Fig. 1.

tate F E, quâ eâdem globulum F verſus E impulit. Itaque oſtendimus in terrâ ſtanti, corporique immoto corpus æquale impingenti, hoc quidem poſt contactum omnem motum amittere, illi vero omnem acquiri. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO II.

Si corpora duo æqualia inæquali celeritate lata ſe mutuo impellant, poſt contactum permutatis invicem celeritatibus ferentur.

Vide Fig. 2. Feratur corpus E celeritate E H dextrorſum, F vero, ipſi æquale, celeritate F H minori tendat primùm ex adverſo; convenient igitur in H. Dico, poſt mutuum occurſum, corpus E motum iri celeritate F H ſiniſtrorſum, F vero dextram verſus celeritate E H.

Intelligatur enim homo in ripâ fluminis conſiſtens dictos corporum motus efficere, ſuſtinendo nimirum manibus ſuis C, D, capita filorum ex quibus illa ſuſpenduntur, manuſque concurrere faciendo dictis celeritatibus E H, F H, atque una corpora E & F. Secta ſit porro diſtantia E F bifariam in G; & intelligatur prætervehi navigium celeritate GH dextram verſus, in quo
Vide Fig. 2. conſiſtat alius homo, cujus quidem reſpectu movebitur globus E celeritate E G tantum, at globus F, celeritate FG, adeo ut ipſius reſpectu globi duo æquali celeritate ferantur ad mutuum occurſum. Quamobrem ſi prehendiſſe ponatur manibus ſuis A, B manus ſocii in ripâ ſtantis C, D, cumque iis capita filorum quibus globi ſuſpenduntur, eveniet, ut ſimul, qui in ripâ conſiſtit, illos concurrere faciat celeritatibus E H, F H; qui vero navigio vehitur eoſdem concurrere faciat celeri-

leritatibus inter ſe æqualibus, E G, F G; conſtat itaque, hujus reſpectu, *etiam æquali celeritate utrumque a contactu reverſurum; nempe, E celeritate GE, & F, celeritate G F: atqui navigium interea moveri pergit celeritate GH. Itaque reſpectu ripæ & hominis in illâ conſiſtentis habebit F celeritatem ex utriſque GF & GH compoſitam, hoc eſt, ipſi EH æqualem, E vero, celeritatem H F, quâ nimirum differunt inter ſe celeritates G E, G H. Adeoque oſtendimus homini ripæ inſiſtenti, globuloſque E & F ſibi mutuo impingenti celeritatibus E H, F H, poſt impulſum, reverſurum E celeritate FH, F vero celeritate EH; quod erat demonſtrandum. *Hyp. II.

Moveatur jam utrumque corpus E & F verſus dextram; E quidem celeritate E H; F vero præcedens minori celeritate F H; aſſequetur igitur E corpus F, convenientque in H; dico autem poſt contactum F inceſſurum celeritate EH, E vero inſecuturum celeritate FH. Eſtque demonſtratio eadem quæ ſuperior. Vide Fig. 3.

HYPOTHESIS IV.

Si corpus majus minori quieſcenti occurrat, aliquem ei motum dare, ac proinde de ſuo aliquid amittere.

PROPOSITIO III.

Corpus quamlibet magnum a quamlibet exiguo corpore & qualicunque celeritate impacto movetur.

Intelligatur navigium propter ripam fluminis ferri, in quo conſiſtens vector ſuſtineat corpora A & B, ex filis ſuſpenſa; ſitque A, quod ſiniſtra tenet, majus, B mi- Vide Fig. 4.

minus; teneatque dextram D, quæ ſuſtinet corpus B, immotam, ſui nempe & navigii reſpectu; verſus ipſam vero moveat manum C, unaque corpus A, celeritate quavis AB. *Impelletur ergo B, & amittet corpus A aliquid de celeritate ſuâ, ideoque in partem dextram perget celeritate minori quam fuerat A B. dum autem hæc contingunt ponatur ferri navigium celeritate B A, ſiniſtram verſus; unde eveniet, ut dum vector corpus A transfert celeritate A B, reſpectu ſui naviſque, quâ vehitur, idem immotum ſtet reſpectu ripæ, ſpectatoriſque in eâ conſiſtentis, pariterque manus C. Altera vero D. cum corpore B movebitur, ejuſdem ſpectatoris reſpectu, celeritate B A ſiniſtrorſum, quoniam navigii reſpectu immotam poſuimus, navigiumque fertur celeritate B A verſus ſiniſtram. Quare ſi ſpectator in ripâ ſtans, prehendiſſe ponatur manibus E, F manus vectoris C, D, apparet, dum hic globum A movet verſus B immotum ſui reſpectu, ſimul illum movere B verſus A, qui ſui & ripæ reſpectu immotus quieſcit. Diximus autem ab impulſu, globum A reſpectu vectoris & navigii, ferri in dextram partem minori velocitate quam A B; atqui navigium fertur celeritate B A verſus ſiniſtram; ergo, reſpectu ripæ & ſpectatoris in eâ ſtantis, manifeſtum eſt A ab impulſu moveri aliquantum in partem ſiniſtram. Itaque oſtenſum eſt in terrâ ſtanti, corporique quieſcenti & quamlibet magno A, quamlibet exiguum B, celeritate qualicunque B A, impingenti, motum iri corpus A: quod erat demonſtrandum.

* Hyp. IV.

Vide Fig. 4.

Hypothesis V.

Corporibus duobus duris ſibi mutuo occurrentibus, ſi, poſt impulſum, contingat alteri eorum omnem quem

ha-

habebat motum conſervari, etiam alterius motui nihil decedere neque adjici.

PROPOSITIO IV.

Quoties duo corpora inter ſe colliduntur, eadem eſt, mutuo reſpectu, diſcedentibus celeritas, quæ fuit appropinquantibus.

De æqualibus corporibus manifeſtum eſt ex propoſitione II. Sint igitur nunc inæqualia, primumque is caſus proponatur, quo, majori A quieſcenti, impingitur corpus minus B, celeritate B A dextram verſus pergens. Dico ipſa poſt contactum eâdem celeritate B A ſeparatum iri, adeo ut, ſi parte una temporis corpus B confecerit ſpatium B A, poſt alteram ſimilem temporis partem, rurſus ſpatio, quod ipſi B A æquale ſit, ſeparata inveniantur. Vide Fig. 5.

Conſtat enim A celeritatem aliquam accipere impulſu corporis B; ſit ea A C, minorem autem eſſe oportet celeritate, B A quâ ipſum B movebatur: nam ſi ipſi B æquale eſſet A, tum demum celeritatem B A ex impulſu acciperet. * Dividatur A C in duo æqualia puncto D, ſitque A E æqualis A D. Si igitur in navigio hoſce motus contingere exiſtimemus, quod ſiniſtram verſus prætervehatur celeritate D A: neceſſe eſt ut ante impulſum, corpus A quod in navigio quieſcebat, motum fuerit reſpectu ripæ dictâ celeritate D A, ſiniſtram verſus; poſt impulſum vero, cum in navigio motum dicatur celeritate A C dextrorſum, ipſum vero navigium celeritate D A in partem contrariam feratur, movebitur A, ripæ reſpectu, celeritate D C ſeu A D in partem dextram. Itaque, reſpectu ripæ, corpus A ante & poſt

* Prop. B.

im-

impulſum, eandem ſervat celeritatem. Quare etiam B, *Hyp. 5. * ejuſdem reſpectu, nihil de ſua celeritate perdidiſſe oportet. Movebatur autem B reſpectu ripæ ante occurſum celeritate B E dextrorſum, quia in navigio habebat celeritatem B A dextram verſus, ipſum vero navigium celeritatem D A ſeu A E in partem oppoſitam. Igitur & poſt occurſum, reſpectu ripæ, moveri debebit celeritate B E, ſed ſiniſtram verſus: nam quominus poſſit verſus dextram obſtat tardior motus corporis A; cum igitur poſt impulſum moveatur B, ripæ reſpectu, celeritate E B ſiniſtram verſus, at A dextrorſum celeritate A D ſeu E A, neceſſe eſt ipſa a ſe mutuo diſcedere celeritate ex utriſque B E, E A compoſitâ, hoc eſt, celeritate B A, neque id tantum ripæ; ſed & navigii reſpectu, quum reverà eâ celeritate ſeparentur. Quod autem in navigio progrediente ſibi occurrentibus contingit etiam extra navigium ubique eodem modo contingere conſtat.

Hoc caſu demonſtrato reliqui facile conſequuntur, ſuperſunt autem quatuor diverſi, nam vel minus corpus quieſcit, vel utraque adverſis motibus cientur, vel celeriore motu minus inſequitur majus, vel contra; quos omnes ſimul proponere licebit.

Vide Fig 6. Sit enim ut ante corpus A majus quam B, & feratur A celeritate A C, B vero vel omnino quieſcat, vel habeat celeritatem B C; cum igitur corpora ſic mota, mutuo reſpectu, habeant celeritatem A B; dico, & poſt impulſum, eadem celeritate ipſa ſeparatum iri.

Etenim ſi denuo hi motus in navigio fieri conſiderentur, quod prætervehatur celeritate C A, eâdem nempe quâ fertur corpus A, ſed in partem contrariam; evidens eſt ripæ reſpectu, A quidem immotum ſtare, B vero, omni caſu, ipſi occurrere celeritate B A. Eſt autem A majus quam B, ergo exiſtit caſus præcedens, ex

quo

quo patet eadem celeritate A B, poſt impulſum, corpora ſeparari debere ejuſdem ripæ reſpectu. Unde etiam navigii reſpectu, & reverâ hac celeritate ipſa à ſe invicem recedere perſpicuum eſt. * Hyp. II

PROPOSITIO V.

Si duo corpora, eâdem celeritate ſingula ad occurſum revertantur quâ ab impulſu reſilierunt, ſingula, poſt alterum impulſum, eandem acquirent celeritatem, quâ ferebantur ad occurſum primum.

Ponatur corpus A motum fuiſſe celeritate AC, B vero celeritate BC, eaque ſibi invicem occurriſſe; & ab occurſu diſceſſerit A celeritate CD; B celeritate CE: poſtmodum vero iiſdem hiſce revertatur utrumque ad occurſum, nempe A celeritate DC; B celeritate EC. Dico inde receſſurum A celeritate CA; B vero celeritate CB, quibus primo ad occurſum tetenderant. Etenim dum pergunt ad ſecundum occurſum, A quidem celeritate DC, B vero celeritate EC, ſi imaginemur in navigio hoſce motus accidere, quod prætervehatur celeritate AD, feretur jam, ripæ reſpectu, A celeritate AC, quia in navigio movetur celeritate DC, ipſum vero navigium celeritate AD: B vero, reſpectu ripæ, celeritate BC: nam quia DE æqualis eſt AB *, demptâ communi DB, erit BE æqualis AD; movetur ergo navigium celeritate BE; B autem in navigio celeritate EC; unde, reſpectu ripæ, movebitur B celeritate BC, ſicut diximus: Neceſſe eſt igitur, ejuſdem ripæ reſpectu, diſcedere ipſa ab occurſu, A quidem celeritate CD, B vero celeritate CE, poſitum enim fuit ab initio, ſi A tendat ad occurſum celeritate AC, & B celeritate BC, Vide Fig. 7. * Prop. IV.

diſcedere poſt impulſum, A quidem celeritate C D, B vero, celeritate C E. Dum ergo A, reſpectu ripæ movetur celeritate C D, navigium vero celeritate A D, fiet, ut in navigio feratur A celeritate C A. Item quum B ripæ reſpectu moveatur celeritate C E, & navigium celeritate A D ſeu B E, erit ipſius B in navigio celeritas C B. Quæ igitur in navigio ferebantur ad occurſum celeritatibus D C, B C, ea in navigio referri oſtenſum eſt celeritatibus C A, C B unde ubivis idem contingere neceſſe eſt, & conſtat propoſitum.

Propositio VI.

Corporibus duobus ſibi mutuo occurrentibus non ſemper poſt impulſum eadem motus quantitas in utroque ſimul ſumpto conſervatur quæ fuit ante, ſed vel augeri poteſt vel minui.

Quantitas motus ſic æſtimatur, ut in corporibus inæqualibus æque celeriter motis, tanto majorem motus quantitatem quodque conſtituat, quanto majus eſt. In corporibus autem æqualibus inæquali celeritate motis, quanto alterum altero eſt velocius: ut igitur quod propoſitum eſt demonſtremus.

Eſto corpus A majus quam B; A vero quieſcat & B
* Prop. III. ad ipſum feratur celeritate B A: movebitur igitur A, * &
Vide Fig. 8. aliquam celeritatem acquiret, puta A C. revertetur autem
B celeritate A D, ita ut tota celeritas C D, quam mutuo
* Prop. IV. reſpectu habebunt æqualis ſit celeritati A B. * Quod ſi igitur corpus A ipſi B æquale eſſet, eadem motus quantitas exiſteret poſt impulſum atque ante; etenim manifeſtum eſt eandem conſtitui, ſive duo corpora ipſi B æqualia moveantur, alterum celeritate A D, alterum celeri-

leri-

leritate A C, ſive ſolum B moveatur celeritate C D ſeu B A. atqui corpus A majus eſt quam B, ergo apparet majorem motus quantitatem conſtitui quum poſt impulſum corpus A fertur celeritate A C, & corpus B, celeritate A D, quam antea, quum ſolum B haberet celeritatem B A. Rurſus quod minui poſſit motus quantitas ſic oſtenditur. Etenim ſi occurrente B, corpori A, quieſcenti, celeritate B A, acquiritur ipſi A celeritas A C, remanetque in B celeritas A D: fiet viciſſim, ſi A adveniat celeritate C A, B vero ex adverſo celeritate D A, ut A, poſt contactum, motus expers remaneat, B vero reſiliat celeritate A B *; unde ex iis quæ antea oſtenſa ſunt, minor jam motus quantitas erit poſt concurſum quam fuerat ante. * Prop. V.

PROPOSITIO VII.

Si corpus majus minori quieſcenti occurrat, minorem ei velocitatem dat quam duplam ſuæ.

Occurrat corpus A celeritate A B, minori quieſcenti B: dico ipſi B minorem imprimi celeritatem quam ſit dupla A B. Quia enim poſt impulſum eadem celeritate A B a ſe invicem diſcedere debent corpora *, neceſſe eſſet ſi dupla fieret celeritas corporis B celeritatis A B, ut A, poſt impulſum, eâdem celeritate A B corpus B inſequeretur, quod fieri non poteſt †: ſi vero major quam dupla, oporteret ut A, poſt impulſum, majori celeritate quam A B moveri pergeret; quod ſimiliter abſurdum eſt; quare conſtat propoſitum. Vide Fig. 9. * Prop. IV. † Hyp. IV.

Sicuti de corporibus æqualibus oſtenſum fuit in univerſum, qua ratione alterum alteri motum transferat, eo conceſſo quod æqualia æquali celeritate ſibi impa-

cta æqualiter quoque reſiliant. Ita, in diverſæ magni-
tudinis corporibus, omnes caſus determinari poſſunt,
qui quidem plurimi exiſtunt, hoc quod ſequitur poſi-
to. Nimirum, ſi inæqualia duo corpora ad occurſum
mutuum ferantur, celeritates autem magnitudinibus
contrariâ ratione reſpondeant, quod tum ſingula a con-
tactu, eadem quâ venere celeritate, retrorſum agan-
tur.

Veluti ſi A ſit triplum ad B: celeritas autem BC,
Vide quâ movetur B ſit tripla celeritatis AC quâ movetur A;
§. 10. quod facto concurſu in C, corpus utrumque, eâdem
quâ prius ferebatur celeritate, revertatur. Cæterum,
quia hoc non æque evidens eſt (licet a ratione non a-
lienum, experimentiſque apprime conſentiens) atque
illud quod circa æqualia corpora aſſumptum fuit, de-
monſtratione ipſum confirmare conabimur.

Conſtat ſane, quoties corpora duo gravia deorſum
feruntur motu naturaliter accelerato, duplicatam eſſe
rationem ſpatiorum ab ipſis peractorum rationis maxi-
morum graduum celeritatis ipſis acquiſitæ. Hoc enim
a Galilæo demonſtratum eſt, dialogo de motu tertio,
& experimentis innumeris exquiſitiſſimiſque deprehen-
ſum: uti hoc quoque, quod celeritas cadenti corpori
acquiſita, poſſit ipſum ad eandem, unde deſcendit, al-
titudinem reſtituere. Quorum etiam utriuſque demon-
ſtrationes, in iis quæ de horologio ſcripſimus, exhi-
bentur. Hinc autem dictum theorema jam demonſtra-
ri poterit.

PROPOSITIO VIII.

Si corpora duo ſibi ex adverſo occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contrariâ ratione reſpondeant, utrumque eâdem quâ acceſſit celeritate reſiliet.

Occurrant ſibi corpora A & B, quorum illud quam hoc majus ſit, & quam rationem habet magnitudo A, ad magnitudinem B, eandem habeat celeritas corporis B, quæ ſit BC, ad celeritatem corporis A, quæ ſit AC. oſtendendum eſt, poſt contactum mutuum, utrumque eâdem quâ venit celeritate reverti, nempe A, celeritate CA, B vero, celeritate CB: conſtat autem, ſi A reflectatur celeritate CA, etiam B reflecti celeritate CB, quia alioqui non eadem eſſet mutuo reſpectu celeritas recedendi, quæ fuit appropinquandi. Si igitur corpus A non revertitur celeritate CA, reſiliat primò, ſi fieri poteſt, celeritate minori CD; ergo B reſiliet celeritate CE, majori quam quâ advenerat, ita ut DE, ſit æqualis AB*. Ponamus corpus A acquiſiviſſe celeritatem priorem AC, quâ tendebat ad occurſum, cadendo ex altitudine HA, ut nimirum poſtquam deſcenderit uſque in A, motum perpendicularem mutaverit in horizontalem cujus celeritas AC; corpus autem B acquiſiviſſe ſimiliter celeritatem BC, cadendo ex altitudine KB; ſunt igitur hæ altitudines in celeritatum ratione duplicatâ, hoc eſt, ſicut quadratum AC ad quadratum CB, ita HA ad KB. Quod ſi deinde, poſt occurſum, corpora A & B motus ſuos Horizontales, quorum celeritates metiuntur CD, CE, convertant in motus perpendiculares ſurſum; conſtat corpus A perventurum ad altitudinem AL, ita ut ſit AL, ad AH, ſicut quadratum

Vide Fig. 11.

* Prop. IV.

* Prop. IV.

cd. ad quadratum ca. Quando enim hujuſmodi rationem habet a l ad ah, certum eſt corpori decidenti ex altitudine la, acquiri velocitatem c d: unde & viciſſim, velocitatem habens c d, attingere poterit altitudinem a l, per ea quæ ſuperius poſita fuere; corpus autem b convertendo celeritatem c e in motum perpendicularem ſurſum, perveniet ad altitudinem b m, ut ſit m b ad k b ſicut quadratum ce ad quadratum cb. Jungantur hk, lm quæ neceſſario ſe mutuo ſecabunt, puta in p; & dividantur utraque ſimiliter in n & o, ut, ſicut magnitudo b ad a, hoc eſt, ſicut a c ad c b, ita ſit h n ad nk, itemque lo ad om. Itaque cum corporis a, centrum gravitatis poſitum eſt in h, & corporis b centrum gravitatis in k, compoſitæ ipſorum gravitatis centrum eſt in puncto n. Poſtquam vero ex h & k deciderunt, ac poſt mutuum occurſum rurſus in altum ſeſe ſuſtulere uſque in l & m, centrum compoſitæ ex ipſis gravitatis erit in o: quod fieri non poteſt, quoniam, ut mox oſtendemus, altius eſt punctum o quam n: certiſſimum enim in mechanicis eſt axioma, motu corporum qui a gravitate ipſorum proficiſcitur, centrum commune gravitatis ipſorum non poſſe attolli. Quod autem punctum o ſit altius quam n, ſic oſtenditur. Exceſſus quadrati ec ſupra quadratum b c, æqualis eſt * duobus rectangulis cbe, cum quadrato be, hoc eſt, rectangulo quod fit ex duabus e c, c b tanquam unâ, & be. Similiter exceſſus quadrati ac, ſupra quadratum cd, æquatur rectangulo ſub duabus ac & cd tanquam unâ, & ad. Eſt autem ad æqualis be, quum ſit ab æqualis de. Itaque patet illum exceſſum, nempe quadratorum e c, c b, ad hunc exceſſum quadratorum ac, cd, ſeſe habere; ſicut utraque ſimul ec, cb ad utramque ſimul ac, cd. Quum autem majores

* Eucl. l. II. Prop. IV.

ſint

ſint duæ EC & CB quam dupla CB; at duæ ſimul AC CD minores quam dupla AC, major utique erit ratio duarum ſimul EC, CB, ad utramque ſimul AC, CD, quam CB ad CA, ergo & exceſſus quadrati EC, ſupra quadratum CB, ad exceſſum quadrati AC ſupra quadratum CD majorem habet rationem quam BC ad CA. Quia vero, ſicut quadratum EC ad quadratum CB, ita eſt MB ad BK longitudine; erit dividendo, ut exceſſus quadrati EC, ſupra quadratum CB, ad quadratum CB ita MK ad KB: ſicut autem quadratum CB ad quadratum CA, ita eſt KB linea ad HA; utque quadratum CA ad exceſſum ſuum ſupra quadratum CD, ita HA ad HL, erat enim ut quadratum AC, ad quadratum CD, ita HA ad AL: Itaque, ex æquo erit, ſicut exceſſus quadrati EC ſupra quadratum CB, ad exceſſum quadrati AC ſupra quadratum CD, ita MK ad HL. Quare major quoque erit ratio MK ad HL, quam BC ad CA. Eſt autem ut MK ad HL, ita MP, ad PL; ut autem BC ad CA ita MO ad OL. Ergo major quoque ratio MP ad PL, quam MO ad OL; &, componendo, major ratio ML ad LP, quam ML ad LO. Itaque LO major quam LP; unde liquet punctum O cadere ad eam partem interſectionis P, quæ eſt verſus M; quæ autem conjungit puncta ON, parallela eſt perpendicularibus MB, HA, quoniam iis punctis rectæ LM, HK ſecundum eandem rationem dividuntur. Igitur ſicut ſublimius eſt M quam K, ita quoque O ſublimius eſſe apparet quam N. Quod ſupererat demonſtrandum.

Jam ſi fieri poteſt reflectatur ab occurſu corpus A celeritate CD, majori quam CA, quâ ad occurſum pergebat: Erit autem CD minor quam CB, quæ fuit celeritas corporis B ante occurſum. Etenim ſi B non eſſet minus quam A ſed ipſi æquale, tum demum A ab impulſu Vide Fig. 12.

pulſu

* Prop. II. pulſu recederet celeritate C B *; reflectetur autem B ab
* Prop. IV. occurſu celeritate C E, ita ut D E ſit æqualis A B *. Jam cætera facta intelligantur, conſtructioque peracta ſicut in caſu præcedenti, eveniet igitur ut L ſit ſublimius quam H, quoniam DC major quam A C: utque M, ſit humilius quam K, quoniam E C minor quam CB. Porro oſtendetur ſicut prius, differentiam quadratorum D C, C A eſſe ad differentiam quadratorum B C, C E, ut duæ ſimul AC, C D, ad duas E C, C B. Quum vero hæ ſint ſimul minores quam dupla C B, illæ vero majores quam dupla AC, erit major ratio duarum ſimul AC, CD ad duas E C, C B, quam AC ad CB. Itaque differentia quadratorum D C, C A, ad differentiam quadratorum B C, C E, majorem habet rationem quam AC ad C B. Ut autem dicta differentia, ad dictam differentiam, ita demonſtrabitur rurſus eſſe L H ad K M. Ergo major quoque ratio L H ad KM, hoc eſt, L P ad PM, quam AC ad CB, hoc eſt, quam L O ad O M, quamobrem punctum O cadet ad eam partem interſectionis P quæ eſt verſus L. O N autem, ſicut ante, parallela eſt L H. Ergo ſicut punctum L ſublimius eſt quam H, etiam O ſublimius erit quam N, hoc autem, ob eandem quam in caſu præcedenti diximus rationem, abſurdum eſt.

Quod ſi vero dicatur conſiſtere poſt occurſum corpus A, ſolumque B reflecti, reflectetur ergo celerita-
* Prop. IV. te A B *, quoniam etiam ante occurſum corpora habuere celeritatem A B reſpectu mutuo. Ponendo autem, ſicut ante, celeritatem B C corpori B acquiſitam eſſe cadendo ex altitudine K B, ſequitur, ſi fiat ut quadratum C B ad quadratum A B, ita B K ad B M longitudine; ipſam B M fore altitudinem ad quam aſſurgere poterit
Vide Fig. 13. corpus B, ſi convertat motum horizontalem, quo fertur celeritate A B, in motum perpendicularem ſurſum.

Cor

Corpus autem A, cum, post occurſum, motus expers dicatur, manebit in recta AB. Itaque ſi jungatur MA, ſeceturque in O ut ſit AO ad OM, ſicut AC ad CB, erit punctum O ad cujus altitudinem aſcendet centrum gravitatis ex utroque corpore compoſitæ. Poſitis autem corporibus in H & K, unde decidiſſe ponuntur, erat ipſorum commune gravitatis centrum in puncto N, quod ſimiliter dividit rectam HK, ſecundum rationem AC ad CB; itaque ſi rurſus oſtendatur punctum O ſublimius eſſe puncto N, ad idem quod ſuperius abſurdum deducta erit demonſtratio. Illud vero ſic oſtenditur. Quum ſit ut quadratum AB ad qu. BC, ita MB ad BK longitudine, erit dividendo, ſicut exceſſus quadrati AB ſupra qu. BC ad qu. BC, ita MK ad KB; ſicut autem qu. BC ad qu. CA, ita & KB ad HA, namque poſitum hoc eſt, ſicuti in caſu primo; igitur ex æquo ſicuti exceſſus quadrati AB ſupra qu. BC ad qu. CA, ita erit MK ad HA; exceſſus autem dicti ad qu. CA, omnino major eſt ratio quam recta BC ad CA: itaque & MK ad HA, hoc eſt, MP ad PA, major erit ratio quam BC ad CA, hoc eſt quam MO ad OA. Et componendo igitur major ratio MA, ad AP, quam MA ad AO; unde liquet punctum O cadere ad eam partem interſectionis P quæ eſt verſus M. Eſt autem M altius quam K: ergo quum ON ſit neceſſario parallela ipſi MK, erit quoque punctum O altius quam N: quod oſtendere reliquum erat.

Si denique dicatur corpus A poſt occurſum verſus eandem partem pergere moveri celeritate CF, ea quidem non major erit quam AC quâ ante occurſum movebatur: debebit autem corpus B ipſum præcurrere celeritate CG, cujus ſupra celeritatem CF exceſſus FG æqualis ſit AB *. At hoc fieri non poſſe ſic conſtabit: ſu-

* Vide Fig. 14. Prop. IV.

ſumatur CD æqualis CF; deinde DE æqualis AB; fit igitur CE minor quam ED quanto CG eâdem ED, ſive FG, major eſt; quum autem, ponendo, ut in caſu primo, corpus A, ab occurſu retro verſum fuiſſe celeritate CD, evincatur ne quidem celeritatem CE corpori B convenire poſſe, quin ad abſurdum deveniatur, ut nimirum converſis motibus qui ſecundum Horizontem ſunt, in motus perpendiculares, altius aſcendat corporum compoſita gravitas quam unde deſcenderat; idem multo magis fieri neceſſe eſt ſi corpus B celeritatem CG adhuc multo majorem quam CE acquirat, A vero celeritatem CF habeat ipſi CD æqualem. Igitur neque perget moveri corpus A, poſt occurſum, in eandem partem. Quamobrem ſupereſt ut retro feratur celeritate CA quantâ prius ad occurſum tetendit: atque ideo B quoque reſiliet celeritate CB. Quod erat demonſtrandum.

Propositio IX.

Datis corporibus duobus inæqualibus, directè ſibi occurrentibus, quorum utrumque vel alterum tantum moveatur, datâque utriuſque celeritate, vel unius, ſi alterum quieſcat; invenire celeritates quibus utraque poſt occurſum ferentur.

Vide Fig. 15. Moveatur corpus A dextram verſus celeritate AD: B vero, vel in partem contrariam moveatur, vel in eandem partem præcedat celeritate BD, vel denique quieſcat, hoc eſt, cadat punctum D in B. Erit igitur ipſis mutuo reſpectu celeritas AB.

Dividatur AB in C ut ſit AC ad CB, ſicut B ad A magnitudine, & ſumatur ipſi CD æqualis CE. Dico EA fore

ſe celeritatem corporis A poſt occurſum, EB vero corporis B, idque in eam partem quam demonſtrat ordo punctorum EA, EB. Quod ſi in A incidat punctum E, ad quietem redigetur corpus A; ſi vero E incidat in B, quieſcet corpus B.

Si enim hæc ita contingere oſtenderimus in navi quæ æquabili celeritate provehitur, conſtabit & in terrâ ſtanti eodem modo eventura. Intelligatur itaque navis ferri juxta ripam fluminis, in quâ conſiſtens vector ſuſtineat manibus F, G, globos A, B, ex filis ſuſpenſos, quos ita movendo celeritatibus AD, & BD, reſpectu nimirum ſui navisque, concurrere faciat in puncto D, navis autem pergere ponatur celeritate DC, in partem eam quam oſtendit ordo punctorum DC; eveniet igitur ut, reſpectu ripæ & ſpectatoris in eâ ſtantis, globus A moveatur celeritate AC dextram verſus, quia re- Vide Fig. 15.
ſpectu navis habebat celeritatem AD. Globus autem B cum in navi habeat celeritatem BD, habebit, reſpectu ripæ, celeritatem BC ſiniſtram verſus. Quod ſi igitur ſpectator in ripâ ſtans prehendat manibus ſuis HK, manus vectoris FG, cumque iis capita filorum quibus corpora AB ſuſtinentur; apparet dum vector, ſui reſpectu, illa movet celeritatibus AD, BD, ſimul eum qui in ripâ conſiſtit illa movere, reſpectu ſui & ripæ, celeritatibus AC, BC, quæ celeritates quum ſint in proportione reciprocâ ipſarum magnitudinum, neceſſe eſt ut corpora A, B, ejuſdem ſpectatoris reſpectu, reſiliant a contactu iiſdem celeritatibus CA, CB, ut in præcedentibus demonſtratum fuit. Navis autem ſemper progreditur celeritate DC ſive CE; idque ſecundum ordinem punctorum CE; igitur neceſſe eſt ut A moveatur, navigii & vectoris reſpectu, celeritate EA, in partem eam, quam deſignat ordo punctorum EA. B vero, ejuſdem

navigii reſpectu, celeritate EB, ſecundum ordinem ite punctorum EB; cum autem E incidit in A, vel B, apparet corpus A vel B poſt occurſum, pari celeritate cum navi ipſâ, inque eandem partem ferri: unde illa eis caſibus, reſpectu navis & vectoris, quieſcere neceſſe eſt. Itaque oſtendimus corpora A & B, quæ in navi movebantur ad occurſum celeritatibus AD, BD, poſt occurſum in eâdem navi moveri celeritatibus EA, EB, ſecundum ordinem horum punctorum. Quod autem in navi contingit, idem in terrâ conſiſtenti, uti diximus, evenire certum eſt. Igitur conſtat propoſitum. Ad calculi vero uſum licebit ex conſtructione hujus problematis formare regulas ſequentes.

Si fuerint duo corpora A & B, quorum utrumque moveatur; ad inveniendam celeritatem corporis A poſt impulſum, fiat, ut ſumma corporum ad duplum corporis B, ita celeritas, quam habent reſpectu mutuo, ad aliam celeritatem quæ dicatur C: differentia inter hanc & celeritatem corporis A ante impulſum, vel uno caſu eorum ſumma, cum nimirum A in motu præcedit, efficiet celeritatem, quâ hoc ipſum poſt occurſum movebitur, regrediendo quidem ſi exceſſus fuerit penes C, at pergendo ſi contra. Quod ſi nulla ſit differentia, corpus A poſt occurſum quieſcet.

Inventâ autem celeritate corporis A, etiam corporis B celeritas innoteſcit, ex eo quod mutuo reſpectu eadem debeat eſſe corporum celeritas poſt atque ante occurſum.

Si corpus A quieſcens detur, ſolumque B verſus ipſum moveatur, apparet celeritatem ipſius A poſt occurſum, fore æqualem celeritati C, ita, ut jam diximus, inventæ. Hinc vero & theorema ſequens deducitur.

PROPOSITIO X.

Celeritas quam majus corpus dat minori quieſcenti, ad eam quam ſimili velocitate minus imprimit quieſcenti majori, eandem habet rationem quam majoris magnitudo ad minoris magnitudinem.

Eſto corpus A majus quam B, & ponamus quieſcenti A, ſi impellatur a corpore B, moto velocitate BA, tribui velocitatem AC. Ipſi vero B quieſcenti, ſi impellatur a corpore A, pari velocitate AB, dari velocitatem BD: dico ut A ad B magnitudine, ita eſſe celeritatem BD ad AC. Vide Fig. 16.

Quia enim celeritas BD eſt ad duplam celeritatem AB ut corpus A ad utrumque ſimul B & A*; ſicut autem utrumque B & A ad B, ita dupla celeritas AB ad celeritatem AC*, erit ex æquo celeritas BD ad celeritatem AC, ſicut corpus A ad B; quod erat demonſtrandum.

* Prop. IX.
* Prop. IX.

PROPOSITIO XI.

Duobus corporibus ſibi mutuo occurrentibus, id quod efficitur ducendo ſingulorum magnitudines in velocitatum ſuarum quadrata, ſimul additum, ante & poſt occurſum corporum æquale invenitur: ſi videlicet & magnitudinum & velocitatum rationes in numeris lineiſve ponantur.

Sint corpora A & B, quorum A moveatur, ante occurſum, celeritate AD; B vero, celeritate BD. Poſt occurſum autem ſit inventa, per antecedentem, corporis A celeritas EA, & corporis B, celeritas EB: divi- Vide Fig. 17.

dendo nempe AB in C, ut ſit ſicut A ad B ita BC ad CA, & poſitâ CE æquali CD. Quia igitur ratio magnitudinis A ad B, deſignatur ratione lineæ CB ad CA, oſtendendum eſt ſolidum ex lineâ CB in quadratum AD, una cum ſolido è rectâ CA in quadratum BD, æquari aggregato ſolidi ab eâdem CB in quadratum EA, & ſolidi è rectâ CA in quadratum EB. Atqui, ſi ſint quatuor magnitudines, quarum prima ſecundam tantum exſuperet, quantum tertia quartam, vel quarum prima tantundem à ſecundâ deficiat atque tertia à quartâ; certum eſt, primam cum quartâ æquari ſecundæ & tertiæ. Itaque conſtabit propoſitum, ſi oſtenderimus ſolidum a quadrato AD in rectam CB tantum excedere vel ſuperari a ſolido ex quadrato EA in eandem CB, quantum quod fit a quadrato EB in rectam CA, ſimul excedit vel ſuperatur a ſolido ex quadrato BD in eandem CA. Hoc vero ſic oſtenditur.

Vide Fig. 17.

Omni caſu aut punctum C cadit inter A & D, aut D inter A & C. Quoties C ſitum eſt inter A & D æquabitur AD duabus ſimul AC, CD; AE vero, earundem differentiæ; nam CE æqualis eſt CD, unde tunc ſemper major erit AD quam AE. Iiſdem vero caſibus erit BE æqualis duabus ſimul BC, CE; at BD earum differentiæ; ac proinde ſemper major BE quam BD. At quoties D cadet inter A & C, erit AE æqualis duabus ſimul AC, CE; AD vero, ipſarum differentiæ; ac proinde AE major quam AD. Sed & BD hiſce caſibus major erit, quam BE, quoniam illa æquabitur duabus ſimul BC, CD; hæc vero earundem differentiæ. Itaque apparet quoties AD major eſt quam AE, etiam BE majorem eſſe quam BD; quoties autem AE major quam AD, etiam majorem eſſe BD quam BE.

Porro quoniam DE ex æquo diviſa eſt in C, quomodocunque

docunque ſeſe habeat punctum A, erit ſemper differentia quadratorum AD, AE æqualis quadruplo rectangulo ACD vel ACE, per 8 ſecundi elementorum; ſumendo, nimirum pro lineâ utcunque ſectâ, in primo & quinto caſu, AC quæ dividitur in E: in ſecundo & octavo, AC quæ dividitur in D, in tertio & quarto caſu EC quam ſecat A: in ſexto & ſeptimo, ubi nullum eſt quadratum AE, apparet pro dictâ differentiâ eſſe quadratum AD, quod ſimiliter æquari conſtat quadruplo rectangulo ACD vel ACE. Eâdem ratione propter Biſectionem lineæ DE in C, quomodocunque ſe habeat punctum B, erit ſemper differentia quadratorum BF, BD æqualis quadruplo rectangulo BCD, vel BCE. Eſt autem, propter communem altitudinem, quadruplum rectangulum BCD, ad quadruplum rectangulum ACD, quod æquale erat differentiæ quadratorum AD, AE, ſicut BC, ad AC. Igitur differentia quadratorum BE, BD ad differentiam quadratorum AD, AE, ut BC ad AC. Quamobrem quod fit ex differentiâ quadratorum AD, AE, in rectam BC, quod ipſum eſt differentia ſolidorum ex quadrato AD in BC, & ex quadrato AE in BC, æquale eſt ei quod fit ex differentiâ quadratorum BE, BD in rectam AC, hoc eſt, differentiæ ſolidorum ex quadrato BE in AC, & ex quadrato BD in AC.

Semper autem cum quadratum AD ſuperat vel deficit a quadrato AE, etiam quadratum BE ſimul ſuperat vel exceditur a quadrato BD. Ergo apparet ſolidum ex quadrato AD in BC, ſemper tantum excedere vel ſuperari ab eo quod fit ex quadrato AE in BC, quantum id quod ex quadrato BE in AC, ſimul excedit vel ſuperatur ab eo, quod ex quadrato BD in AC: quod erat demonſtrandum.

LEM-

LEMMA I.

Recta AB *ſecta ſit in* C *&* D *ita ut ſegmentum* AC *minus ſit quam* CD, *&* CD *minus quam* BD. *Dico rectangulum ex* AD, CB, *minus eſſe quam duplum utriuſque ſimul rectanguli* ACD, CDB.

Vide Fig. 18. Deſcribatur ſuper ſegmentum CD quadratum CGND, & producatur CG uſque in E, ut GE ſit æqualis CA, & perficiatur rectangulum ECBF, & producantur DN in K, & GN in H. Quoniam igitur CG eſt æqualis CD, & GE æqualis AC, erit tota CE æqualis AD. Itaque rectangulum CF eſt id quod ſub AD, CB continetur. Rectangulum vero EN æquale rectangulo ACD, & rectangulum NB, æquale rectangulo CDB; oportet igitur oſtendere quod rectangulum CF minus eſt quam duplum utriuſque ſimul rectanguli EN, & NB; ſumatur GL æqualis GE, & agatur LM parallela AB; quia autem minor eſt GL quam GC (nam GE ſive AC minor eſt quam CD) cadet LM inter GH & CB.

Jam quia CD minor eſt quam DB, erit rectangulum LD minus quam rectangulum DM. At LN æquale eſt rectangulo NE, & rectangulum NM æquale eſt rectangulo NF, ideoque duo ſimul rectangula LN & NF æqualia duobus NE & NM, itaque ſi æqualibus inæqualia addantur, nimirum rectangulis LN & NF, rectangulum LD, & rectangulis NE, NM, rectangulum MD, fiet quod ex illis componitur nempe quadratum CN cum rectangulo NF minus quam quod ex his componitur, nempe rectangulum NB cum rectangulo NE: unde quod ex omnibus ſimul componitur, hoc eſt, rectangulum CF minus apparet eſſe quam duplum rectangulorum NB & NE; quod erat oſtendendum.

LEM-

Lemma II.

Sint tres proportionales rectæ A B, A C, A D, quarum major A B, omnibuſque adjiciatur eadem longitudo A E. Dico rectangulum ex B E, D E, majus eſſe quadrato C E. Quia enim proportionales ſunt A B, A C, A D, erit quoque exceſſus B C ad exceſſum C D, ſicut B A ad A C, ſive ut C A ad A D. Major autem eſt ratio C A ad A D, quam C E ad E D, itaque major quoque B C ad C D quam C E ad E D; &, permutando, major ratio B C ad C E quam C D ad D E; &, componendo, major igitur ratio B E ad E C quam C E ad E D: Quamobrem rectangulum ex B E, E D, majus quadrato ex C E quod erat propoſitum. Vide Fig. 19.

Propositio XII.

Si quod corpus majori vel minori quieſcenti obviam pergat, majorem ei celeritatem dabit per interpoſitum corpus mediæ magnitudinis itidem quieſcens quam ſi nullo intermedio ipſi impingatur. Maximam vero celeritatem tum conferet, quum corpus interpoſitum fuerit medium proportionale inter extrema.

Moveatur corpus A versus C quod quieſcat, ſitque A majus vel minus ipſo C, atque inter utrumque medium ponatur corpus B immotum, & mediocris magnitudinis; ita ut A primum impellat B, B vero deinde impellat C dico majorem motum ſic acquiri corpori C, quam ſi ſimpliciter ei occurriſſet A. Quam rationem inter ſe habent corpora A, B, C, eandem habeant rectæ DE, EH, HK, ſitque LP celeritas corporis A, cu- Vide Fig. 20.

jus dupla ſit LQ; ſi igitur fiat ſicut utraque ſimul DE, EH ad DE, ita LQ, ad MR; erit MR, celeritas acquiſita corpori quieſcenti B cùm pellitur ab A. * ſit MS dupla ipſius MR, Rurſus igitur ſi ſit, ut utraque ſimul EH, HK ad EH ita MS ad N, erit N celeritas corporis C poſtquam impulſum eſt ab B celeritate MR. * Si vero ut utraque ſimul DE, HK ad DE ita ſit LQ ad O, erit O celeritas corporis C quæſita ſi pellatur a corpore A celeritate LP. Itaque demonſtrandum eſt majorem eſſe celeritatem N quam O.

*Prop. IX.

*Prop. IX.

Ratio LQ ad N compoſita eſt ex rationibus LQ ad MR & MR ad N. Ratio autem LQ ad MR eadem eſt rationi HD ad DE. Et ratio MR ad N eadem rationi KE ad duplam EH. Eſt enim ut KE ad EH, ita SM ad N, unde KE ad duplam EH ut SM ad 2 N, hoc eſt, ut RM ad N. Ergo ratio LQ ad N componetur ex rationibus HD ad DE, & KE ad duplam EH, ac proinde erit ea quæ rectanguli HD, KE ad duplum rectangulum DEH. Ratio autem LQ ad O eſt ea quam habet utraque ſimul DE, HK ad DE, ex conſtructione, hoc eſt, ſumpta communi altitudine EH, quam habent utraque ſimul rectangula DEH, EHK, ad rectangulum DEH, vel quam illa bis ſumpta ad duplum rectangulum DEH. Eſt autem rectangulum HD, KE, minus quam duplum rectangulorum DEH, EHK*. Ergo minor erit ratio rectanguli HD, KE, ad duplum rectangulum DEH, quam rectangulorum DEH, EHK, bis ſumptorum, ad idem duplum rectangulum DEH. Quam autem rationem habet rectangulum HD, KE ad duplum rectangulum DEH, eam dictum eſt habere LQ ad N. Et quam rationem habet duplum rectangulorum DEH, EHK, ad duplum rectangulum DEH, eam ductum eſt habere LQ ad O. Igitur minor erit ratio LQ ad N quam LQ ad O, ac proinde N major quam O.

*Lemm. I.

Eſto

Eſto jam B proportione medium inter A & C, dico hac ratione maximam omnium celeritatum corpori C collatum iri.

Nam, ſi fieri poteſt, interpoſito primum loco B, corpore majori X, ita ut, A pellat X, X autem pellat C, dicatur major ſic celeritas acquiri corpori C, quam ſi interponatur B. Et ſicut A ad X, ita ſit DE ad ET. Ergo ET major quàm EH; poſitis videlicet, ſicut ante, proportionalibus DE, EH, HK, in eâdem ratione quæ eſt corporum A, B, C. Sit autem duabus TE, HE tertia proportionalis VE: atque inveniatur porro, ſicuti in præcedentibus, celeritas N corpori C acquiſita per interpoſitum B. Similique ratione inveniatur, celeritas quæ eidem C acquiretur per interpoſitum X *. Nempe ſi fiat ut utrumque ſimul A & X, hoc eſt, ut utraque ſimul DE, ET ad DE, ita LQ ad IY, erit IY celeritas impreſſa corpori X impellente A: unde rurſus ſi fiat ut utrumque ſimul X & C ad X, hoc eſt, ut utraque ſimul ET, HK ad ET ita dupla IY quæ ſit ZY ad G; erit G celeritas quæſita corpori C. Quamobrem oſtendendum eſt N majorem eſſe quam G. Vide Fig. 21. * Prop 11.

Ratio LQ ad N, ſicut antea, componi oſtendetur ex rationibus HD ad DE, & KE ad duplam HE; eſt autem ſicut KE, ad duplam HE, ita HD ad duplam ED, quia proportionales KH, HE, ED. Igitur ratio LQ ad N componetur jam ex rationibus HD ad DE, & HD ad duplam DE: ac propterea erit eadem quæ quadrati HD ad duplum quadrati DE. Ratio autem LQ ad G componitur ex rationibus LQ ad IY & IY ad G, quarum ratio LQ ad IY eſt eadem quæ TD ad DE ex conſtructione, *ratio autem* IY ad G eadem quæ utriuſque ſimul KH, TE ad duplam TE; etenim ex conſtructione eſt ſicut utraque ſimul KH, TE ad TE, ita ZY ad G,

 ideo-

ideoque, ſumptis conſequentium duplis, ſicut duæ KH, TE, ad duplam TE, ita ZY ad duplam G, ſive IY ad G, uti dictum fuit: itaque ratio LQ ad G componitur ex rationibus TD ad DE, & duarum ſimul KH, TE ad duplam TE: quia vero proportionales ſunt DE, EH, HK, erit rectangulum DE, HK æquale quadrato EH. Sed & rectangulum EV, ET eidem quadrato EH æquale eſt, quoniam proportionales EV, EH, ET. Igitur rectangulum DE, HK æquale rectangulo EV, ET. Unde ſicut VE ad ED ita HK ad ET, & componendo, ſicut VD ad DE, ita utraque ſimul KH, TE ad TE; &, ſumptis conſequentium duplis, ſicut VD ad duplam DE, ita duæ KH, TE ad duplam TE. Itaque ratio LQ ad G componitur ex rationibus TD ad DE & VD ad duplam DE, ac proinde eſt eadem quæ rectanguli TDV ad duplum quadratum DE. Ratio autem LQ ad N oſtenſa eſt eadem quæ quadrati HD ad duplum quadratum DE. Itaque cum rectangulum TDV majus ſit quam quadratum HD, per lemma II. (ſunt enim proportionales TE, HE, VE, quibus adjecta eſt longitudo ED) ſequetur majorem eſſe rationem LQ ad G quam LQ ad N; adeoque majorem eſſe N quam G, quod erat oſtendendum.

Vide Fig. 22. Dicatur deinde interpoſito corpore X minori quam B, acquiri majorem celeritatem corpori C. Sit rurſus ut A ad X ita DE ad ET: igitur quia jam minor ponitur X quam B, erit quoque ET minor quam EH, nam, ſicut A ad B, ita eſt DE ad EH. De cætero autem eadem repetatur conſtructio & demonſtratio quæ modo adhibita fuit, quâ quidem rurſus celeritas N major oſtendetur quam G. Itaque conſtat maximam celeritatem acquiri corpori quieſcenti C per interpoſitionem corporis B quod ſit medium proportionale inter A & C.

Pro-

Propositio XIII.

Quo plura corpora interponentur inter duo inæqualia, quorum alterum quieſcat alterum moveatur, eo major motus quieſcenti conciliari poterit. Maximus autem per unam quamque interpoſitorum multitudinem ita conferetur, ſi interpoſita cum extremis continuam proportionalium ſeriem conſtituant.

Sint proportionalia corpora A, B, C, e quibus A moveatur reliqua duo quieſcant; itaque maximus motus acquirendus corpori C per unius corporis interpoſitionem eſt ille qui efficitur per interpoſitum B *. Quod autem ope duorum interpoſitorum major adhuc effici poſſit hinc conſtabit. Etenim ſi inter A & B medium proportionale interponatur D, major jam motus acquiritur corpori B quam ſi ſimpliciter a corpore A fuiſſet percuſſum; quo autem major eſt celeritas in B, eo & major inducetur in C. Igitur C magis movebitur per interpoſita corpora D, B, quam per ſolum B. Quod ſi vero in locum B aliud poſtea conſtituatur quod ſit medium proportionale inter D & C, evidens eſt adhuc majorem motum in C tranſiturum, quam per interpoſita D B corpora. Porro quod maximus motus per interpoſitionem duorum corporum corpori extremo concilietur, cum A, D, B, C fuerint continue proportionalia, ſic oſtendetur. Principio conſtat celeritatem corporis C per interpoſita duo corpora non poſſe in quantumvis magnam excreſcere; nam celeritas corporis D ſemper minor erit quam dupla celeritas A. * Item celeritas B ſemper minor erit quam dupla celeritas D & celeritas acquiſita corpori C ſemper minor erit quam dupla celeritas B. adeo ut minor ſaltem futura ſit celeritas C quam octupla celeritatis A. Itaque hinc intelligitur certam quandam celeritatem

Vide Fig. 18.

* Prop. XII.

* Prop. VII.

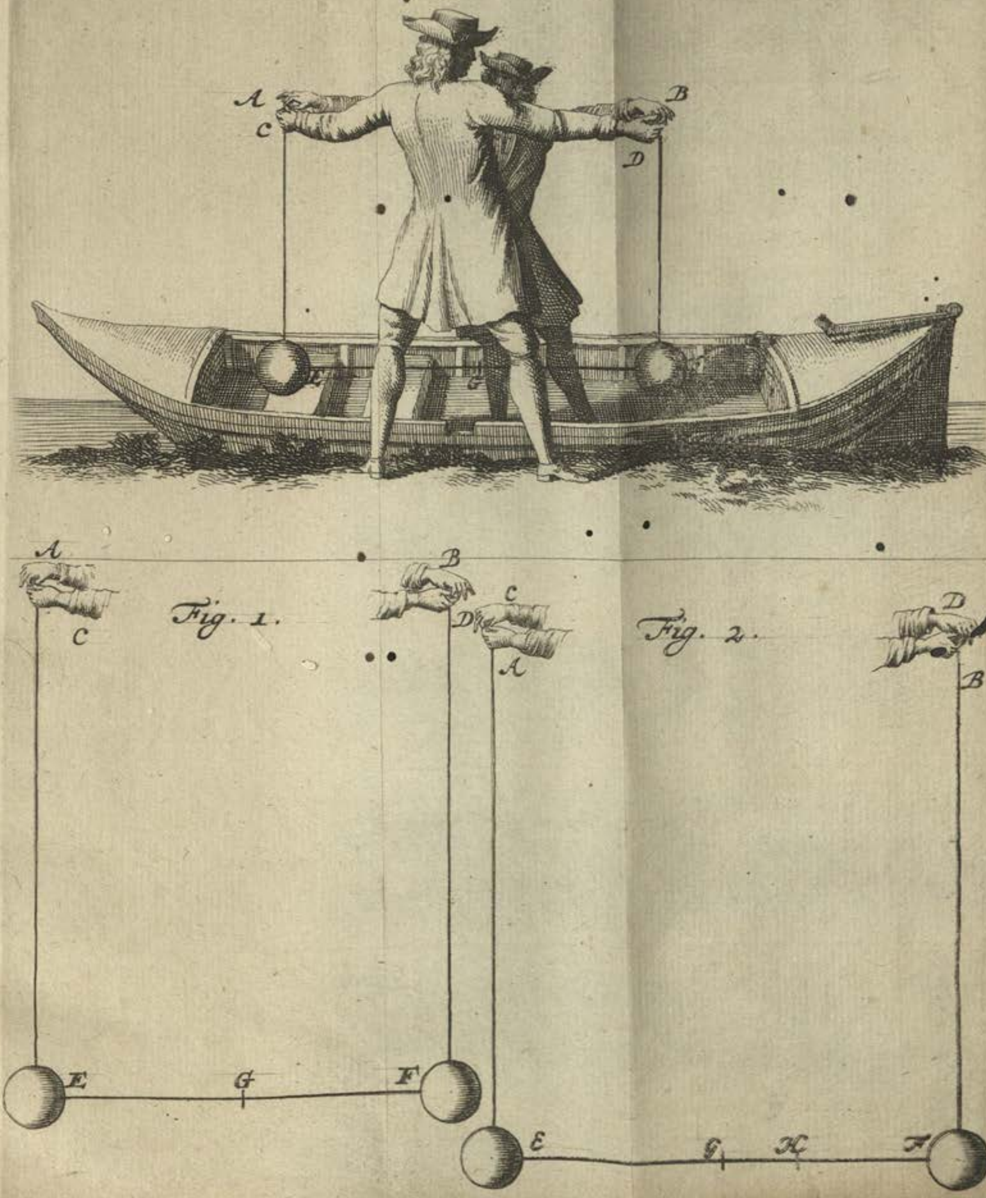
exiſtere quâ major corpori c, per interpoſitionem duorum corporum, acquiri nequeat. Eſto ea celeritas e, quam quidem corpori c acquiſitam ponamus interpoſitis inter ipſum & a corporibus d, b dico a, d, b, c continue proportionalia eſſe. Etenim primo, ſi tria a, d, b non ſunt proportionalia, fiet ſubſtituendo corpus aliud pro corpore d, quod medium proportionale ſit inter a & b, ut major motus tranſeat in b quam per interpoſitum d. ac proinde etiam c majorem acquirit velocitatem quam per interpoſita d, b, hoc eſt, majorem quam ſit velocitas e, quod abſurdum eſt, quia poſita fuit e maxima eſſe velocitas quam duorum corporum interpoſitione corpus c adipiſci poſſet. Similiter ſi d, b, c non ſunt proportio nalia, poterit in locum b aliud medium proportionale conſtitui inter d, c, quo fiet ut rurſus major acquiratur velocitas corpori c quam per interpoſita d b, hoc eſt, major velocitate e; quod eâdem ratione abſurdum eſt. Itaque quum & a, d, b & d, b, c ſint proportionales, erunt corpora omnia a, d, b, c in proportione continua, quod erat oſtendendum. Hinc vero jam eâdem ratione oſtendi poterit, interpoſitis inter a, c, tribus corporibus majorem adhuc motum corpori c tribui poſſe quam cum duo tantum interpoſita fuere, atque ita deinceps; ſimilique etiam argumentatione maximus motus corpori c acquiri oſtendetur cum omnium corporum continua eſt proportio. Itaque conſtat propoſitum.

Si corpora centum ex ordine dentur in proportione duplâ, incipiatque motus a maximo, invenitur ſubducto calculo ad præceptum regulæ propoſitione nona traditæ ſed in compendium redactæ, celeritas minimi ad celeritatem quâ movebatur maximum proxime ea quæ 14760000000 ad 1. Si vero a minimo motus incipiat augetur in univerſum motus quantitas ſecundum rationem proxime quæ 1 ad 46770000000.

F I N I S.

Tab: 1.

De Motu.



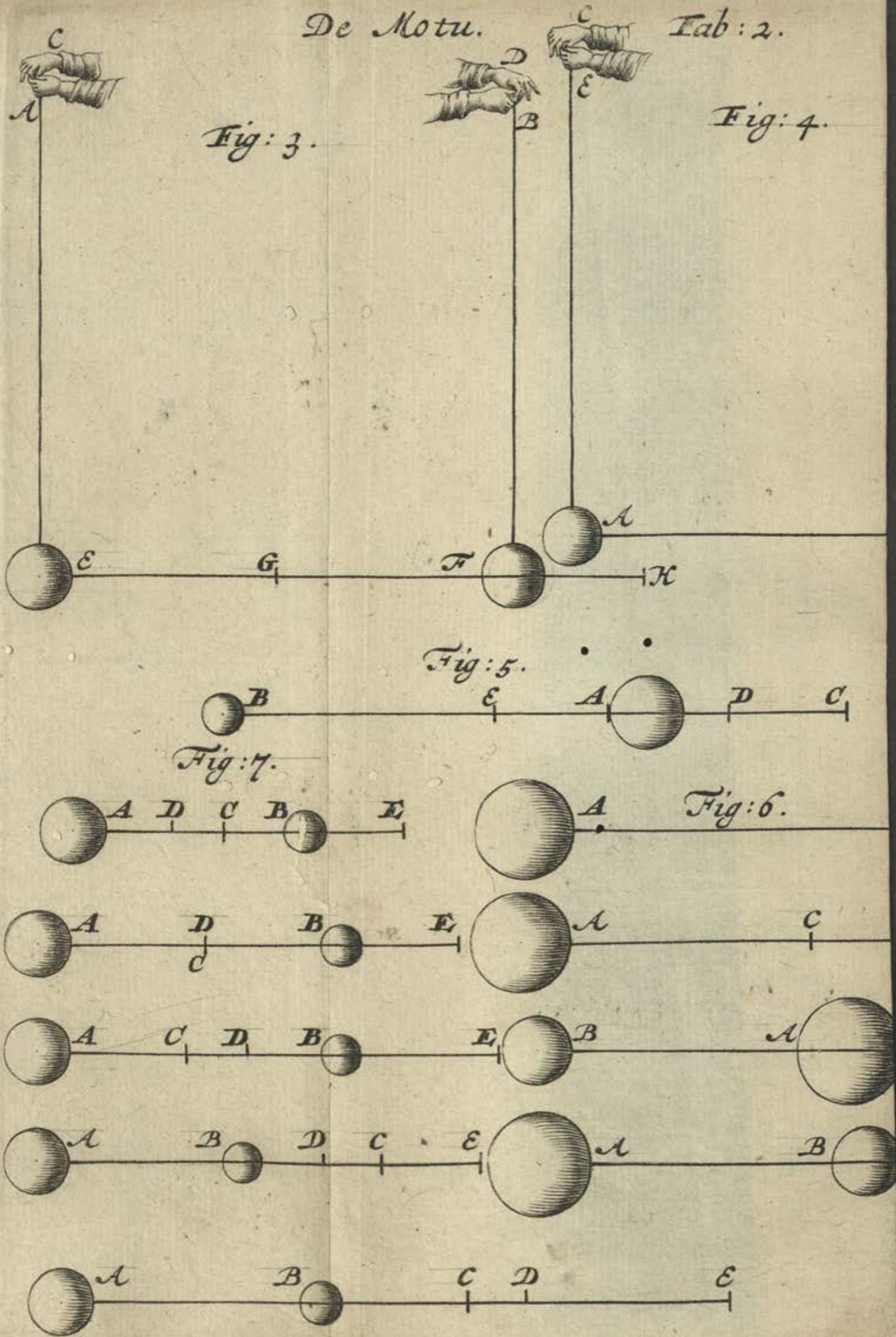

Fig: 3.
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 6.
Fig: 7.
C
A
E
G
F
H
D
B
C
E
A

Fig. 8.

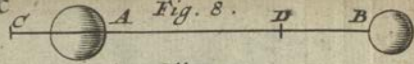


Fig. 9.

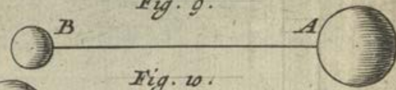


Fig. 10.

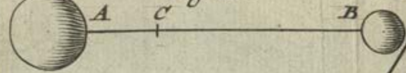


Fig. 12.

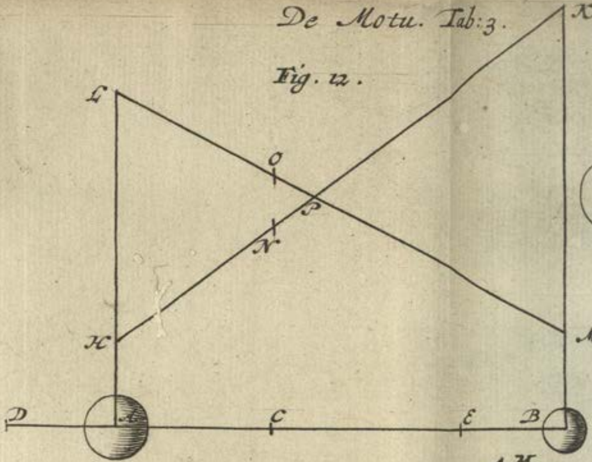


Fig. 13.

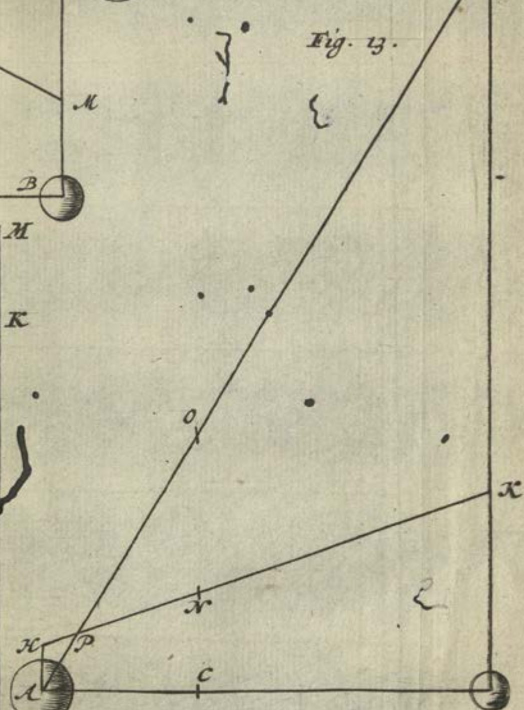


Fig. 11.

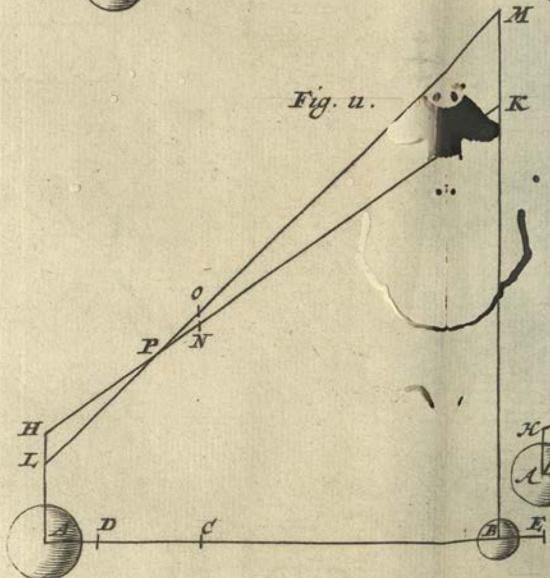


Fig. 14.

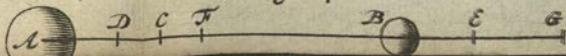


Fig. 16.

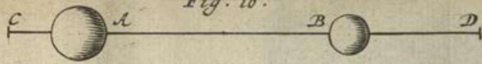


Fig. 15.

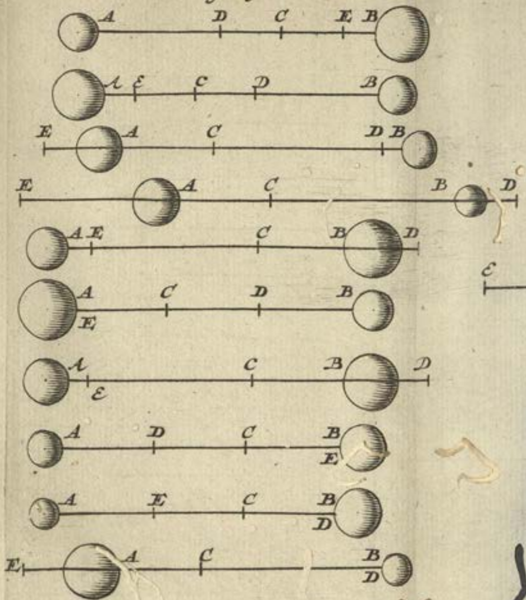


Fig. 17.

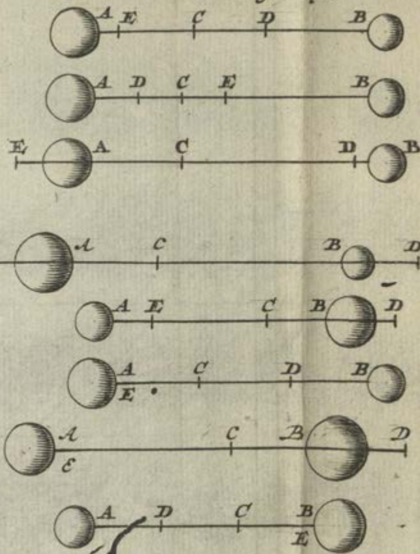
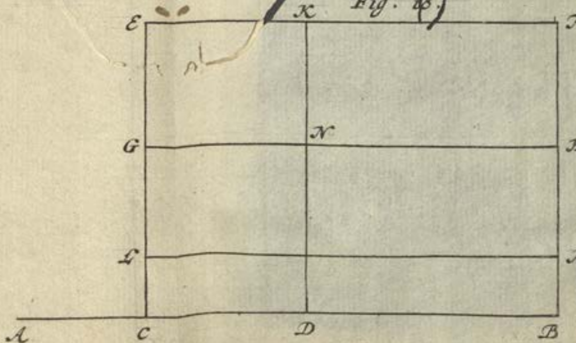
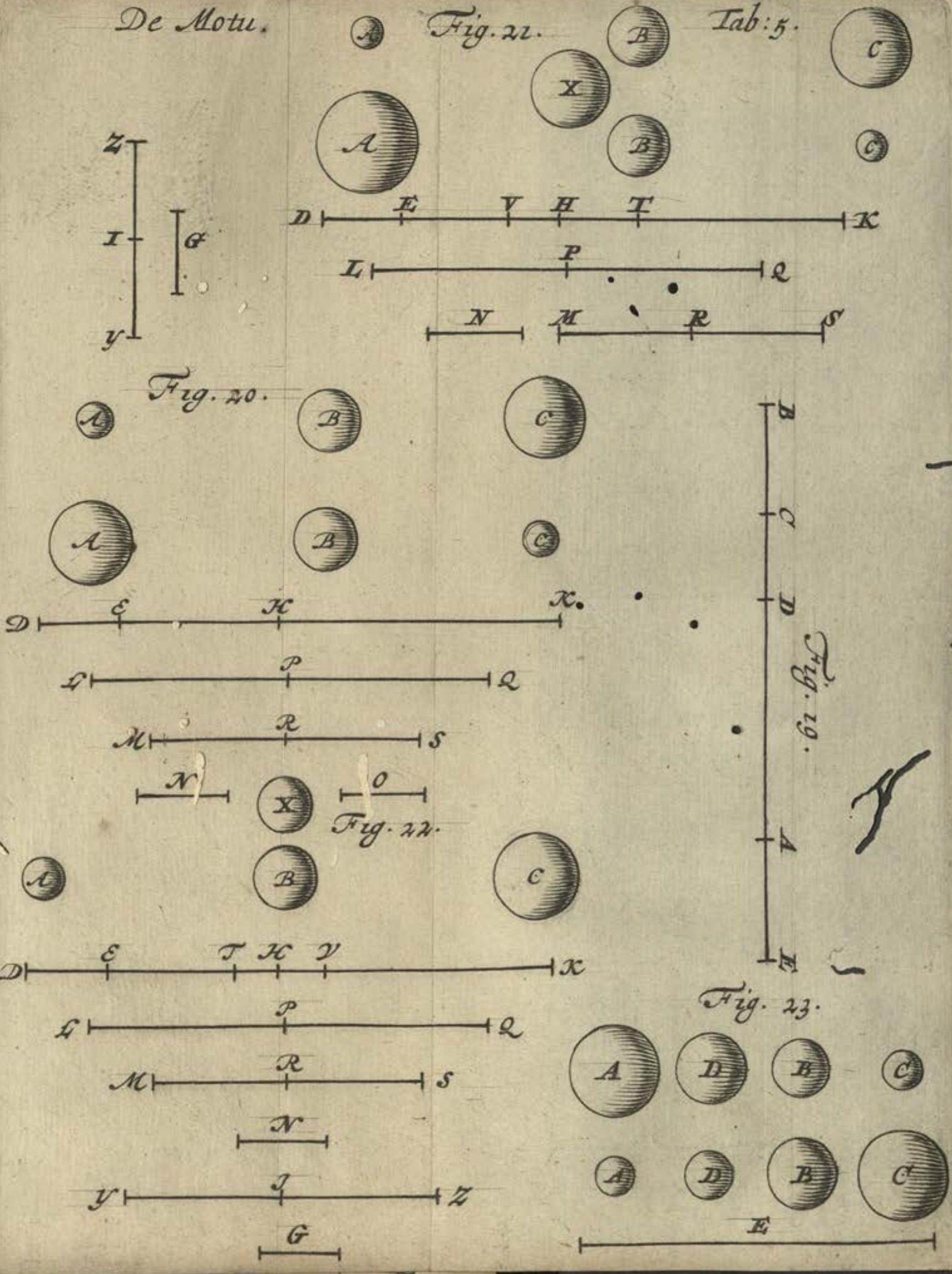


Fig. 18.



De Motu. Tab: 5.



CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

VI CENTRIFUGA.

CHRISTIANUS HUGENIUS
DE
VI CENTRIFUGA.

GRAVITAS est conatus deſcendendi: Ponendo itaque gravia cadentia ſive ad perpendiculum ſive in planis inclinatis moveri ea acceleratione, ut temporibus æqualibus æqualia accreſcant celeritatis momenta, certiſſimè inde demonſtrari poteſt ſpatia diverſis temporibus è quiete peracta eſſe inter ſe, ſicut temporum quadrata. Hoc autem experientiæ exactè convenit. Ergo recte illud aſſumptum eſſe conſtat. Exactè convenire experimenta Galilei, Riccioli, noſtra comprobant; niſi quod aëris reſiſtentia pauxillum quid aberrare facit, ſed hoc eo minus, quo corpora plus gravitatis pro ſuperficiei magnitudine continent, quoque in minoribus ſpatiis periculum facimus. Unde credibile omnino eſt, niſi aëris reſiſtentia obeſſet, etiam in vaſtiſſimis ſpatiis eandem rationem perfectiſſimè obſervatum iri. Nunc autem, ſicut ex illa fit, ut ſphæra ex ſubere brevi eo perveniat, unde æquabili deinceps celeritate decidere pergat; quod de plumbea etiam neceſſario verum eſt, minuta adeo ut pro gravitate ſua tantam ſuperficiem habeat quantam ſuberea, hoc eſt, cujus diameter ſit ad diametrum illius, ſicut gravitas ſpecifica ſuberis ad gravitatem plumbi, ut alias oſtendi: ita de plumbea quoque quantumvis magna exiſtimo, ſi per aerem cadere pergat, perventuram quoque tandem ad æquabilem motum, poſt

 im-

immenſum videlicet ſpatium peractum : adeo ut accelerationis ratio hîc locum non ſit habitura, ac proinde revera nunquam præciſione exquiſitiſſima ſervetur. Veruntamen non propterea parum egregia atque utilis Galilei de hoc motu ſpeculatio cenſenda eſt, non magis hercle, quam mechanica omnis quæ circa pondera verſatur, quod falſo in illa præſumi ſoleat gravia parallelis inter ſe lineis deſcendere conari, quæ revera ad centrum terræ vergunt. Cæterum ad illorum demonſtrationem, quæ nos hic tractabimus, ſufficit in minimis quamlibet ſpatiis à quietis puncto accelerationem creſcere ſecundum impares numeros 1, 3, 5, 7, ut Galileus ſtatuit.

Vide Fig. 1. Itaque cum grave ex filo ſuſpenſum eſt, ideo trahitur filum, quoniam grave conatur recedere ſecundum lineam fili motu accelerato ejuſmodi.

Vide Fig. 2. Poteſt autem motu ſecundum dictam progreſſionem accelerato majus minuſve ſpatium eodem tempore confici : velut cum in plano inclinato AB grave ſuſtinetur filo CD ipſi plano æquidiſtanti. Nam & hic conatur grave progredi per lineam DC motu ſimiliter accelerato, ſed non ut tantundem ſpatii percurrat certa temporis particula, quantum percurreret eadem particula ſi à filo perpendiculari dimiſſum eſſet. Unde & minor conatus hic ſentitur, qui nempe tanto minor eſt altero illo conatu perpendiculari, quanto minus ſpatium eodem tempore in plano inclinato quam in perpendiculari grave tranſiturum eſſet.

Porro quoties duo corpora æqualis ponderis unumquodque filo retinetur, ſi conatum habeant, eodem motu accelerato, & quo ſpatia æqualia eodem tempore peractura ſint, ſecundum extenſionem fili recedendi, æqualem quoque attractionem iſtorum filorum ſentiri ponimus, ſive deorſum, ſive ſurſum, ſive quamcunque in par-

partem trahantur. Neque referre qua ex cauſa conatus ejuſmodi oriatur, dummodo adſit; adeſt autem idem conatus, ſi data facultate, ſeu non inhibito conatu, idem circa motum continget. Idque in initio motus tantum ſpectandum eſt, accepta parte temporis quamlibet exigua. Nam ex. gr. ſi globus B pendeat a filo AB, tangat autem a latere ſuperficiem cavam CD, verum ita, ut quæ a centro ſphæræ B ad contactum ducitur ſit & filo AB & tangenti curvam perpendicularis, ſcimus jam globum neutiquam à ſuperficie CD ſuſtineri, ſed æque valide trahere funem AB ac ſi planum CD non tangeret, ſed libere ſuſpenſus eſſet. Attamen ſi à fune ſeparetur decidatque, non deſcendet eodem modo, ac ſi libere ſuſpenſus fune excidiſſet, ſed per ſuperficiem CD devolutus ne quidem accelerationis proportionem ſecundum numeros impares 1, 3, 5, 7 accurate ſervabit. Itaque apparet non illud reſpiciendum quid aliquandiu poſt ſeparationem à fune gravi futurum ſit, ſed quamlibet minimam temporis particulam ab incepto motu conſiderandam, ſi vim conatus determinare velimus. Incipit autem hîc globus B, poſt ſeparationem à fune, ita moveri, quemadmodum ſi perpendiculariter deciſſet; quoniam initio eam determinationem motus habet quæ eſt ſecundum rectam AB, quoniam hæc tangenti curvam in C parallela eſt. Nunc videamus quis quantuſque conatus ſit corporibus filo vel rotæ quæ circumgyratur alligatis, ut à centro recedant. Vide Fig. III.

Sit rota BG quæ circa A centrum convertatur, horizontis plano æquidiſtans: globulus ad circumferentiam ligatus, ubi ad B punctum venerit, conatum habet pergendi ſecundum rectam BH, quæ rotam in B contingit: nam, ſi hic ab rota ſeparetur avoletque, rectam viam BH inſiſtet; nec relinquet eam niſi vi gravitatis deorſum Vide Fig. 4.

trahatur, vel occurſu alterius corporis curſus ejus impediatur. Hoc vero primo intuitu difficile intellectu videtur, cur adeo tendatur filum AB, cum globus conetur ire ſecundum BH rectam quæ ad AB perpendicularis eſt. Sed omnia hoc modo clara fient. Cogitemus maximam quampiam rotam hanc eſſe, ut hominem prope circumferentiam ei inſiſtentem in B, facile una ſecum deferat; verum ita affixum ſit ne excuti ipſe poſſit; teneat autem manu ſua filum cum alligata ad caput alterum fili glande plumbea. Eodem igitur modo & æque valide filum tendetur ex vi vertiginis, ſive ita contineatur, ſive filum idem ad centrum uſque A porrigatur, ibique deligatum ſit: ratio autem ob quam tenditur manifeſtius jam percipi poterit. Sumantur arcus æquales BE, EF, exigui ratione totius circumferentiæ, puta partes centeſimæ vel minores etiam. Hoſce igitur arcus is quem diximus homo æqualibus temporibus pertranſit rotæ affixus, plumbum autem iiſdem temporibus decurreret, ſi dimitteretur, per rectas BC, CD dictis arcubus æquales, quarum termini C, D, non quidem in eas rectas incidunt omnino, quæ ex centro A per puncta E, F, ducuntur, ſed minimum quid verſus B ab iis lineis diſtant. Apparet jam, ubi homo pervenerit in E, plumbum futurum in C, ſi in B puncto dimiſſum fuiſſet. ubi autem ad F ille pervenerit, futurum in D; unde hunc conatum ineſſe plumbo rectè dicemus.

Quod ſi jam puncta C, D, eſſent in rectis AE, AF productis, certum eſſet conari plumbum recedere ab homine per ipſam lineam quæ à centro per locum ejus ducitur; & quidem ita ut prima temporis parte removeatur ab eo ſpatio EC, ſecunda autem parte temporis diſtet ſpatio FD. Hæc autem ſpatia EC, FD & cætera

dein-

deinceps ita creſcunt, ut quadratorum ſeries ab unitate 1, 4, 9, 16 &c. nam tantò ſanè exactius hanc ſeriem referunt, quanto minores particulæ BE, EF acceptæ fuerint, ideoque in ipſo initio tanquam nihil differrent conſideranda ſunt. Itaque ſimilem planè conatum hunc fore conſtat illi qui ſentitur cum globus filo ſuſpenſus tenetur, quoniam tunc quoque conatur recedere ſecundum lineam ipſius fili, motu ſimiliter accelerato; ut nempe prima temporis parte exacta peregerit ſpatiolum 1, duabus temporis partibus ſpatiola 4, tribus 9 &c. Sic igitur ſe res haberet, ſi puncta C, D, eſſent in rectis AE, AF productis. Nunc autem quia parum verſus B à prædictis lineis recedunt, contingit inde ut globus non per rectam lineam è centro A venientem conetur ab homine recedere ſed per curvam quandam quæ rectam illam tangit eo loco ubi homo conſiſtit. Nempe ſi rotam contingat in B planum PQ, quod ei ſit affixum atque una cum ipſa circumferatur, globus B, ſi a rota ſeu plano dicto ſeparetur, deſcribet, reſpectu ejuſdem plani punctique B porro moveri pergentium, curvam BRS, quæ radium AB una tranſlatum productumque tanget in B: quam curvam ſi deſcribere velimus, tantum filum aliquod circumferentiæ BNM circumponendum eſt, ejuſque caput B ducendum verſus RS, ita ut ſemper extenſa maneat pars ea quæ circumferentiam BNM reliquit; hoc enim motu, extremo ſui puncto, dictam lineam BRS deſcribet; quod facile eſt oſtendere. Erit autem hæc lineæ proprietas, ut ſi ad quodlibet circumferentiæ punctum, ut N, ducatur tangens circumferentiam quæ occurrat curvæ in R, hæc ipſa NR æqualis ſit arcui NB; quod ex ortu perſpicuum eſt. Tangere autem ſe mutuo curvam rectamque AB in puncto B eſt oſtendendum. Sit NR tangens circumferentiæ, pa-

Vide Fig. 5.

parallela AB. Conſtat curvæ partem BR totam intra rectas parallelas AB, NR jacere; nam ſi quodvis in ea punctum, ut O, ſumatur, per quod tangens ad circumferentiam ducatur VOL, erit LO æqualis arcui LB, ideoque minor tangente ejuſdem arcus, quæ eſt LV: unde punctum O inter V & L cadere neceſſe eſt; atque idem de quocunque puncto in BR accepto oſtendi poteſt.

Jam vero ſi curvam BR dicatur non tangere recta BV in B; ergo poterit duci ex B recta quæpiam BK tam exiguo angulo ſuper BV inclinata ut curvam BR non ſecet: ſit ea BK. Ducatur AL radius parallelus BK, ſitque LH ad eandem BK perpendicularis, ideoque & ad AL. Eſt igitur LH æqualis ſinui arcus BL ideoque hoc arcu minor. Æqualis autem eidem arcui eſt recta LHO inter contactum L & curvam BR intercepta. Itaque pars aliqua curvæ BR in qua eſt punctum O cadet intra angulum VBK, quamtumvis exiguus eſſe ponatur. Unde manifeſtum eſt rectam BK ſecare curvam, ideoque BV demum tangere eam in B.

Cum itaque globus cum rota circumactus curvam deſcribere conetur reſpectu radii in quo ſitus eſt, ac talem quidem quæ radium contingat, apparet conatu hoc filum, cui alligatus eſt, non ſecus tendi debere, quam ſi ſecundum ipſum radium productum globus ire conetur.

Vide Fig. 6. Sunt autem & ſpatia quæ in dicta curva globus peracturus eſſet temporibus æqualiter creſcentibus, ſicut ſeries quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, &c. ſi videlicet principium motus ſpatiaque minima attendamus; quod appoſita figura oſtendit, ubi arcus æquales in circumferentia rotæ accepti ſunt BE, EF, FM; & in tangente BS rectæ dictis arcubus æquales BK, KL, LN; lineæ vero ex centro ſunt EC, FD, MS. Hic itaque ſi globus à circumeunte rota divelleretur in B; tum ubi pun-

punctum B perveniſſet in F globus eſſet in K, particulamque curvæ ſupra deſcriptæ percurriſſet EK; poſt ſecundum vero tempus exactum cum B veniſſet in F, globus in L reperiretur, jamque curvæ partem FL percurriſſet: ſimiliterque cum B veniſſet in M, globus peregiſſet curvæ portionem MN. Hæ vero curvæ lineæ partes tanquam eædem cum rectis EC, FD, MS, quas contingunt, in principio ſeparationis globi ab rota, conſiderandæ ſunt; quoniam tam parvi arcus à puncto B accipi poſſunt, ut differentiola quæ eſt inter rectas curvaſque haſce, minorem rationem habeat ad ipſarum longitudinem, quavis ratione imaginabili.

Proinde igitur & ſpatia EK, FL, MN tanquam creſcentia ſecundum ſeriem quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, ſpectanda ſunt. Atque ita conatus globi in circumeunte rota retenti haud alius erit, ac ſi ſecundum rectam, quæ ex centro per ipſum ducitur progredi contenderet, idque motu accelerato quo æqualibus temporibus creſcentia percurreret ſpatia ſecundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. ſufficit enim initio hanc progreſſionem obſervari; nam licet poſtea qualibet alia ratione vel motu feratur, id ad conatum, qui eſt ante acceptum motum, nihil prorſus attinet. Is autem quem diximus planè ſimilis conatus eſt ei quo gravia ex filo pendentia deorſum pergere nituntur. Unde etiam concludemus, vires centrifugas mobilium inæqualium, ſed in circulis æqualibus æquali velocitate latorum eſſe inter ſe, ſicut mobilium gravitates, ſeu quantitates ſolidas. Sicut enim gravia omnia eadem celeritate conantur deorſum labi motuque ſimiliter accelerato; tanto autem amplius momenti habet hic eorum conatus quanto majora fuerint; ita in iis quoque, quæ a centro tendere nituntur, evenire debet, quorum conatus plane ſimilis eſt

eſt oſtenſus conatui, qui eſt ex gravitate. Cum autem ejuſdem globi idem ſemper ſit conatus ad deſcendendum quoties ex filo ſuſpenditur; contra verò globi in rota circumacti minor majorve conatus, prout tardius celeriuſve rota verſabitur; ſupereſt ut magnitudinem ſeu quantitatem conatus cujuſque in diverſis rotæ celeritatibus inquiramus. Et primo quidem illud inveſtigabimus, qua celeritate rotam propoſitam circumagi neceſſe ſit, ut æquè validè filum ſuum globus intendat, atque cum perpendiculariter ab illo eſt ſuſpenſus.

Propositio I.

Si mobilia duo æqualia æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia, ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri.

Vide Fig. 7. Sint circuli quorum radii AB, AC, per quos duo mobilia æqualia æqualibus temporibus circumferantur. Accipiantur in utroque arcus minimi ſimiles BD, CE; & in tangentibus ad puncta B & C ſumantur BF, CG ſingulæ ſuis arcubus æquales. Mobile itaque in circulo BD circumactum conatum habet recedendi a centro ſecundum extenſionem fili ſui motu accelerato naturaliter, eoque motu permeandi ſpatium DF, certa temporis parte: in circulo autem CE circumiens ſimilem quidem habet à centro recedendi conatum, ſed quo parte illa temporis eadem conficiat ſpatium EG. Itaque quanto major eſt DF quam EG, tanto majore vi trahitur filum in majori circulo quam in minori: patet autem eſſe FD ad GE ſicut BF ad CG, hoc eſt, ut BA ad AC. Erit ergo vis centrifuga in majori circumferentia,

ad

ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri. Quod erat demonſtrandum.

Propositio II.

Si mobilia æqualia in iiſdem ſive æqualibus circulis rotiſve gyrentur celeritatibus inæqualibus, verum utraque motu æquabili; erit vis recedendi à centro celerioris ad vim tardioris in duplicata ratione celeritatum. Hoc eſt, ſi fila, quibus illa retinentur, per centrum rotæ deorſum educantur, ſuſtineantque pondera, quibus vis mobilium centrifuga inhibeatur, atque exacte adæquetur, erunt hæc pondera inter ſe, ſicut velocitatum quadrata.

Sit circulus cujus centrum A, radius AB, in cujus circumferentia feratur primum mobile tardius celeritate, quam repræſentet linea N, deinde alterum celeritate majori, quæ ſit O. Sumtis jam arcubus minimis BE, BF, qui ſint inter ſe, ut N ad O, conſtat eadem temporis parte, qua mobile tardius abſolvet arcum BE, illud quod celerius eſt percurſurum arcum BF; ſint arcubus BE, BF ſingulis æquales in tangente poſitæ BC, BD. Itaque & conſtat, utrique mobili ineſſe conatum recedendi a centro ſecundum extenſionem fili ſui motu accelerato; ſed quo motu mobile, quod tardius fertur, receſſurum ſit à puncto circumferentiæ, cui incumbit, quantum eſt ſpatium EC; illud vero quod celerius eſt, tempore æquali per ſpatium FD. Quanto igitur major eſt DF quam CE, tanto validius trahit mobile celerius tardiore. At quoniam arcus BE, BF minimos ſumſimus, eadem cenſenda eſt ratio DF ad CE, quæ quadrati DB ad CB, ſecundum ea quæ paulo ante explicavimus; eſtque ut DB ad BC ita arcus FB ad BE, hoc eſt, ita O ad N; ergo erit ut qua- Vide Fig. 8.

 dratum

dratum O ad quadratum N, ita FD ad EC, atque ita proinde vis centrifuga celerioris mobilis ad vim tardioris. Q. E. D.

Propositio III.

Si duo mobilia æqualia in circulis inæqualibus æquali velocitate ferantur, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum, ita ut in minori circumferentia dicta vis major exiſtat.

Vide Fig. 9. Sunto circa idem centrum A circuli inæquales, quorum radii AB, AC; & ferantur in circumferentiis eorum mobilia æqualia celeritate æquali, hoc eſt, ut quo tempore in majori circumferentia percurritur arcus aliquis BD, eodem tempore in minori percurratur arcus CF ipſi BD æqualis longitudine. Dico vim centrifugam mobilis quod in circumferentia BD circumfertur, fore ad eam quam habet circumlatum in circumferentia CF, ſicut radius AC ad AB. Ducatur radius AD ſecans minorem circumferentiam in E; & ſit duabus AC, AB tertia proportionalis AG. Porro intelligatur mobile quoddam utrivis duorum æquale circumferri in circumferentia CF ea celeritate, ut eodem tempore abſolvat arcum CE, quo duo alia arcus BD & CF. Illius igitur aſſumti mobilis celeritas ad celeritatem alterutrius horum erit, ut arcus CE ad arcum BD, hoc eſt, ut AC ad AB. Erit autem vis centrifuga mobilis, quod arcum BD percurrit, ad vim mobilis aſſumti, quod eodem tempore percurrit arcum CE, ut BA ad AC*. Sed vis centrifuga aſſumti mobilis, erit ad vim ejus, quod eodem tempore percurrit arcum CF, in duplicata ratione AC ad AB, hoc eſt, erit eadem quæ AC ad AG, quoniam celeritates eorum oſtendimus eſſe, ut AC ad AB. Ex æquali

*Prop. 1.

*Prop. II.

li igitur erit vis centrifuga mobilis quod percurrit arcum B D ad vim ejus quod eodem tempore percurrit arcum æqualem C F, ut B A ad A G, hoc eſt, ut A C ad AB; quod erat demonſtrandum.

Propositio IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata vim centrifugam æqualem habuerint, erit tempus circuitus in majori circumferentia ad tempus circuitus in minori in ſubduplicata ratione diametrorum.

Sunto circuli inæquales B E, C F circa idem centrum A, quorum radii A B, A C; & in utroque mobile gyretur, ita ut eadem ſit utrobique vis centrifuga; dico tempus, quo circumferentia circuli B E percurritur, eſſe ad tempus, quo percurritur circumferentia C F, in ſubduplicata ratione A B ad A C, hoc eſt, ſicut B A ad A D mediam proportionalem inter A B, A C. Si enim tertium mobile intelligatur aliis iſtis æquale, quod eodem tempore percurrat circumferentiam C F, quo alterum abſolvit circumferentiam B E, erit aſſumti mobilis vis centrifuga ad vim hujus ut A C ad A B*. Ponitur autem mobilium duorum priorum vires centrifugæ æquales; ergo aſſumti mobilis vis centrifuga erit etiam ad vim ejus, quod in circumferentia C F currere poſitum eſt, ut A C ad A B; ſunt autem vires centrifugæ eorum quæ in eadem circumferentia moventur in duplicata ratione velocitatum*. Ergo velocitas aſſumti mobilis erit ad velocitatem ejus, quod primo poſitum eſt revolvi in circumferentia C F, ſicut A C ad A D, vel ut A D ad A B. Velocitatibus autem contraria ratione reſpondent tempora lationum per eandem circumferentiam; ergo tempus circui-

Vide Fig. 10.

* Prop. I.

* Prop. II.

cuitus aſſumti mobilis, cui æquale eſt ex hypotheſi tempus circuitus mobilis euntis per peripheriam BE, erit ad tempus circuitus mobilis quod in circumferentia CF initio ferri dictum eſt, ut AB ad AD. Quod erat demonſtrandum.

Propositio V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quæ ſit quartæ parti diametri æqualis, habebit conatum à centro recedendi æqualem ſuæ gravitati, hoc eſt, æque validè filum, quo retinetur, trahet, atque cum ex illo ſuſpenſum eſt.

Vide Fig. 11. Eſto circulus centro A, radio AB horizonti parallelus, in cujus circumferentia feratur mobile æquabili motu, velocitate autem, quantam acquireret cadens perpendiculariter ex altitudine æquali dimidiæ AB, quæ ſit CB; dico vi centrifuga æquè validè tractum iri funem, quo mobile detinetur, ac ſi liberè ex eodem fune ſuſpenſum eſſet.

Sit circuli tangens BD æqualis radio AB.

Quoniam igitur mobile currit in circumferentia circuli ea celeritate, quam acquirit cadens ex altitudine CB, hoc eſt, qua tranſiret motu æquabili ſpatium BD ipſius BC duplum æquali tempore, quo decidit per CB; ſequitur, ſi in B dimittatur, percurſurum dicto tempore dictum ſpatium BD æquabili motu. Accipiatur ipſius BD pars minima quæpiam BE, & ducatur per centrum recta EAH ſecans circumferentiam in F. Sit porro ut quadratum DB ad quadratum BE, ita BC ad CG longitudine. Hinc igitur ſi tempus, quo cadit motu accelerato per CB, repræſentari ponamus lineâ BD, erit BE tem-

pus

pus motus accelerati per C G. Sed eadem B D erit quoque tempus, quo tranſiret ipſam B D motu æquabili quantumque habet in circumferentia currens; nam hoc tempus ex hypotheſi æquale eſt tempori motus accelerati per C B. Itaque & B E tempus erit, quo tranſeat ipſum B E ſpatium celeritate, quam habet, vertiginis. Unde conſtat æquali tempore peragi ſpatium C G motu è quiete accelerato, & ſpatium B E motu æquabili cum celeritate, quam poſitum fuit habere mobile in circumferentia currens. Conſtat porro ſi mobile dimittatur in B, perventurum motu æquabili in E ſimul ac punctum circumferentiæ B acceſſerit ad F; nam recta B E ipſi arcui B F æqualis cenſenda eſt, eo quod B E infinitè parva intelligitur. Itaque conatum ei ineſſe motu accelerato naturaliter, (nam talem eſſe oſtenſum eſt) dicemus recedendi a puncto B, per ſpatium F E tempore eodem, quo celeritate ſuæ vertiginis tranſiret ſpatium B E motu æquabili, hoc eſt, tempore eo quo percurreret motu è quiete accelerato ſpatium C G. Quare ſi oſtenſum fuerit ſpatia C G & F E eſſe æqualia, conſtabit conatum mobilis ſuſpenſi ad deſcendendum motu accelerato, æqualem plane eſſe conatui ejuſdem mobilis, quo in circumferentia verſatum nititur a filo ſuo recedere motu ſimiliter accelerato; quoniam videlicet conatus ad motus acceleratos tunc æqualis eſt, cum ſpatia æqualia æqualibus temporibus iis motibus peragenda forent. Eſſe autem C G, F E æquales ſic oſtenditur: ut H E ad E B ita eſt E B ad E F, ideoque ſicut quadratum H E ad quadratum E B, ita eſt H E ad E F longitudine; unde ſumtis antecedentium ſubquadruplis erit, ſicut quadratum A F ad quadratum E B, ita pars quarta H E, cui æqualis cenſenda eſt $\frac{1}{4}$ H F, hoc eſt, B C ad F E; ſed ut quadratum A F ad quadratum B E, ſive ut quadratum

DB ad quadratum BE, ita eſt ex * conſtructione BC ad CG longitudine. Ergo erit BC ad CG ut eadem BC ad FE, ideoque FE, CG inter ſe æquales; quare conſtat propoſitum.

Propositio VI.

Data altitudine quam certo tempore, puta ſecundi minuti unius, mobile emetitur, cadendo ex quiete perpendiculariter; invenire circulum in cujus circumferentia mobile circumiens horizontaliter, atque uno item ſecundo circuitum abſolvens, habeat vim centrifugam gravitati ſuæ æqualem.

Vide Fig. 12. Sit data altitudo AB, quam perlabitur mobile cadens ex quiete tempore v. gr. unius ſecundi. Fiat ut circumferentia circuli ad diametrum ſuum, ita AB ad lineam C, & ita hæc ad tertiam D: Et deſcribatur diametro æquali ipſi D circulus EFG, dico hunc eſſe eum qui poſtulabatur; dividatur enim radius EF bifariam in H. Mobile itaque in circulo FG ſi currat velocitate quam acquirit cadendo ex altitudine HF motuque æquabili, habebit vim centrifugam æqualem ſuæ gravitati *. Ideoque ſi tantum oſtenderimus dicta velocitate percurri ſemel circumferentiam totam FG tempore unius ſecundi, jam conſtabit circulum EFG propoſito ſatisfacere. Conſtat mobile motu æquabili atque ea celeritate quam acquiſivit in fine caſus per HF tranſiturum ſpatium ipſius HF duplum, eodem tempore quo cecidit per HF; ſi ergo dicta acquiſita celeritate feratur motu æquabili per circumferentiam FG, erit tempus quo eam abſolvet ad tempus caſus per HF, ſicut circumferentia FG ad duplam HF ſive ad EF. Et ſumtis

* Prop. v.

tis conſequentium duplis erit tempus motus æquabilis per circumferentiam F G ad tempus duplum caſus H F, hoc eſt, ad tempus caſus per D (nam D eſt quadrupla H F) ſicut circumferentia F G ad duplam F E, ſive ad D; hoc eſt, ſicut C ad D (nam neceſſario C ipſi circumferentiæ F G æqualis eſt) hoc eſt, ſicut A B ad C. Sed ut A B ad C, ita eſt tempus caſus per A B, hoc eſt, tempus unius ſecundi ad tempus caſus per D; quoniam ſcilicet A B ad D duplicata eſt ratio ejus, quæ A B ad C; igitur tempus dictum motus æquabilis per circumferentiam F G erit ad tempus caſus per D, ut tempus unius ſecundi ad idem tempus caſus per D. Ergo dictum tempus per circumferentiam F G erit æquale tempori unius ſecundi; quod oſtendere neceſſe erat.

Quum calculus doceat altitudinem A B quam uno ſe- Vide Ho-
cundo mobile cadens perlabitur eſſe pedum Rhenoland. rol. oſcill.
15. $7\frac{1}{2}$ pollicum. Cumque ſit A B ad C ut circumferen- p. 155.
tia ad diametrum, hoc eſt, ut 22 ad 7, ſecundum Archimedem, atque ita quoque C ad D ſive ad diametrum circuli F G, fiet hæc diameter 19 unciarum proximè; cujus dimidium unciæ 9. lin. 6. Itaque ſi mobile aliquod tempore ſecundi unius circuitus ſingulos abſolvat in circumferentia, cujus quæ ex centro eſt $9\frac{1}{2}$ unciarum vis centrifuga ſuæ gravitati æquabitur.

LEMMA I.

Si pondus C ſuſtineatur in plano inclinato A B a pon- Vide
dere D libere pendente, ſitque funis C E horizonti pa- Fig. 13.
rallelus; erit gravitas D ad gravitatem C, ſicut perpendicularis B F, ad baſin F A. Conſtat ex Mechanicis. Hinc ſi B F æqualis ponatur F A, debebit gravitas D ipſi C æqualis eſſe.

LEM-

Lemma II.

* Vide Fig. 14. Si pondera æqualia ſuper planis diverſimode inclinatis ſuſtineantur retenta per lineas horizonti parallelas, erunt potentiæ ſuſtinentes inter ſe, ſicut tangentes angulorum, quibus plana ad horizontis planum inclinantur.

Propositio VII.

In curva ſuperficie conoidis Parabolici, quod axim ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias Horizonti parallelas percurrentis, ſive parvæ, ſive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peragentur: quæ tempora ſingula æquantur binis oſcillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti Parabolæ genitricis.

Vide Fig. 15. Sit Parabola H D B, cujus revolutione circa axim B K, fiat Conoidis Parabolicum. In illo ſumatur B A æqualis lateris recti, erit ordinatim applicata A D æqualis lateris recti dimidio. Ponatur autem corpus in D circa axim A B circumagi ea velocitate, ut vis centrifuga fiat gravitati æqualis; quæ vis ergo, cum angulus A D E ſit ſemirectus, corpus ſuſtinebit in puncto D *. Si vero corpus rotetur alibi, ut in H, centro K & intervallo K H, erit vis centrifuga, qua ſuſtinetur in puncto H, æqualis vi, qua mobile per rectam H K Horizonti parallelam detineri poterit in plano H F tangente Paraboloidem. Hæc autem vis ex primo Lemmate erit ad vim gravitatis, ut H G ad G F, ſive, propter triangula ſimilia, quoniam H L in H F normalis ponitur, ut H K ad K L, ſive, ut H K ad A D, cum ex natura Parabo-

*Lemm. I.

læ

læ KL ſemper æqualis ſit dimidio lateris recti. Vis ergo centrifuga, qua corpus rotando detinetur in H, eſt ad corporis gravitatem, ſive ad vim centrifugam in D, ut HK ad DA. Quare ex converſa primæ eodem tempore ſuas circumferentias abſolvent.

Tempus autem quo circuitus peraguntur ita determinabitur. Quoniam ſuppoſuimus corpus D rotari, ita ut vim centrifugam habeat gravitati æqualem, rotabitur ea velocitate, quam acquireret caſu perpendiculari * Prop. v.
ex dimidia AD *. Sed ea velocitate tempore hujus deſcenſus, abſolveret lineam DA motu æquabili. Tempus ergo gyrationis eſt ad tempus deſcenſus per dimidium DA; ut circumferentia circuli ad radium DA. Tempus autem oſcillationis minimæ eſt ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia penduli altitudine *, ut circumfe- * Prop.
rentia circuli ad diametrum, adeoque tempus duarum xxv.
oſcillationum minimarum penduli DA, eſt ad tempus P. 2. Horol. oſcil.
caſus perpendicularis ex dimidia altitudine DA, ut circumferentia circuli ad radium, hoc eſt; ut tempus totius gyrationis ad idem tempus caſus perpendicularis per dimidiam DA. Tempus ergo gyrationis in Conoide Parabolico æquatur tempori; quo binæ peraguntur oſcillationes penduli, cujus longitudo ſit DA, dimidium lateris recti Parabolæ genitricis. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus ſuſpenſa gyrentur, ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficiem fila hoc motu deſcribunt, axes ſive altitudines æquales, tempora quoque, quibus utrumque mobile circulum ſuum percurrit, æqualia erunt.

Vide Fig. 16. Sint fila AC, AD communi vertice A religata, habeantque mobilia ſingula adnexa in C & D, quæ gyrentur in circulis horizontalibus, quorum radii BC, BD: ſit autem AB axis idem utriuſque coni, quem fila AC, AD circuitu ſuo ambiunt;* dico tempora circulationum eſſe inter ſe æqualia. Ponantur primo mobilia eſſe æqualia; ſit CE perpendicularis in AC, & DF perpendicularis item in AD. Conſtat igitur vim centrifugam mobilium eſſe, quæ fila ita obliquè extenſa ſuſtinent; cumque mobile C conatum habeat ex gravitate ſua deſcendendi eundem, ac ſi plano CE incumberet; vis autem centrifuga, qua nititur recedere ab axe AB ſecundum BC, iſtum gravitatis conatum inhibeat, neceſſe eſt vim dictam centrifugam æqualem eſſe potentiæ, qua mobile C ſuſtineretur in plano inclinato CE per lineam BC horizonti parallelam. Eadem ratione neceſſe eſt vim centrifugam, qua ſuſtinetur mobile D, eſſe æqualem potentiæ, qua hoc idem ſuſtineretur in plano DF per rectam item horizonti parallelam. Eſt autem hæc potentia ad priorem illam quæ ſuſtinere dicta eſt mobile C, ſicut tangens anguli BDF ad tangentem anguli BCE*, hoc eſt, ſicut tangens anguli DAB ad tangentem anguli CAB, hoc eſt, ut DB ad CB: ergo & vis centrifuga quam habet mobile

*Lemm. II.

bile D in circulo ſuo, erit ad vim centrifugam mobilis C in ſuo circulo, ut DB ſemidiameter ad CB ſemidiametrum. Unde ex Prop. I. converſa, ſequitur tempora circulationum eſſe æqualia.

Si vero inæqualia fuerint mobilia, nihilo ſecius eadem temporum æqualitas continget. Nam ſi ex. gr. mobile C gravius ponatur, quam prius fuerat, tanto quoque majori potentia, quanto gravius eſt, indigebit, qua ſuſtineatur in plano inclinato CE per lineam horizonti parallelam; tantoque proinde majorem vim centrifugam requiret; hanc autem ut habeat debet circulum percurrere eodem tempore, quo antea cum levius ponebatur, ut patet ex iis quæ ſupra diximus. Ergo conſtat propoſitum.

Propositio IX.

Tempora lationum per circulos horizontales CD, BE, *angulo gyrationis eodem exiſtente, ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum filorum* AC *ad* AB.

Eadem enim vis centrifuga eſt in utraque hujuſmodi circulatione ad ſuſtinendam eandem fili obliquitatem, ſi autem dicta vis eſt eadem tunc ut quadrata temporum quibus circuli abſolvuntur, ita debent eſſe diſtantiæ ab axe circulationis per converſam IV. Ergo hic erunt, ſicut CF ad BG, hoc eſt, ut AC ad AB ita quadrata temporum circulationum. Q. E. D. Vide Fig. 17.

PROPOSITIO X.

Si mobilia duo quælibet filis ſuſpenſa gyrando deſcribant circulos horizonti parallelos; erunt tempora circulationum in ſubduplicata ratione altitudinum conorum, quorum ſuperficies à filis deſcribuntur.

Vide Fig. 18. Sint fila AC, AD quibus annexa mobilia C & D circulos horizontales deſcribant, dum capita filorum in A immota manent. Et C quidem ducat filum AC ſecundum ſuperficiem conicam, cujus axis AB; D vero filum DA per ſuperficiem coni, cujus axis ſit AE; dico tempus circuitus mobilis C eſſe ad tempus circuitus mobilis D in ratione ſubduplicata AB ad AE. Intelligatur enim mobile aliud religatum ex filo AF, facere ſua circulatione conum, cujus latus AF axis AB. Ejus igitur circulationis tempus æquale eſt tempori circulationis à mobili C*, Eſt autem tempus circulationis mobilis F ad tempus circuitus mobilis D in ſubduplicata ratione AF ad AD*, ſive AB ad AE. Ergo & tempus circulationis mobilis C ad tempus mobilis D erit in ſubduplicata ratione AB ad AE. Q. E. D.

* Prop. VIII.

* Prop. IX.

PROPOSITIO XI.

Si mobile filo ſuſpenſum, capite fili ſuperiore quieſcente, deſcribat motu ſuo circulos horizonti parallelos inæquales, erunt tempora lationum per dictos circulos in ſubduplicata ratione ſinuum angulorum, quibus filum ad planum horizontis inclinatur.

Vide Fig. 19. Sit filum AB religatum ad A; mobile autem ex eo ſuſpenſum ac circumgyratum horizontaliter extendat

dat ipſum primo ſecundum rectam AB; deinde vero ſecundum rectam AC; ducantur autem horizonti parallelæ BE, CD, occurrentes perpendiculari AD in E & D. Ergo quia AB, AC æquales ſunt, referet AE ſinum anguli ABE; AD vero ſinum anguli ACD; dico jam tempora lationum per circulos, quorum radii BE, CD fore inter ſe in ſubduplicata ratione AE ad AD; patet hoc manifeſto ex propoſitione ſuperiori.

PROPOSITIO XII.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora, ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium ejuſdem penduli minimarum.

Sit filum AC religatum ad A, ex quo ſuſpenſum mobile circumgyrando deſcribat circulum horizontalem, cujus radius DC, æqualis ipſi DA, ita ut angulus CAD ſit ſemirectus, erit vis centrifuga in C æqualis gravitati mobilis *, ideoque percurret circumferentiam radio DC deſcriptam, ea velocitate, quam acquireret mobile, caſu perpendiculari ex altitudine dimidiæ DC aut DA æquali *. Eſt autem DC ad CA ut 1 ad $\sqrt{2}$, adeoque tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia CA, quæ tempora ſunt in ſubduplicata ratione DC ad CA, erit in ratione 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$. Unde tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus quo cadit ex dupla CA, quod temporis caſus ex dimidia AC duplum eſt, erit, ut

Vide Fig. 20.

* Lemm. I.

* Prop. V.

ut 1 ad $2\sqrt{\sqrt{2}}$, ſive ut radius quilibet, ad duplum ejuſdem radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$.

Eſt autem tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus gyrationis per circumferentiam radio DC deſcriptam, ut radius ad circumferentiam; tempus autem gyrationis per circumferentiam DC eſt ad tempus circuitus minimi, in ſubduplicata ratione AD ad AC * ſive ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$: tempus ergo caſus perpendicularis ex dimidia DC, eſt ad tempus circuitus minimi, ut radius ad circumferentiam ductam in $\sqrt{\sqrt{2}}$; tempus igitur circuitus minimi penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, ut circumferentia ducta in $\sqrt{\sqrt{2}}$ ad duplum radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$, ſive ut circumferentia ad diametrum. Cum vero tempus oſcillationis minimæ lateralis penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia AC, ſive ſumtis utriuſque duplis tempus duarum oſcillationum minimarum lateralium penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dupla AC, etiam ſit ut circumferentia ad diametrum, erit tempus circuitus minimi penduli AC, ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli AC altitudine, ut tempus duarum oſcillationum lateralium minimarum penduli AC ad idem tempus caſus perpendicularis ex dupla AC. Erit ergo tempus circuitus minimi penduli AC æquale tempori duarum oſcillationum minimarum lateralium ejuſdem penduli AC. Q. E. D

* Prop. x.

Pro-

PROPOSITIO XIII.

Si mobile in circumferentia feratur, circuituſque ſingulos abſolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem, habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem.

Sit filum AC æquale radio circuli, per quem mobile fertur, ita ut angulus CAD ſit ſemirectus; ſitque tempus gyrationis per CD, 1. erit tempus gyrationis minimæ ejuſdem penduli $\sqrt{\sqrt{2}}$ *. Idem autem ex hypotheſi eſt tempus gyrationis per circumferentiam, cujus radius AC; tempus ergo gyrationis per CD eſt ad tempus gyrationis per AC, ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$; ſive in ſubduplicatâ ratione CD ad AC, unde ex converſa 4æ, habebunt hæc duo mobilia ita circumlata, vim centrifugam æqualem, adeoque cum in CD vis centrifuga ſit æqualis gravitati, idem locum habebit, in gyratione per circulum, cujus radius AC. Q. E. D. Vide Fig. 20. *Prop. XI.

PROPOSITIO XIV.

Penduli cujuslibet, motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2, ſcrup. 54, proxime. Exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium, ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum a circumferentia ejus.

Sit AD = DC, a, AE, b; circumferentia circuli ad radium, ut c ad r; tempus caſus perpendicularis per di- Vide Fig. 20.

dimidiam CD ſit 1, erit tempus caſus per dimidiam AC $\sqrt{\sqrt{2}}$. Eſt autem tempus per dimidiam AC ad tempus per AC, ut 1 ad $\sqrt{2}$ erit ergo tempus per AC, ut $\sqrt{\sqrt{8}}$. Sed tempus gyrationis per CD eſt ad tempus caſus per dimidiam CD, ut c ad r. Erit itaque tempus gyrationis per CD $= \frac{c}{r}$. Verum tempus gyrationis in C eſt ad tempus gyrationis in quolibet puncto B, in ſubduplicata ratione AD ad AE ſive ut $\sqrt{a}$ ad $\sqrt{b}$. Erit ergo tempus gyrationis in B $= \frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$; quod ſi nunc ponatur AE ſinum anguli ABE eſſe ad radium AB, ut quadratum circulo inſcriptum, ad quadratum circumferentiæ ejus, erit b ad $a\sqrt{2}$, ita $2rr$ ad cc, ſive $\frac{bcc}{arr} = 2\sqrt{2}$, vel $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\sqrt{8}}$: cumque $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$ ſit tempus gyrationis in B & $\sqrt{\sqrt{8}}$ tempus deſcenſus per AC, erit hoc tempus gyrationis in B, æquale tempori caſus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali.

Cum autem $2r$ ad c eſt, ut 7 ad 22, erit $4rr$ ad cc ut 49 ad 484, ſive $2rr$ ad cc ut 49 ad 968. Hinc fiat, ut 968 ad 49 ita $a\sqrt{2}$ radius = 100000 ad 5062 ſinum anguli ABE gr. 2. 54′ proxime. Q. E. D.

PROPOSITIO XV.

Si pendula duo pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales; erunt vires, quibus fila ſua intendent, in eadem ratione, quæ eſt filorum longitudinis.

Vide Fig. 21.

Sint duo pendula AB, AC diverſæ longitudinis, ex quorum extremitatibus B & C ſuſpenſa duo pondera æqualia rotentur circa communem axim AD. Dico vim

vim qua tenditur filum AB eſſe ad vim qua tenditur filum AC, in ratione filorum AB ad AC. Si enim ponamus pondus B in eo ſitu ſuſtineri per potentiam in A trahentem filum AB, & per potentiam aliam in G vi centrifugæ æqualem trahentem ſecundum rectam BG conſtat ex Mechanicis ducta BH horizonti perpendiculari & HL eidem parallela, fore vim in A tendentem filum AB ad gravitatem ponderis B ut LB ad BH, ſive ut AB ad AD. Itidem erit vis qua tenditur filum C ad gravitatem ponderis C, ſive ad gravitatem ponderis B, quod æquale ipſi C poſitum fuit, ut AC ad AD. Erit ergo vis qua gyrando tenditur filum AB, ad vim qua tenditur filum AC, ut AB ad AC. Q. E. D.

Propositio XVI.

Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totum circuli quadrantem deſcendat: ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, triplo majori ut filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

Si globus C ex A ligatus filo AC per quadrantem circumferentiæ CB deſcendat, ubi in B pervenerit triplo majori vi trahet filum AB, quam ſi ſimplici pondere ſuo ſuſpenſus eſſet. Primum enim velocitas, qua pergeret moveri ſecundum rectam lineam BD, ſi in B filum relinqueret, eadem eſt, atque ea quam haberet in puncto F, ſi perpendiculariter per CF decidiſſet. Ibi autem tantam nactus eſſet celeritatem, ut ea ſpatium ipſius CF duplum conficeret motu æquabili pari tempore, quo ex C decidit in F. Ergo in B conatum habet globus tranſeundi lineam BD duplam AB, pari tempore, quo ex A cade- Vide Fig. 22.

ret in B; nempe non conſiderata vi gravitatis ſuæ, quæ deorſum quoque interim deſcenſurus eſſet & Parabolam aliquam deſcripturus. Sit BGE Parabola cujus ſemilatus rectum AB, vertex B. Quoniam ergo receſſus globi B à circumferentia BC, dum per rectam BD æquabili motu fertur, initio prope B punctum pro iiſdem habentur, cum receſſibus à Parabola BGE; conſtat vim centrifugam quam ex ſola circulatione habet globus in B, eſſe conatum recedendi à centro A vel à circumferentia BC motu accelerato ſecundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. ac proinde ſimilem eſſe ei conatui quo corpora deſcendere conantur, quem gravitatem appellamus. Eſt autem ille conatus in globo B tantus, quantus in corpore ſibi æquali quod motu accelerato confecturum ſit ſpatium DE, eodem tempore dum motu æquabili conficeret ſpatium BD, hoc eſt, æquali tempore illi quo globus accelerato itidem motu caderet ex A in B. Ergo quia DE eſt dupla BA conatus centrifugus globi in B duplus eſt ſuæ gravitatis. At [illegible] conatus alius ex gravitate accedit hic, quo globus B (pari tempore quo ex A ad B caderet) nunc quoque tantundem ſpatii motu naturaliter accelerato deorſum conficere nititur. Ergo utroque ſimul conatu, nititur conficere, motu accelerato ſecundum 1, 3, 5, 7, ſpatium æquale utriſque DE & AB; hoc eſt ipſius AB triplum; quamobrem etiam, erit vis, qua trahit in B puncto ex C deſcendens, tripla ejus, quæ fit ex ſimplici pondere globi B libere pendentis. Quod & ad amuſſim experientiæ conſentit.

Si cupiam ſcire qua vi trahatur funis AB deſcendente globo per arcum HB; ſit FN dimidiæ AB æqualis & fiat rectangulum BN, ducaturque HL parallela AB; dico vim tractionis quæſitam eſſe ad pondus ſimplex globi pendentis, ut HL ad LK. Unde ſi fuerit BH ſextans

cir-

circumferentiæ erit iſta vis ponderis hujus dupla; eoque filo duplici opus erit ad perferendam ejus tractionis vim, cujuſmodi ſimplici globus ſuſpenſus retineri poteſt, &c.

Propositio XVII.

Globus filo ex centro circuli ad horizontem perpendicularis ſuſpenſus, per circumferentiam iſtius circuli rotari non poteſt, niſi filum ſextuplum ponderis appenſi ſuſtinere queat.

Sit circulus perpendiculariter ad horizontem erectus BCDE, ex cujus centro A ſuſpenſus ſit globus B, dico, ut hic circumgyrari poſſit per circumferentiam BCDE, opus eſſe filo, quod ſextuplum ponderis B appenſum ſuſtinere poſſit. Ut enim filum extenſum maneat cum globus tranſit D punctum, perque arcum DE deſcendit, oportet velocitatem globi eam illic eſſe, quâ, ſi dimittatur, deſcripturus ſit parabolam DF, cujus ſemilatus rectum ſit AD. Quare tantam habere eum oportet, qualem in D habiturus eſſet decidens ex altitudine HD ipſius DA dimidia: ut igitur ei ex B per ſemicirculum BCD aſcendenti ſuperſit dicta celeritas in D, neceſſe eſt celeritatem in B tantam eſſe, qua poſſit aſcendere perpendiculariter uſque ad H punctum. Hanc enim celeritatem in B habens, quacunque via perveniat ad altitudinem D, ſemper reſtabit ei tantum celeritatis, ut poſſit porro perpendiculariter, vel quacunque etiam via aſcendere ad H, hoc eſt, tanta ei ſuperit celeritas, quantam ex altitudine HD cadens acquireret, qua illi in D opus eſſe diximus. Celeritas porro, qua ex B ad H perpendiculariter aſcendere poſſet, ſive quam haberet ex HB decidens, eſt ad celeritatem Vide Fig. 23.

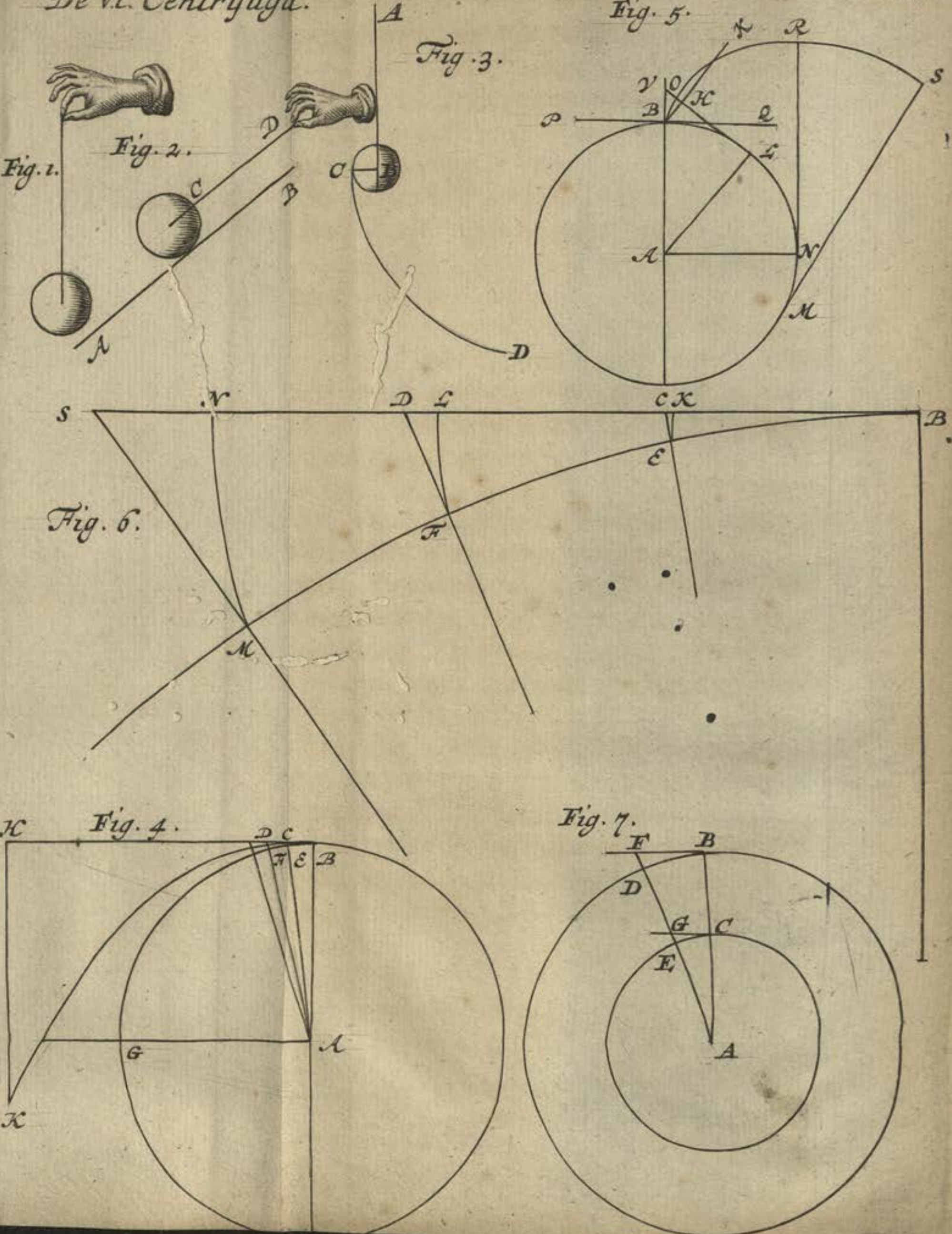
 quam

quam acquireret ex A B cadens, in ratione ſubduplicata horum ſpatiorum, hoc eſt, ea quæ $\sqrt{10}$ ad 2. Eſt autem oſtenſum in præcedenti, ſi rotetur in circumferentia ea celeritate, quam acquirit cadens ex A B ſive per arcum E B, eſſe vim centrifugam ſolam duplam ponderis globi ſimplicis. Eſtque celeritas qua hîc in eadem circumferentia rotatur ad illam, ut $\sqrt{10}$ ad 2, ac proinde vis centrifuga in ratione duplicata, hoc
* Prop. 11. eſt 10 ad 4, * ſive ut 5 ad 2. Ergo vis centrifuga hîc erit ad globi gravitatem ut 5 ad 1. Ad hanc vero vim centrifugam, cum globus tranſit in B, addenda eſt vis gravitatis, qua deorſum tendere conatur, quæ ad vim dictam centrifugam dicta eſt ſe habere, ut 1 ad 5. Ergo tota vis ſeu attractio quam ſentiet filum tranſeunte globo in B erit ſextupla globi gravitatis.

Vide Fig. 24. Hinc invenio, ſi globus ex A B filo ligatus dimittitur ex C, ejuſdem cum A puncto altitudinis, dividatur autem AB in D, ut ſit $DB = \frac{2}{5} AB$, atque in D clavus figatur, cui filum occurrat, globo a C cadente; ita demum globum circa clavum D convolvi poſſe, circulumque deſcribere; ſi vero altius figatur clavus D, non poſſe. Nam cum celeritas globi in B ad circulationem integram perficiendam debeat eſſe ad celeritatem quam acquireret cadens ex DB ut $\sqrt{10}$ ad 2, ut modo oſtenſum fuit. Hinc altitudines debebunt eſſe in duplicatâ ratione iſtius, nempe ut 10 ad 4 ſive 5 ad 2, ex quibus cadendo diverſas iſtas celeritates acquirat. Ergo AB ad DB ut 5 ad 2.

F I N I S.

De Vi. Centrifuga. Tab. 1.



De Vi Centrifuga.

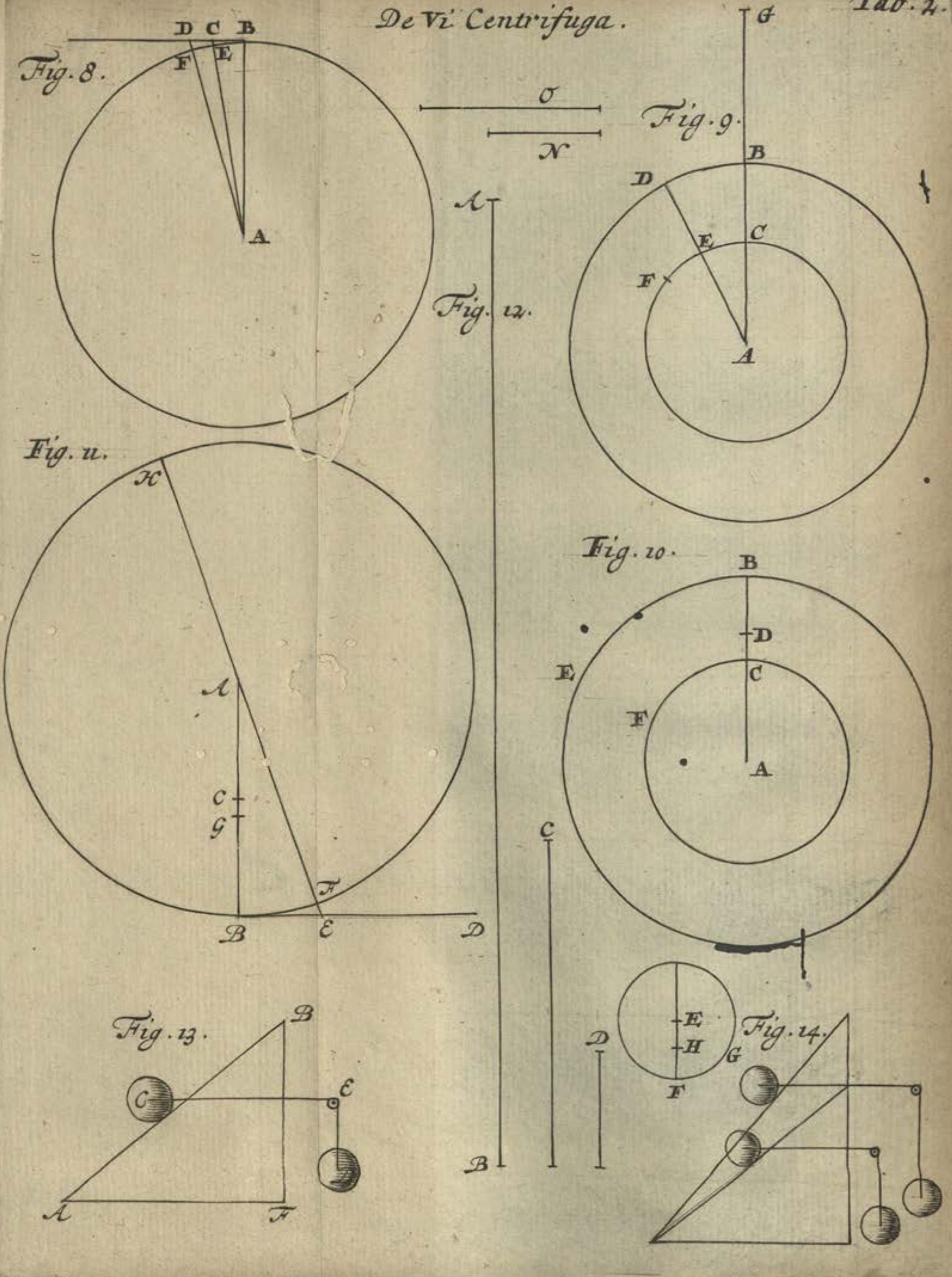


Fig. 15.

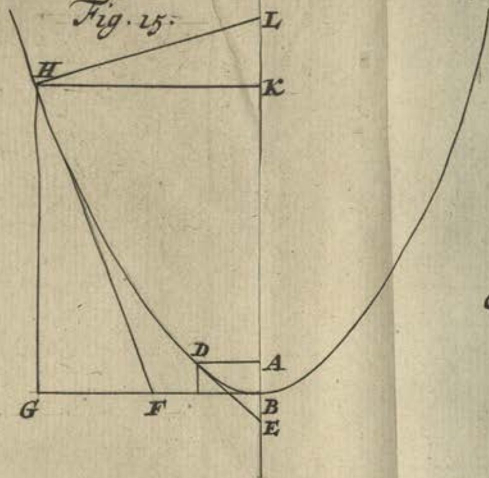


Fig. 21.

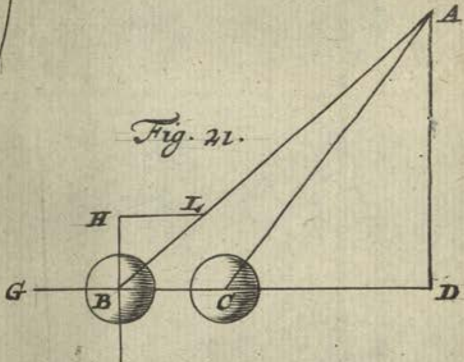


Fig. 16.

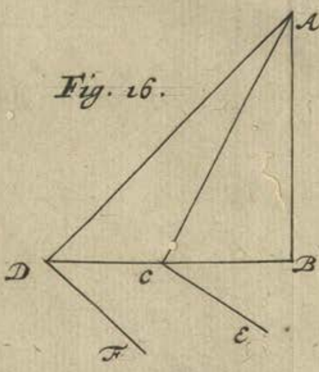


Fig. 17.

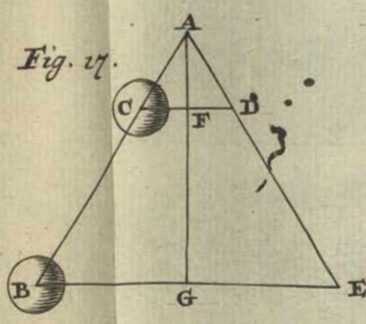


Fig. 18.

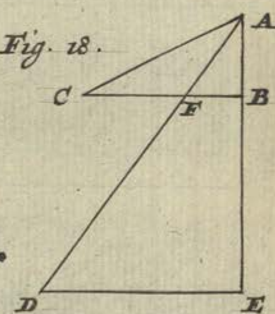


Fig. 19.

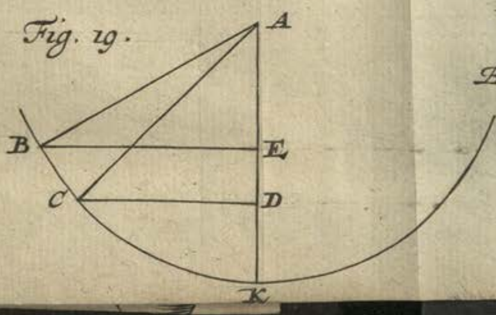
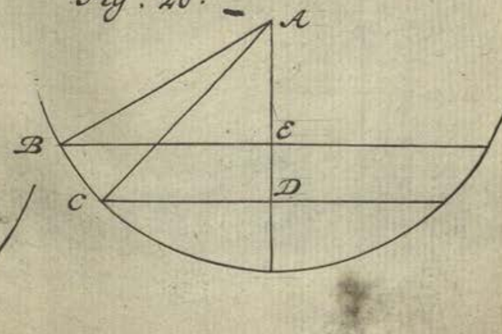


Fig. 20.



De vi Centrifuga.

Fig. 22.

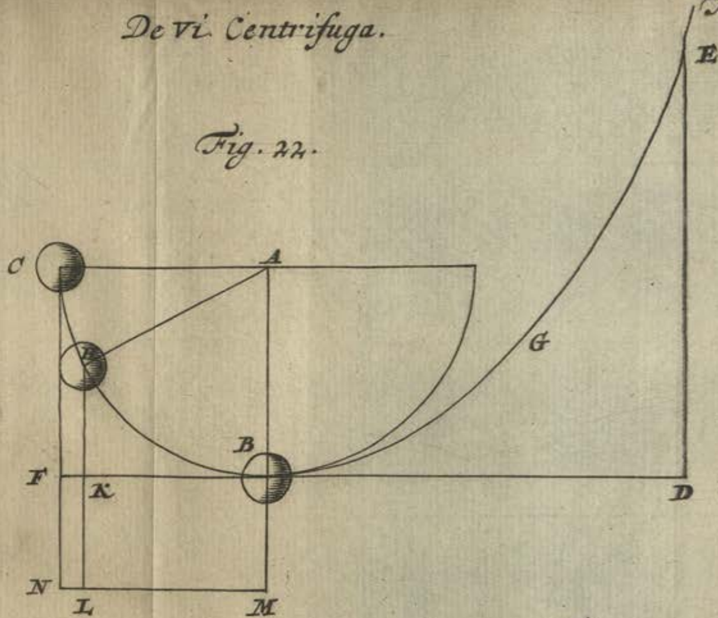
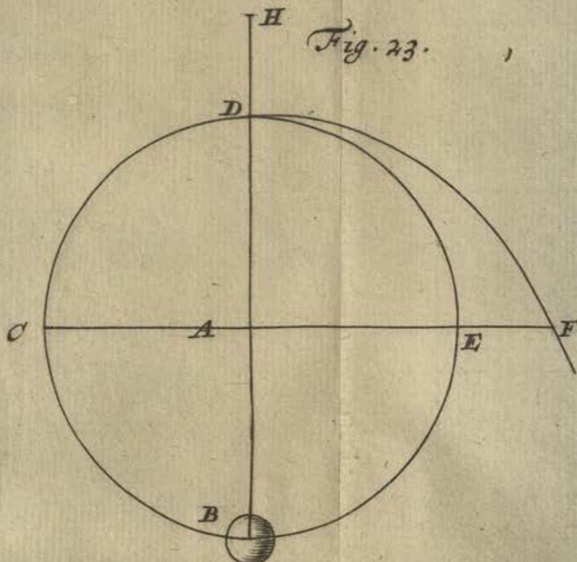
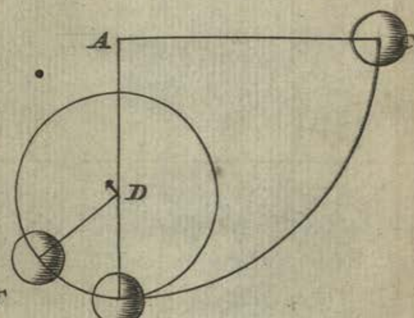


Fig. 24.

Fig. 23.





CHRISTIANI HUGENII

DESCRIPTIO

AUTOMATI PLANETARII.

CHRISTIANI HUGENII
DESCRIPTIO
AUTOMATI PLANETARII.

Rerum cœleſtium ſcientiam ante bis mille annos inchoatam, magniſque ingeniis excultam, noſtra demum ætate abſolutam, ut mihi videtur, perfectamque habemus; Idque ita, ut centum circiter his proximis annis plus profectum ſit quam reliquo omni tempore. Quæ enim antea in hac arte præcipua erant, loca ſtellarum definire tum fixarum tum errantium; anni ac menſium ſpatia diſpeſcere, Eclipſes prædicere, ea omnia non ſolum multò melius planiuſque nunc facere didicimus; ſed & quod majus eſt, ac præclarius, ordinem, poſitum, proportionem & figuram orbium cæleſtium, quibus circa Solem Planetæ ac Tellus ipſa circumfertur, ſumma certitudine comprehenſa tenemus; ſtellas fixas innumeras, planetaſque alios Teleſcopii obſervationibus perceptos priorum numero addidimus. Quæ omnia ante Copernici ævum, quædam & in noſtrum uſque, profundis tenebris demerſa latebant. Itaque ſi quis cogitet quantarum in arte ſua rerum cognitione veteres Aſtronomi caruerint; adeo ut nec partes Syſtematis ſingulas, nec formam totius habuerint perſpectam; facile quoque intelliget fieri non potuiſſe, ut inſtar ejus aut imaginem aliquam arte effingerent. Quare etſi plurimùm celebretur doctorum ſcriptis Archimedea ſphæra ac Poſſidonii illa, cujus apud Ciceronem mentio facta re-

reperitur, certum tamen eſt, nullam iis nec archetypi cæleſtis ſimilitudinem ineſſe potuiſſe, nec verorum motuum imitationem, etſi ſummo ingenio, induſtriaque fabricatas fuiſſe credibile ſit. Ex eo vero tempore, quo reformata reſtitutaque in melius fuit Aſtronomia, ſicut facilius res eadem tentari potuit, ita a pluribus quoque ſuſceptam effectamque ſcimus; quorum & Machinationes quaſdam vidimus vario artificio elaboratas. Nos vero ab his omnibus diverſam viam ſecuti tale fabricari curavimus Automatum, in quo exiguo rotarum continenter euntium numero effecimus, ut in tabulæ planæ ſuperficie Planetarum quinque primariorum corpora circa Solem, Lunæ vero circa Terram, curſus ſuos abſolverent, iiſdem quibus in cælo temporibus, atque in iis orbibus excentricis, qui cæleſtium veram dimenſionem poſitumque exprimerent; ſervata quoque in ſingulis motuum inæqualitate, qua celerius feruntur in partibus a Sole minus remotis: & annotata denique exigua illa declinatione qua ab Eclipticæ ſive orbitæ Telluris plano evagantur. Adeo ut præter ſpectaculi elegantiam, etiam poſitus Planetarum non modo in præſens tempus ſed & in futurum aut præteritum, tanquam ex perpetua quadam ephemeride hinc diſcere liceat, nec non conjunctiones, oppoſitionesque omnium, cum ad Solem, tum inter ſe; idque tanto exactius, quanto ampliore forma opus effectum fuerit. Quæ inventio cum a multis expetita ſit, qui vel cognoſcere, vel imitari eam cuperent, hoc libro cujuſmodi ſit exponemus. Incipiam vero a Machinæ conſtructione exteriori, quæ totum opus complectitur.

Itaque Octogonum eſt è ligno coagmentatum, bipedali diametro, profunditate pollicum ſex. Hoc ad parietem ita ſuſpenſum eſt, & cardinibus ſuis libratum,

qui in ſiniſtro latere affixi ſunt, ut cum libuerit converti machina poſſit, & averſa parte recludi, quo interiora conſpiciantur. Facie anteriori lamina ex ære aurata cernitur toti octogono prætenſa ac Vitro ſpeculari tecta, in qua Planetarum orbes ſecundum Copernici ſyſtema, ſed Keplerianas proportiones deſcripti ſunt, ac penitus exciſi, adeo ut per rimas eas pinnulæ exiguæ commeent, quibus Planetarum globuli dimidiati ſupra laminam ac velut in ſuperficie ejus volvantur, Saturno quinos, Jove quaternos, Tellure unicum comitem, quæ Luna noſtra eſt, ſecum ferente, qui nimirum comites iiſdem orbiculis impoſiti ſunt, quibus Planetarum ipſorum corpuſcula. Nam & cæteris planetis qui comites nullos habent, ejuſmodi tamen orbiculos addidi, qui circumfuſum æthera referrent, ſimulque planetas efficerent viſibiliores. Ac Planetæ quidem primarii omnes, ut ſunt præter jam dictos, Mars, Venus, Mercurius, ita continue motus ſuos circa Solem immobilem peragunt, ut non tantum periodica tempora, ſed & anomaliæ leges exacte ſervent. Circa Terram vero Luna menſtruas revolutiones conficit. At in Saturni Joviſque comitibus idem perficere non licuit; cum ob machinæ parvitatem, tum ne æquo longius labor excreſceret. Itaque hi uno tantum orbiculo affixi tenentur, cujus primarius Planeta centrum occupat. Vide Tab. Fig. 1.

Porro omnes Orbitas Planetarias Eclipticæ circulus amplectitur, ſignis ſuis duodecim, gradibuſque 360 diviſus. In quo apparentia horum aſtrorum loca, facillime ſic inveſtigantur. Nempe ſi locum Planetæ ſecundum longitudinem, ut vocant, inquirere placet, tantummodo filum è Tellure ad planetam illum extenditur; eique filo alter um ex Solis centro, quod ibi fi-

xum manet, Parallelum ducitur ad Eclipticæ diviſiones uſque; hoc enim Planetæ longitudinem oſtendet. Atque idem hoc parallelogrammo quodam filari ex bacillis duobus æqualibus duo fila itidem æqualia innexa habentibus conſtante peragi poteſt, clauſo manente vitreo, quod ſupra indicavimus, operculo. Huic enim parallelogrammum imponitur, atque oculo deſuper manente immoto, ita coaptatur, ut altero filo ſuper Terræ ac Planetæ centrum tranſeunte, alterum Soli immineat, quod ſimul in Eclipticæ circulo locum Planetæ ſecundum longitudinem indicabit; de latitudine vero cognoſcenda poſtea dicemus, poſtquam circulos in hunc uſum deſcribere docuerimus.

Inferiori parte Laminæ, inter Saturni Joviſque orbitas foramina bina ſunt parvo intervallo diſtantia, binoſque pollices longa, dimidium lata, quorum ſuperiore dies Menſis, altero Annus Epochæ noſtræ comparet, itidem ut cætera ſuis orbibus delati & Automati motu volubiles, quorum ille 365 dierum æquales diviſiones habet, hic trecentorum annorum. Motus autem ab incluſo horologio oritur, quod idem horas quoque & ſcrupula prima indicat in ſemicirculari foramine inter Jovis ac Martis Orbes parte ſuperiori inciſo. In eo namque numerus horæ cujuſque ordine præterlabens, particulas quoque ſexageſimas una opera demonſtrat.

Vide Tab. 3. Fig. 4.

Movetur autem & manu machina tota, cum vel ſpectaculi gratia Planetarum diſcurſus exigui temporis mora tranſigi placet, vel ad tempus datum futurum præteritumve poſitus eorum requiritur. Tunc enim lateri octogoni dextro manubrium inſeritur, quod levi manus motu converſum, qualibet circumductione annuum motum planetis univerſis ſuperaddit; vel contraria

traria ratione agitatum tantundem illos in præcedentia retrahit, ut retrorſum quidem in centenos annos, in futurum ad ducenos, quæcunque fuit aut futura eſt cœli poſitura repræſentari queat. Pari vero facilitate omnia rurſus ad præſens tempus reducuntur, converſo manubrio, donec ad puncta dictorum foraminum media dies annuſque reſtituantur. Quo peracto auferendum eſt manubrium, ut rurſus automatico motu omnia, ſicuti prius, ferantur.

Sed quæ hactenus expoſita ſunt, quo clarius percipiantur figuram hanc Automati, quale extrinſecus apparet, adjicimus.

Explanatio.

Tab. I. Fig. I.

V.V. *Ecliptica diviſa in ſigna 12 & gradus 360.*
B. *Sol.*
C. *Orbita Mercurii.*
D. *Mercurius.*
E. *Orbita Veneris.*
F. *Venus.*
G. *Orbita telluris.*
H. *Tellus cum Luna, quæ circa eam volvitur.*
I. *Orbita Martis.*
K. *Mars.*
L. *Orbita Jovis.*
M. *Jupiter cum quatuor ſatellitibus.*
N. *Orbita Saturni.*
O. *Saturnus cum quinque ſatellitibus.*
A. *Sunt loca Apogæi in ſingulis planetis.*
☊ ☋ *Denotant nodos in ſingulis planetis, illum aſcendentem, hunc deſcendentem.*

P. P. *Sunt circuli latitudinum in ſingulis planetis.*

Q. *Notat anni menſem & menſis diem.*

R. *Notat annum Epochæ Chriſtianæ.*

S. *Monſtrat horas & horarum minuta.*

T. *Figura, quæ denotat Planetarum ad Solem & inter ſe proportionem, quam Fig. 2. accurate exprimit.*

FIG. 2.

Fig. 2. Exhibet veram proportionem magnitudinis diſci Solaris, ad reliquorum omnium Planetarum diſcos.

Cæterum fieri non poterat, ut ipſa Solis & Planetarum corpora ſuis proportionibus ad hunc orbitarum modulum exprimerentur; quippe quæ omnia viſu percipi ob exilitatem nequirent: idcirco ſeorſim eos omnes in tabulæ loco vacuo deſcribendos curavimus ea, quæ hic ſignata eſt, magnitudine. Itaque major circulus Solem refert, reliqui Planetas juxta Solem poſitos ut vera eorum tum inter ſe tum ad Solem magnitudinis ratio appareat. Ea vero & ex diſtantiarum & ex diametrorum teleſcopio obſervatorum comparatione conſtituta eſt; quemadmodum in his, quæ de Saturni mirabilibus formis olim conſcripſimus, eſt explicatum. Sunt quidem hæc Planetarum corpuſcula ad Solis magnitudinem multo exiliora, quam ab aſtronomis qui ante nos fuere ſunt prodita. E quibus priſci illi qui nec orbium inter ſe rationem cognitam habebant, & nudo viſu atque indiligenter prorſus Planetarum diametros metiebantur, non mirum eſt ſi longiſſime aberrarunt; recentiores vero, quique invento jam teleſcopio ſcripſere, etiam hi non parum ab hiſce menſuris noſtris diverſi abierunt. Quas equidem veriores eſſe adſeverare non vereor, quod &

ma-

majoribus organis viſoriis hæc ſidera nos obſervavimus & certiori ratione diametros dimenſi ſimus. Itaque quæ Solem inter cæteroſque Planetas hic cernitur expreſſa ratio, ea certa eſt, atque a vera vel nihil vel minimum quid diverſa. Una tantum Telluris minus liquido comperta eſt, quam nos hac ratione definivimus; ut ſicut loco inter Martis & Veneris ſtellas media eſt Tellus, ita ponatur & magnitudine; exinde diſtantia Solis circiter 12000 Terræ diametrorum efficitur, Terræque diameter ad Solarem ut 1 ad 110; quas tamen menſuras ſubtiliſſima illa parallaxium obſervatio a ſummis aſtronomis poſtea adhibita, qua Veneris perigæi diſtantiam ad calculos revocarunt, egregie confirmavit.

Motus autem, qui in hoc Automato cernitur, ratio converſo pegmate, inſpectaque intus machina cognoſcitur. Reducto enim quod hac parte eam claudit operculo, apparet intus lamina ex ære octogonum totum, uti anterior, occupans, atque ab illa anteriore pollicis unius intervallo remota, & columellis pluribus conferta. Porro axis quidam ferreus hic apparet bipedalis tranſverſim objectus, ac totidem, quot ſunt Planetæ, rotis inſtructus, quarum unaquæque cochlea una per modiolum trajecta affigitur. Harum rotarum dentes dentibus majorum rotarum Planetas ſingulos circumferentium, interque binas laminas jacentium aptantur. Porro eidem axi communi alia præterea rota inſidet circulo dierum ac menſium convertendo deſtinata; itemque cochleæ, quam infinitam vocant, particula, quæ circulum cum inſcriptis annis trecentis, totidem annorum ſpatio ſemel circumducit, intercedente axiculo quodam dentato.

Vide Tab. 2. Fig. 5.

Poſitum vero axis ferrei quod attinet, is horizonti quidem parallelus eſt, non autem laminæ magnæ quam

jam demonſtravimus, ſed parte ea, quæ inſpicienti dextra eſt, multo magis ab illa recedit, quod ita faciendum fuit, ut commodius unius axis converſio omnium planetarum diverſis motibus ſufficeret.

Dentium vero numeri certa ratione, quam mox exponemus, reperti ſunt, tamque exacté mediis motibus aptati, ut in annis viginti Saturnus tantum ſcrupulo 1, 34″ promovendus ſit, Jupiter 1′, 9″. Mars 34′, 0″. Venus gradibus 3. ſcrup. 37′, Mercurius 7, 47″. Luna parte 1, ſcrup. 31′. Cæterum non tantum motus medios exhibuimus, ſed & cum inæqualitate ea quæ reipſa planetarum curſibus ineſt; idque ſecundum anomalias a Keplero excogitatas, quarum apud aſtronomos maxima auctoritas. Quo pacto autem hæc inæqualitas conficiatur ſuo loco oſtendemus.

Porro etiam horologium Automaton hac parte conſpicitur paulo ſupra axem dictæ laminæ adfixum, cujus horologii vi axis ille magnus annuas converſiones facit, ac per eum omnia continuo motu cientur; tranſit enim motus ab horologio in rotam axi infixam quam dierum ac menſium circulo aptari diximus, quemadmodum in adſcripto typo apertius liquebit. Interiora horologii percenſere nihil neceſſe eſt, cum vulgo notum ſit inventum, cujus nimirum vis a lamina in helicem convoluta. Hic vero motus æqualitatem alia ἑλικώδη lamina adjuvimus, quæ libramento recurſus temperaret; quod alterum poſt inventa pendula remedium excogitavimus non æque tutum quidem, quod frigore & calore elater vires ſuas paulatim quid intendat ac remittat, ſed hîc aptius convenientiuſque. Intenditur autem lamina illa prior motus effectrix ſeptenis quibuſque diebus.

Ex-

Explanatio
Tab. 2. Fig. 3.

A. A. *Sunt lamellæ quadratæ, quæ columellarum Fig. 4. Tab. 3. litteris* TT. *deſignatarum capita cochleis aſtringunt.*

B. *Eſt axis bipedalis ferreus.*

D. *Eſt rota, quæ Mercurii rotas movet conſtans dentibus* 121.

E. *Rota Veneris conſtans dentibus* 52.

F. *Telluris, dentibus* 60.

G. *Martis, dentibus* 84.

H. *Jovis dentibus* 14.

K. *Saturni dentibus* 7.

L. *Rota dentium* 73. *movet circulum, cui menſes dieſque inſcripti ſunt.*

M. *Eſt cochleæ infinitæ particula, cujus convolutio annorum* 300 *circuitum efficit, intercedentibus binis rotulis communi axiculo Tab.* 2. *deſignato* E *affixis; quibus ſingulis dentes* 6. *quarumque altera huic cochleæ convenit, altera interior rotæ annorum* 300. *dentibus inſeritur.*

N. *Horologium.*

V. *Rota eſt, per quam horologium movet axim* CB.

P. *Sunt dentes quatuor in extremitate axis rotæ* V.

O. *Rota, quæ a dentibus* P. *movetur, & dentes habet* 45.

Q. *Tympanum eſt axi rotæ* O. *inhærens conſtans dentibus novem, quibus movetur rota* L *& per eam axis.*

R. *Eſt lamella ærea huic laminæ majori affixa, cujus orificio parvulo inhæret annulus dentatus* E *Tab.* 3. *depictus.*

In

Vide Tab. 2. Fig. 3.

In ſchemate adſcripto, quæ converſæ machinæ faciem amoto operculo exhibet, lamellæ quadratæ, quibus adſcriptum eſt A, reliquæque iis ſimiles, eæ columellarum capita cochleis adſtringunt, quibus columellis laminæ, quæ hic cernitur, connectitur anterior illa Planetarum orbibus in partes diſſecta.

Axis bipedalis ferreus eſt CB, parte ea, qua C adſcriptum eſt, pollices binos à lamina diſtans.

In hoc axe defixæ rotæ orbes planetarum circumagunt, D quidem Mercurii, E Veneris, F Telluris, G Martis, H Jovis, K Saturni. Circulum vero cui menſes dieſque inſcripti ſunt rota L movet, ac denique annorum 300 circuitum efficit cochleæ M convolutio, intercedentibus rotulis binis communi axiculo affixis, quibus ſingulis dentes 6, quarumque altera cochleæ huic convenit, altera interior rotæ annorum magnæ dentibus inſeritur.

Per unum igitur axem CB annuas converſiones peragentem, (namque & rota L & cochlea M ipſi inhærent) tot motuum diverſitas perficitur; axis autem ab horologio hoc modo cietur. Eſt in horologio rota V, cujus hic particula tantum cernitur horis 96. ſingulas converſiones faciens. Hujus axi altero capite ad P dentes additi ſunt quaterni, hi inſeruntur rotæ O dentibus 45. cui rotæ in communi axi jungitur tympanum Q. novem dentibus inciſum; qui denique aptantur dentibus 75 rotæ L.

Oportet nunc & interjectas utrique laminæ planetarum rotas inſpiciundas dare, ut quomodo conſtructæ ſint & quo pacto circumeant, appareat.

Ex-

EXPLANATIO

TAB. 3. FIG. 4.

A. *Rota Saturni conſtans dentibus* 206.
B. *Brachiolum, cui Saturnus infigitur.*
C. *Rota eſt, cui anni trecenti inſcribuntur, ut annum deſignet illo temporis ſpatio ſemel circumvoluta. Conſtat dentibus* 300. *Circumvolvitur autem ope cochleæ infinitæ, quæ in Tab.* 2. *Fig.* 3. *littera* M *deſignatur, idque ope axiculi dentati* E.
D. *Rota, quæ menſem diemque menſis ſua circumvolutione oſtendit, conſtans dentibus*, 219.
F. *Rota eſt, quæ circumducit Jovem brachiolo* G *infixum. Conſtat dentibus* 166.
H. *Rota Martis cum ſuo Brachiolo conſtans dentibus* 158.
I. *Rota telluris ſimul cum Luna, quæ habet dentes* 60.
K. *Circulus dentatus, qui fixus inhæret anteriori laminæ totius machinæ, & qui, dum rota Telluris circumducitur, movet rotulas, quibus Tellus ſimul cum luna infigitur. Habet autem dentes* 137.
L. *Rota Veneris, conſtans dentibus* 32.
M. *Rota Mercurii dentes habens* 17.
N. *Axis fixus, cui ab altera parte Sol infigitur.*
O. *Axiculus Mercurii una ex parte infixus axi Solis, ex altera columellæ* P *lamellæ Telluris immobili inſiſtenti. Habet autem ille duas rotulas, quarum illa* R, *quæ movet Rotam Mercurii, habet dentes* 7. *altera vero* Q *dentes* 12. *Hic autem axiculus ita ſupra planum hujus figuræ elevatus eſt, ut Rotæ Veneris & Mercurii ſub eo motus ſuos exercere queant.*

s. *Apertura per quam lamina horas monſtrans circumducitur.*

T. T. T. T *Deſignant columellas, quibus hæc omnia illi laminæ quam ſecunda Tabula Fig.* 3. *repræſentat affiguntur cochleolarum ope.*

a b. *Eſt annulus planus, quo Planeta circumvolvitur.*

c d. *Armilla dentibus inciſa.*

e e. *Repagula annulum planum in ambitu continentia.*

lm. *Brachiolum.*

Singulis igitur Planetis annulus planus ad orbitæ eorum amplitudinem dicatus eſt, cui armilla dentata rectis angulis inſiſtit, æqualiter undique ab annuli peripheria diſtans. Annulus iſte Tabulæ octogonæ anteriori intus applicitus globulum, Planetæ corpus referentem, circumfert, ſtylo exiguo ſibi infixum, quo extra laminam anteriorem tantillo promineat. In circumferentia annuli hujus repagula quædam collocata ſunt laminæque adfixa intra quæ circulari motu ipſi moventur, ſimulque ut ne a jam dicta lamina recedant continentur. Horum in Planetis ſuperioribus Saturno ac Jove quina aut ſena adjecta ſunt propter annulorum magnitudinem, in reliquis quaterna aut trina ſufficiunt.

Vide Tab. 3. Fig. 4.

In figura hic deſcripta annulus planus eſt *ab*, ſuper hunc erecta armilla ac dentibus inciſa *cd*. Repagula annulum planum in ambitu continentia *ee*. Hæc ſingula duabus partibus conſtant, inferiore quam extrema annuli circumferentia radit, quæque ſeorſim laminæ Planetariæ adfixa eſt; tum alia huic ſuperpoſita & cochleis conjuncta, quæ paulum ſupra annuli marginem protenditur, atque ut ne excidere poſſit impedit, ſicut in figura videre eſt.

Hu-

Hujuſmodi itaque annulis ſinguli Planetæ feruntur, ac circulares orbitas percurrunt. Quod ſi Ellipticas voluiſſemus, nullo negotio id quoque efficere licebat, defixo ſcilicet Planeta non in annulum ipſum *ab*, ſed in brachiolum *lm*, ipſi inhærens, quod movetur in axiculo M; in L verò Planetam tubulo inſertum gerit; qua parte annulus laxiori foramine perforandus, ſic enim facile per rimam Ellipticam planeta ducetur. Sed cum parum adeo a circulis Ellipſes iſtæ differant, non ſatis cauſſæ viſum, ut eas adhiberemus. In Saturno autem ac Jove, quò liberius per rimas anguſtiores circuli laberentur hac ipsâ ratione effecimus. Eſt autem his prorſus ſimilis ille, cui dierum diviſiones inſcriptæ ſunt; at annorum circulus ſolum annulum planum habet dentibus in circumferentia inciſis, qui quomodo motum accipiat jam ante dictum. Et his quidem dierum & annorum annulis locus repertus eſt inter illos qui Saturni & Jovis Planetas vehunt; Eoque & foramina, quibus diviſiones illæ ſpectentur, inter iſtorum orbitas Planetarum in anteriore tabula ſunt inciſa.

Jam de menſtruo Lunæ motu oſtendendum qua ratione ordinatus ſit. Inter Martis ac Terræ orbitas quod interjacet laminæ Planetariæ ſegmentum, in eo intus defixus eſt annulus, interiore circumferentia dentes habens 137, quem in hoc ſchemate ſignificant inſcriptæ literæ AB. Circumferentia hæc dentata paulò major eſt orbita terræ annuâ, atque ipſe annulus AB paulum ſupra planum, cui affixus eſt, attollitur, ut ſub ipſo collocari queant repagula, intra quæ volvitur annulus Tellurem ferens, qui notatus eſt literis CD. Hic porro annulus axiculum circumfert ad rectos angulos ſibi inſiſtentem, rotulaſque utroque capite affixas habentem E, F, quarum inferior duodenos dentes habet commiſſos denti- Vide Tab. 3. Fig. 5.

 bus

bus annuli AB, ſuperior tredecim. Superioris dentes inſeruntur dentibus 12 rotulæ G juxta collocatæ, axemque itidem annulo CD infixum habenti, qui quidem axis cavitatem habet in partem anteriorem tabulæ Planetariæ patentem, in quam cavitatem defigitur ſtylus exiguus ac lunari circello conjunctus. Cæterum nec retinaculum quoddam annulo CD affixum & utroſque, quos diximus, axiculos parte ſuperiori detinens, uti nec armillam dentatam exprimendam duxi, ne quid rotularum EF conſpectum impediret.

Revoluto itaque annulo Terreſtri CD ſecundum ordinem literarum AEB, quæ revolutio anteriori tabulæ parte ſpectata incedit ſecundum ordinem ſignorum zodiaci; neceſſe eſt contrario motu circumire rotulas E & F, atque huic rurſus contrario rotulam G, hoc eſt, in partem eandem cum annulo Telluris: diximus autem in axem cavum rotulæ G ſtylum inſeri, cui cohæret orbiculus Lunam in circumferentia gerens, Tellurem vero in centro; quare recte ordinatus eſt Lunæ circuitus; quam bene vero tempori Menſis Periodici conveniat inferius manifeſtum fiet.

Expoſitis hactenus ſingulis machinæ partibus, dicemus jam, quibus ſemidiametrorum inter ſe proportionibus, quibuſque centris orbitas Planetarum in tabula anteriore deſcripſerimus, item ubi Apheliorum ac Nodorum puncta conſtituerimus; deinde quem dentium numerum rotæ cuique tribuerimus, ut mediorum motuum conſtaret ratio, deque ejuſmodi numerorum inventione; ac denique qua dentium conſtructione debitas motuum anomalias expediverimus.

Igitur octogonæ laminæ ſtatuta hac magnitudine, ut quæ ex centro in latus perpendicularis ducitur ſit pollicum $11\frac{1}{2}$, centro eodem, ubi & Sol collocandus, cir-

culum

culum Eclipticæ ſignorum deſcripſimus radio pollicum 10⅓. Hunc circulum in partes 360 partiti ſumus, Signaque 12 ſuis locis adſcripſimus, collocato Arietis ſigno in parte, quæ ſpectanti ad dextram eſt, ac pari cum centro altitudine. Vide Tab. 1. Fig. 1.

Porro Apheliorum loca in laterculo adjecto notata, in quam partem uniuſcujuſque Planetariæ orbitæ centrum ſumptum fuerit, declarat. Ex proportione vero ſemidiametrorum juxta collocata etiam menſura harum linearum intelligitur, ſi una ipſarum quæ eſt orbitæ Telluris ſemidiameter definita fuerit, quam quidem pollicis unius ſtatuimus, ſeu pedis Rhenolandici duodecimam partem, qualium enim hæc partes 100000 continere cenſetur, talium radii orbitarum cæterarum partes in laterculo deſcriptas habent. Earundem quoque partium ſunt excentricitates hic adnotatæ, quas ex centro Eclipticæ, ubi locus Solis, verſus Apheliorum loca accipere oportet, atque ibi centra cujuſque orbitæ ſignare.

Ita ex. gr. Saturni orbitam deſcripturus initio Anni Chriſti 1682. lineam ex Eclipticæ centro duco ad Sagittarii grad. 27, ſcr. 40′. in ea pono ex centro eodem particulas 54, qualium ſemidiameter orbitæ telluris ſive pollex unus 100 continet, non poſſumus enim in hac parvitate ulteriores minutias proſequi. Ita centrum orbitæ Saturni reperio. Tum deinde accepto ſemidiametro partium earundem 951, orbitam Planetæ deſcribo, cujus Aphelium ſigno litera A ad interſectionem rectæ ejus, quam ex centro ductam oſtendi. Cum vero orbitæ Planetariæ in cœlo omnes non nihil declinent a plano Eclipticæ ſeu plano orbitæ telluris, quod planum hic ipſius tabulæ ſuperficies eſſe intelligitur; ut nimirum dimidiâ ſui parte ſupra attollantur, altera dimidia infra deſcendant, perſpicuum eſt, non eſſe ipſas Plane-

tarum orbitas, quæ a nobis ſunt deſcriptæ, ſed lineas ejuſmodi in quas incidunt ductæ in Eclipticæ planum perpendiculares ex orbitarum quibuſlibet punctis, quas tamen lineas pro orbitis ipſis habemus, quod ſecundum illas Planetæ motus in longitudinem examinetur; revera autem ſunt orbitæ ad Eclipticæ planum reductæ. Itaque puncta bina, quibus orbita quæque planum Eclipticæ interſecat (hi nodi vocantur) ſuis ſignis ☊ & ☋ notavimus, quorum illud nodo aſcendenti tribuitur, unde nimirum Planeta ad partes Eclipticæ boreas feratur, quas ſupra tabulam exiſtere intelligendum; alterum nodo deſcendenti, quo præterito in partes auſtrinas tranſeat. Hi vero in eadem linea recta per Solis centrum ducta oppoſitos locos obtinent communi Aſtronomorum conſenſu, etſi non plane ad amuſſim res ſeſe hoc modo habere videatur, ut ſuo loco amplius declarabitur. Cæterum loca nodorum aſcendentium; Et quali angulo plana orbitarum Planetarum ad Eclipticæ planum inclinentur in tabella hic expreſſimus; auctores eos ſecuti qui maxime nobis probandi videntur; adeoque in Venere & Mercurio recentiſſimorum adhibitis obſervationibus, quibus in Sole ipſo hi Planetæ apparuerunt.

ANNO 1682. Januarii 1mo.

	Aphelia. Gr. / //	Nodi aſcendentes. Gr. / //	Inclinationes. Gr. / //	Semid. orbium Planetarum.	Excentricitates in iiſdem partibus.
Mercurii	15 : 11 : 19. ♐	14 : 29 : 47 ♉	6 : 54 : 0	38806	8149
Veneris	2 : 59 : 44 ♒	13 : 54 : 52 ♊	3 : 22 : 0	72400	500
Martis	0 : 38 : 17 ♍	17 : 38 : 12 ♉	1 : 50 : 30	152350	14115
Telluris	7 : 7 : 20 ♋			100000	1800
Jovis	7 : 55 : 43 ♎	5 : 30 : 42 ♋	1 : 19 : 20	519650	25058
Saturni.	27 : 39 : 46 ♐	21 : 36 : 26 ♋	2 : 32 : 0	951000	54207.

Diam. annuli Saturni	*ad diamet. Solis*	*ut* 11 *ad* 37
Diam. annuli	*ad diametr. globi Saturn.*	*ut* 9 *ad* 4
Diam. Iovis	*ad diametr. Solis*	*ut* 2 *ad* 11.
Diam. Martis	*ad diametr. Solis*	*ut* 1 *ad* 166
Diam. Terræ	*ad diametr. Solis*	*ut* 1 *ad* 110.
Diam. Veneris	*ad diametr. Solis*	*ut* 1 *ad* 84
Diam. Mercurii	*ad diametr. Solis*	*ut* 1 *ad* 308

Porro ut apparentes Planetarum latitudines cognoſcere liceat ſuper linea recta nodos oppoſitos jungente arcus circunferentiæ circularis utrinque deſcripſimus, alterum extra orbitæ portionem boream, alterum intra portionem auſtralem, tanto intervallo ab ipſis portionibus, ubi maxime abſunt, recedentes, quanto orbita ipſa ſupra atque infra planum Eclipticæ iis ipſis in locis extare deberet; atque ibidem angulos inclinationis adſcripſimus. In quocunque vero orbitæ ſuæ reductæ puncto Planeta reperietur, ſi ab eo puncto ad adſcriptum arcum minima diſtantia accipiatur, ea quam proxime intervallum indicabit, quo ab Eclipticæ plano illic vera Planetæ orbita recedit, quod intervallum cum diſtantiâ Planetæ a Tellure comparando, ipſe quoque

que latitudinis angulus ex triangulorum doctrina facile inveſtigabitur; atque hæc de exteriore Automati forma deque uſu ejus dixiſſe ſufficiat: Nunc ad interiorem fabricam pergamus.

Dentium in rotis numerus hoc modo a nobis inventus fuit; Motum Medium cujuſque ſub Ecliptica Planetæ annuum ſeu dierum 365 ad Telluris Medium annuum motum, quales in Tabulis Aſtronomicis exhibentur, comparavimus; reductis ad tertios ſcrupulos arcubus eorum motuum integris. Numeri hinc orti, cum eam inter ſe proportionem habeant, quam arcus circulorum eodem tempore a Planeta, atque a Tellure in orbitis ſuis emenſi, ſequitur tempora utriuſque Periodica ejuſdem rationis contrariam continere; quam itaque, vel ſimilem minoribus numeris expreſſam, etiam dentium numeri habere debent, quibus nempe rota tum Planetaria, tum altera ipſi congruens, atque axi magno impoſita incidantur; ſingulis enim axis hujus converſionibus Tellus integram orbitam ſuam percurrit; quoniam æqualem dentium numerum rotæ Tellurem ferenti, itemque ei, quæ in axe magno reſpondet, attribuimus, ſexagenarium puta, vel alium pro lubitu, qui commode in rotas inducatur.

Huc itaque res tota recidit ut datis numeris duobus magnis certam inter ſe rationem habentibus, alii minores inveniantur rotarum dentibus multitudine ſua non incommodi, quique eandem proxime rationem ita exhibeant, ut nulli ipſis minores propius. Sed exemplo rem totam melius exponemus; Sunto igitur inveniendi dentes in rota Saturni, inque minore illam movente, quæ axi magno eſt impoſita, quam indicabat ſuperius litera K. Vide Tab. 2. Fig. 3.

Annuus Saturni motus (ſequor autem tum in hoc tum in cæteris Riccioli recentiſſimas Tabulas) proditus

tus eſt gr. 12, 13′, 34″, 18‴. Annuus Telluris, quem ille Solis vocat, gr. 359°, 45′, 40″, 31‴. Reductis igitur omnibus ad ſcrupula tertia, fit proportio 2640858 ad 77708431. Itaque quam rationem habet poſterior horum numerus ad priorem, eam habet Saturni tempus Periodicum ad tempus, quo circa Solem Tellus convertitur, ac proinde & rotæ Saturniæ dentium numerus ad ſuæ motricis rotæ dentes hanc rationem quam proxime ſervare debet. Inveniendis igitur numeris minoribus qui proxime rationem iſtam exprimunt; divido majorem per minorem, & rurſus minorem per eum qui a diviſione relinquitur, & hunc rurſus per ultimum reſiduum, atque ita porro continenter pergendo invenio quod fit ex primâ diviſione

$$29 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 \text{ \&c.}}}}}}}$$

nempe numerum cum adjuncta fractione, cujus fractionis numerator eſt unitas, denominator vero rurſus fractionem adjunctam habet, cujus numerator unitas, denominator ſimiliter ac præcedens componitur; idque ita conſequenter; qua via, ſi, quo uſque poteſt, continuetur, eo devenitur, ut a diviſione tandem unitas ſuperſit.

Jam ab hac fractionum ſerie poſteriores aliquouſque præcidendo, velut hic $\frac{1}{5}$ cum cæteris deinceps ſequentibus, reliquaſque cum numero ipſas præcedente reducendo ad communem denominatorem, erit hujus ad numeratorem ratio propinqua ei, quam datorum numerorum minor habet ad majorem; adeo quidem ut minoribus numeris propius ad eam accedere non liceat.

Reductionis modus facilis eſt; nempe poſteriores, unde hic incipimus fractiones, $\frac{1}{2+\frac{1}{1}}$, tantundem valent ac $\frac{1}{3}$, unde ad proxime præcedentem pergendo ac reducendo $\frac{1}{2+\frac{1}{3}}$, faciunt $\frac{3}{7}$; denique & numerum integrum includendo ac reducendo $29+\frac{3}{7}$, fiunt $\frac{206}{7}$. Itaque numeri 7 ad 206 propinqua ratio eſt rationis 2640858 ad 77708431. Eoque rotæ Saturniæ dentes 206 dedimus, ipſam vero moventi dentes 7. Quod autem minores numeri non inveniuntur, qui propius rationem propoſitam exprimant, ita oſtendemus. Principio certum eſt numeros hujuſmodi reductione factos, eſſe inter ſe primos, ex Prop. 1. l. 7. Elem. quia nihil aliud eſt diviſio noſtra continua, quam ſubtractio illa Euclidea, quæ ſi numeris noſtris 206 & 7, reductione effectis adhibeatur, planum eſt unitatem tandem relinqui, quia fractionum iſtarum omnium numerator eſt unitas. Quod ſi jam duo quivis alii numeri propius ad proportionem magnorum accedunt, eos neceſſe eſt, facta continua diviſione majoris per minorem, donec unitas ſuperſit, quotientem efficere 29, cum fractionibus iiſdem, quæ ſupra, continue adjectis, atque ulterius continuatis quam unde reductionem incepimus, cum inveniremus numeros 7 & 206. alioqui enim ad primæ diviſionis quotientem qui dictas fractiones omnes quouſque poſſunt continuatas adjectas habet propius accedi nequit. Sic quoniam continua diviſione 206 per 7, invenitur

$$29+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{1}}}$$

neceſſe eſſet diviſione ſimili numerorum propiorum unam ſaltem inſuper fractionem iſtis adjici, vel $\frac{1}{7}$ vel aliam qua propius ad quotientem univerſalem perveniatur

tur, quam ſi ad $\frac{1}{7}$ ſubſiſtamus. Hinc vero facta reductione, manifeſtum eſt, numeros majores effici, quam ſi a citeriori fractione cæptum fuiſſet, quandoquidem acceſſione cujuſque fractionis reductæ efficitur fractio conſtans numeris inter ſe primis, quæque propterea ad minores reduci nequit; quod examinanti manifeſtum fiet ſi ad ſequens theorema attenderit demonſtratu facillimum; nempe Propoſitis duobis numeris inter ſe primis, eorum alteruter ad ſe ipſum vel ſui multiplicem altero numerorum auctum primus erit. Si enim non, ergo ita compoſitum metietur, ſed & partem metitur, hoc eſt, ſe ipſum, vel ſui multiplicem; ergo & reliquum metietur; quod abſurdum, quandoquidem numeri inter ſe primi ponebantur. Itaque propiores numeri proportioni propoſitæ, non minores, ſed majores erunt inventis 206 & 7.

Porro facile intelligitur reductionem fractionum ab ea utilius ſemper incipi, quam proxime inſequens fractio majorem denominatorem habebit vicinarum comparatione; ſicut & antecedenti exemplo inde reductionem incepimus, ubi $\frac{1}{5}$ ſequebatur.

Utilitas vero methodi ad alia multa porrigitur, ubi proportio quæpiam numeris comprehenſa ad proxime æqualem aliis minoribus numeris eſt redigenda. Velut cum peripheriæ circuli ad diametrum ratio ad notas veras plures datur, nempe quæ 31415926535 ad 100000000000. Hîc facta diviſione fit,

$$3 + \frac{1}{7} + \frac{1}{15} + \frac{1}{1} + \frac{1}{292} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

ubi ſi reductionem inchoaremus a fractione $\frac{1}{7}$ fit proportio Archimedea 22 ad 7, ſi vero ab $\frac{1}{1}$ fit alia multo propinquior quam Adr. Metius prodidit 355 ad 113; ſicut enim

113 ad 355 ita 10000000 ad 31415929 &c. Eodem modo alias ad verum propius accedentes rationes invenire licet; ſed hæc Metiana, cum ad uſum habilis eſt, tum pro numerorum parvitate eximia, ob exiguam particulam $\frac{1}{392}$ citra quam reductio cœpta eſt; Cujuſmodi non facile ſimilis reperitur ulteriores numeros tentanti. Sciendum vero, reductione hac noſtra majorem proportionis terminum alternis majorem minorem vero reperiri, prout a prima, tertia, quinta aut alia deinceps impari fractione reductio inchoata fuerit. Ita cum a tertia fractione, quæ eſt $\frac{1}{1}$ reductionem præcedentem inceperimus, fit proportio circumferentiæ ad diametrum, ut 355 ad 113 major vera; at ſi a ſecunda quæ eſt $\frac{1}{15}$ incepiſſem, extitiſſet inde proportio 333 ad 106 minor verâ; rurſus ſi a prima quæ eſt $\frac{1}{7}$ initium fiat oritur proportio Archimedea 22 ad 7 major vera; veram autem proportionem hic appello, quæ iis, qui adſumti ſunt, magnis numeris exprimitur, quam nimirum pro ipſa proportione circumferentiæ ad diametrum accepimus. Horum vero demonſtratio hoc fundamento nititur notiſſimo, Fractionem quamcunque, aucto denominatore, fieri minorem; imminuto, majorem.

Sit enim numerus ex prima diviſione ortus A, fractionibus vero deinceps deſcendentibus quotlibet BCDEF & ad infimæ F denominatorem adjecta intelligatur fractio quæ ex omnibus ulterioribus fractionibus reductis conficeretur, quæ dicatur Z. Cum itaque fractio, cui ſuperſcriptum F; ſit major vera, quia denominatorem habet minorem vero denominatore, qui eſſet 1+Z, hinc augendo denominatorem fractionis E fractione F, fiet reducta fractio ex fractionibus E, F, minor vera, ideoque rurſus augendo denominatorem fractionis D, iſta fractione re-

du-

$$\overset{A}{3} + \overset{B}{\tfrac{1}{7}} + \overset{C}{\tfrac{1}{15}} + \overset{D}{\tfrac{1}{1}} + \overset{E}{\tfrac{1}{292}} + \overset{F}{\tfrac{1}{1}}$$

ducta, fiet fractio ex D E F reductis major vera, ac proinde rurſus augendo denominatorem fractionis C iſta ultima, fiet fractio, ex C D E F fractionibus reductis, minor vera.

Cumque ita neceſſario fractiones ex reductione fractionum ſurſum tendendo effectæ, alternatim nunc majores, nunc minores evadant Veris, ſitque infima, unde initium fit, ſemper vera major; facile apparet, ſi hæc ſedem imparem obtineat, etiam ex omnium fractionum reductione effectam vera majorem fore, ideoque numero A additam, daturam terminum proportionis majorem vero. Si vero illa, unde initium fit, ſedem parem obtineat, tum ex reductione omnium exſtituram fractionem vera minorem, ac proinde numero A additam, daturam terminum proportionis vero minorem. Quare patet propoſiti veritas. Sciendum porro, ſi omnes ordine terminos proximos datæ proportioni deſideremus, tunc & ab omnibus fractionibus imparium ſedium, & rurſus ab omnibus ſedium parium faciendam reductionem, idque ita; ut pro ſingularum fractionum denominatore, qui unitate major erit, ponantur ſeorſum denominatores omnes ab unitate ad illum uſque, & cum iis ſingulis reductio inchoetur perficiaturque. Hoc enim ſi fiat in fractionibus ſede impari locatis, omnes termini veris majores ordine exiſtent; ſi verò fiat in fractionibus ſedium parium; habebuntur ordine omnes termini veris minores. Ita in propoſito exemplo ſi pro fractione prima $\frac{1}{7}$ ponantur ſingulatim $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, facta hinc reductione exiſtent proportiones vera majores: 4 ad 1, 7 ad 2, 10 ad 3, 13 ad 4, 16 ad 5, 19 ad 6, 22 ad 7. deinde a fractione tertia D incipiendo fiet

proxima ratio major 355 ad 113. Et ab quinta F incipiendo fiet proxima ratio major 104348 ad 33215. Rurſus ſi pro fractione ſecunda $\frac{1}{15}$ ponantur ſingulatim 15 fractiones, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, &c. Item pro quarta $\frac{1}{292}$ ponantur omnes ab unitate, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, uſque ad $\frac{1}{292}$; factis reductionibus habebuntur ordine proportiones veris minores, quæ quidem ad fractionem E procedendo dari poſſint. Quod ſi denique ſeriem continuam mixtam terminorum tam majorem quam minorem vera proportionem exhibentium velimus, quorum quique præcedentibus ad veram propius accedant, tunc hoc obſervandum; ut in fractionibus quibuſvis, quarum denominator unitate major erit, ponantur, non ut modo factum omnes deinceps minores denominatores ab unitate, ſed ab ea incipiendo quæ dimidio illius denominatoris proxime major erit.

Hac igitur ratione in cæteris quoque Planetis uſi, rotæ Jovis dedimus dentes 166, rotæ vero ipſam moventi dentes 14. rotæ Martis dentes 158, ipſam vero moventi dentes 84. Rotæ Veneris dentes 32, ei quæ movet dentes 52; qui numeri ſunt inter ſe ferme, ut 70 ad 43. Quibus numeris ſi uſi eſſemus, & Rotæ Veneris dediſſemus dentes 43, rotæ vero hanc in axe magno agitanti, 70, aliquantulum perfectius vero Veneris motui reſpondiſſet Machina. Priores enim numeri, quos adhibuimus, efficiunt, ut Venus poſt 20 annos a vero loco deficiat gr. 3, 37'. cum poſteriores in iiſdem 20 annis tantillulum ultra verum locum Venerem promoveant, ſed exceſſu 15'. non plene æquante.

Nec multum diſſimili ratione inveniuntur dentes rotularum, quæ Mercurium movent. Aſſumta enim Periodo telluris ſub Ecliptica dierum 365. hor. 5. 49'. 15''. 46'''., Mercurii vero ſub eadem dierum 87. Hor. 23.

14',

14′, 24″, aut facilitatis ergo aſſumta illa d. 365. hor. 5. 50′ & hac dierum 87. Hor. 23. 15′. invenietur ratio revolutionum Mercurii ad illas Telluris ut 105190 ad 25335, ſive 21038 ad 5067; quorum diviſione, eo, quo dictum, modo, inſtituta

$$\frac{21038}{5067}\Big|\, 4 + \frac{1}{6} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{7} \ \&c.$$

& neglecta ultima fractione reliquis ad communem denominatorem deductis fiet $\frac{847}{204}$, qui numeri proportioni motuum, quibus hi Planetæ moventur, quam proxime reſpondent. Verum cum 847 fiat ex ductis in ſe numeris 121, & 7, & 204 ex ductis in ſe numeris 12 & 17, Vide Tab. 3. F. 4. rotæ annuæ, quæ eſt in axe communi, inditi ſunt dentes 121, & axiculus interpoſitus rotulis circa duo puncta fixa, quorum alterum eſt in axe per Solem & annulum Mercurii tranſeunte; alterum in columella inhærente lamellæ fixæ Telluris. Sunt autem hæc puncta ita remota ab ipſis orbitis Mercurii & Veneris, ut dentes rotarum Veneris & Telluris libere ſub axiculo tranſeuntes ab eo in motu ſuo non impediantur; Hic autem axiculus duas rotulas habet circa unamquamque extremitatem unam, quarum altera, cujus dentes committuntur rotæ annuæ, eſt dentium 12; altera vero, quæ armillæ dentatæ Planetam vehenti committitur dentium 7, cum ipſa armilla habeat dentes 17. quo ipſo inter motum axis communis, & rotæ Mercurium vehentis eandem proportionem ſervari, quæ eſt 204 ad 847, manifeſtum eſt.

Ro-

Rotularum, quæ Lunam vehunt dentes ut inveniantur, aſſumto eodem motu annuo d. 365. hor. 5. 50′, & Lunari motu d. 29 hor. 12, 44′, 3″ ſive ſcrupulorum 45, ob faciliorem calculum invenietur ratio revolutionum Lunæ ad eas Telluris, ut 105190 ad 8505, ſive 21038 ad 1701: quibus numeris, ut prius, diviſis fit

$$\frac{21038}{1701} \Big| 12 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}.$$

Quod ſi pro ultima fractione ſumatur $\frac{1}{6}$, & præcedentes ad eundem denominatorem deducantur, fient numeri 1546 & 125; quorum cum prior nullas partes aliquotas habeat, præter 2 & 773; hic, autem nimium dentium numerum faciat, præſtabit ſi loco fractionis $\frac{1}{6}$ proxime minorem ſumamus $\frac{1}{7}$, quo facto orientur numeri 1781 & 144, quorum prior fit ex 137 & 13, poſterior ex 12 in 12. Ex quibus deſcripta ratio dentium tum in majori rota, tum in minoribus axiculis dentatis facile conſtabit.

Ex ipſa autem hac inventione numeri dentium, qui tum in axe communi, tum in rotis ſingulos Planetas deferentibus incidi debent, manifeſtum eſt non poſſe has circumvolutiones ita fieri, quin tractu temporis aliquantulum ab ea ratione quam motus telluris ad motum uniuſcujuſque Planetæ ex obſervatis habere aſſumſimus, aberret. Cujus tamen aberrationis quantitatem, quantula ſit, facile eſt determinare. Nam ut exacte in machina eadem ratio veri motus obſervaretur, neceſſum foret,

ret, ut ratio motus præciſe numero dentium in rotulis reſpondeat. Nimirum in Saturni, ut hoc exemplo res plana fiat, rota, quæ in axe communi eſt, dentes ſunt 7, in ea vero, quæ Saturnum vehit, dentes 206. Neceſſum igitur eſt, ut tempore 206 annorum Saturnus periodum ſuam abſolvat ſepties, Verum cùm ratio motus Telluris ad Saturnum ſit, ut 7708431, ad 2640858, invenietur, Saturnum ſpatio 206 annorum, abſolvere periodum ſuam non præciſe ſepties, ſed circiter $7\frac{1}{1346}$. Singulis ergo 206 annis Saturnus in motu ſuo in hac machina retardatur $\frac{1}{1346}$ ſui circuli, ſingulisque annis tantundem uniuſcujuſque dentis, & annis 1346 retardabitur ejus motus unico dente, quo igitur poſt id tempus rota Saturni promovenda erit. Hæc autem rota cum conſtet dentibus 206, qui integrum circulum 360 graduum conſtituunt, unicuique denti præterpropter reſpondebunt 105 ſcrupuli, per quos itaque promovendus erit Saturnus poſt exactos annos 1346, adeoque poſt 20 annos 1′ : 3″ 4. Eademque ratio eſt in cæteris.

Reſtat explicemus quanam ratione ex harum rotarum revolutione debitæ motuum anomaliæ ſequantur. Hunc in finem ſit ANP orbita Planetæ, cujus centrum C; Sol S; ſumaturque in SC punctum E ad lubitum, fiatque, ut excentricitas SC ad radium CA, ita CE ad ED, quo radio ac centro E deſcribatur circulus DM. Intelligatur porro circulo AL ſuper centro ſuo C mobili affixum eſſe immobiliter circulum DM incisum dentibus æqualibus ſuper circuli plano erectis, qui proinde circulus neceſſario quoque circa centrum C movebitur. Ponatur autem moveri verſatione æquabili tympani KH axem ad C directum habentis, cujusque dentes congruant dentibus rotæ DM. Satis enim convenient, etſi ob excentricitatem hujus rotæ non ſemper tympano ad

Vide Tab. 4. Fig. 7.

 re-

rectos angulos ſubjiciantur: dico hoc motu Planetam inæqualiter ferri in ſua orbita, idque ita, ut ejus motus hypotheſi Keplerianæ proxime æquipolleat.

Vide Tab. 4. Fig. 7.

Sumto enim in circulo DM. centro E deſcripto quolibet arcu DO, ponatur ejus arcus dentes verſatione tympani HK pertranſiiſſe rectam CD, erit neceſſario recta CO in recta CAD, etſi non ita, ut punctum O ſit in D, ſed interius in R, cum CD, quæ æqualis eſt duabus CE, EO, major ſit, quam CO. Quantus igitur eſt angulus OCD, tantus quoque erit angulus, quo recta CAD mota erit circa Centrum C; ideoque ſi faciamus angulum DCT æqualem angulo DCO, erit CT recta, in quam promota erit CAD, adeo ut Planeta proceſſerit ex A in punctum N, ubi recta CT ſecat circumferentiam AN centro C deſcriptam. Circulus autem DM centro E promoto in F, factoque FT æquali ED, habebit ſitum circuli TR. Apparet autem ob eandem angulorum OCD, DCT æqualitatem arcum DM, quem recta CT abſcindit in circumferentia ODM eſſe æqualem arcui DO. Unde juncta ME, erit & angulus MED æqualis DEO. Itaque ſi fiat arcus AL totidem graduum, quot continet arcus DM, jungaturque CL, erit hæc parallela EM. In triangulis igitur CEM, SCL erunt anguli LCS, MEC æquales, & circa hos æquales angulos latera proportionalia. Eſt enim ex conſtructione SC ad CL, ita CE ad EM, quoniam CL ipſi CA & EM ipſi ED eſt æqualis. Erunt ergo æquales etiam anguli MCE & LSC, ac proinde latera CM, SL parallela. Hac igitur rotatione circulorum DM, AL Planetam in A poſitum ita moveri per circulum AL, ut ejus motus quam proxime reſpondeat *Hypotheſi Kepleri* ita oſtendetur: Ponatur Planeta motus ab A verſus N, erit ſpatium NSA anomalia ejus media; atqui propter lineas parallelas SL, CN erit triangulum NSC æquale triangulo CLN, quod inſenſibili

dif-

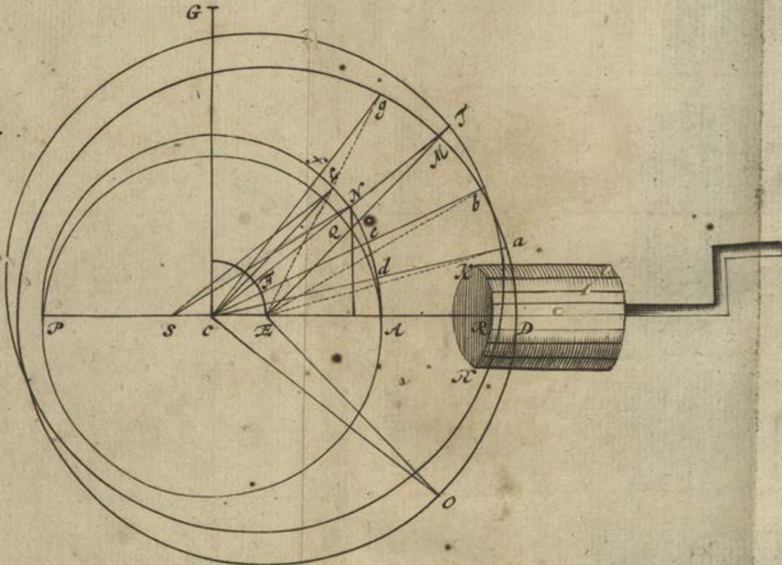
diſcrimine differt a ſectore CLN. Spatium itaque CLA, adeoque & arcus AL reſpondebit anomaliæ mediæ; promoto Planeta ex A in N. Quod ſi ponamus AQP eſſe ellipticam Kepleri orbitam, erit quidem Planeta in Q, ubi ſcilicet NQ perpendicularis in AP Ellipſin AQP ſecat, non in N; ſed hæ Ellipſes tam parum à circulis recedunt, ut differentia in machina animadverti nequeat. Erit itaque N locus Planetæ debitus medio motui AL, qui arcus tot gradus, ac arcus DO ſive DM complectitur. Quod ſi tympanum ponatur quovis alio loco velut in G æque diſtante a centro C verſus quod tympanum dirigitur, collocetur vero punctum D, quod in rota ODM maxime a Centro C diſtat ſub tympano, & Planeta rurſus in A loco Aphelii ſui, apparet æquali verſatione tympani in G atque in D eoſdem angulos tranſire circa centrum C. Quare ubicunque collocetur tympanum, eodem ritu motus Planetæ inæqualis fiet, licet dentes rotæ DM æquales ponantur, modo dentes tympani K directe ſpectantis ad punctum C aliquam habeant longitudinem, qua committi queant dentibus circuli DM aliis & aliis in punctis ſecantis rectam DC; & ſimul obſervetur, ut poſita recta longiſſima, quæ a centro C ad circulum DM duci poteſt directe ſub tympano K, Planeta ponatur in Aphelio circuli ANL. Verum cum noſtra in machina omnia tympana in uno eodemque axe ſint poſita, non poterit ille niſi ad duorum Planetarum centra debite collocari; quare porro conſiderandum eſt, qui idem per inæquales dentes perfici queat. Quem in finem ſupponamus circulum DMP in partes æquales D*a*, *ab*, *b*M, M*g* ſectum eſſe, & ad illas ſingulas duci ex puncto C rectas, C*a*, C*b*, CM, C*g* illæ in partes inæquales A*d*, *de*, *e*N, N*f* ſecabunt orbitam Planetæ ANL. Qua ratione invenientur in circulo ANL totidem dentes inæ-

 qua-

quales, quot æquales poſiti ſunt in circulo D M. Quibus ſi nunc porro tympanum K applicetur, (ſatis enim convenient, licet alibi minores, alibi vero majores paulo evadant,) cum eodem numero dentium tympani K, quo tranſiere prius dentes arcus D M, jam tranſeant dentes arcus A N, fiet, ut ſimul eadem motus Planetæ oriatur inæqualitas, quam Hypotheſi Keplerianæ proxime reſpondere oſtendimus.

FINIS.

Fig. 7.



TAB. 3.

Fig. 6.



Fig. 4.

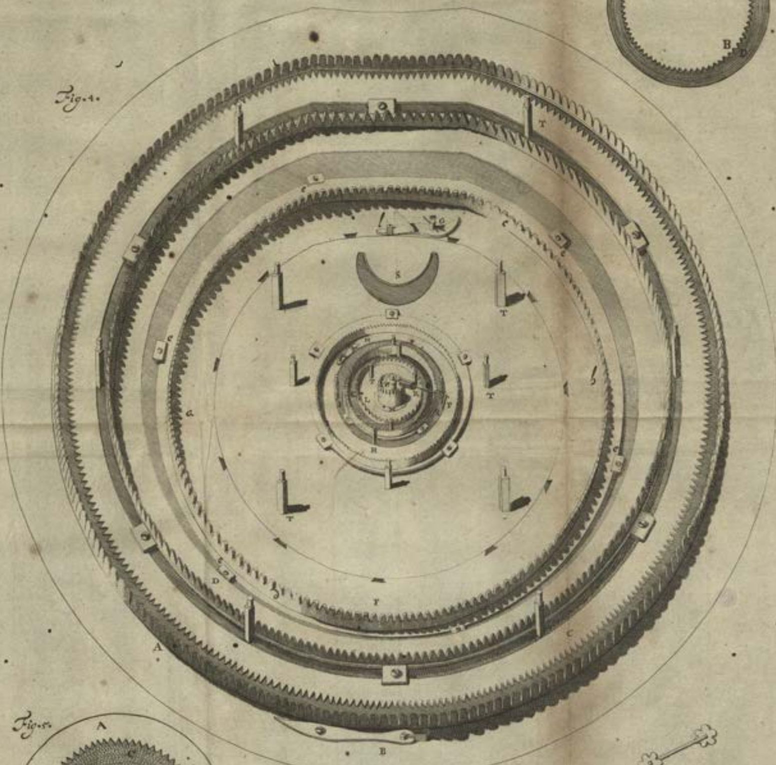
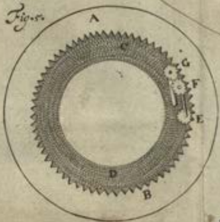


Fig. 5.



TAB. 2.

De Automato

Fig. 3.

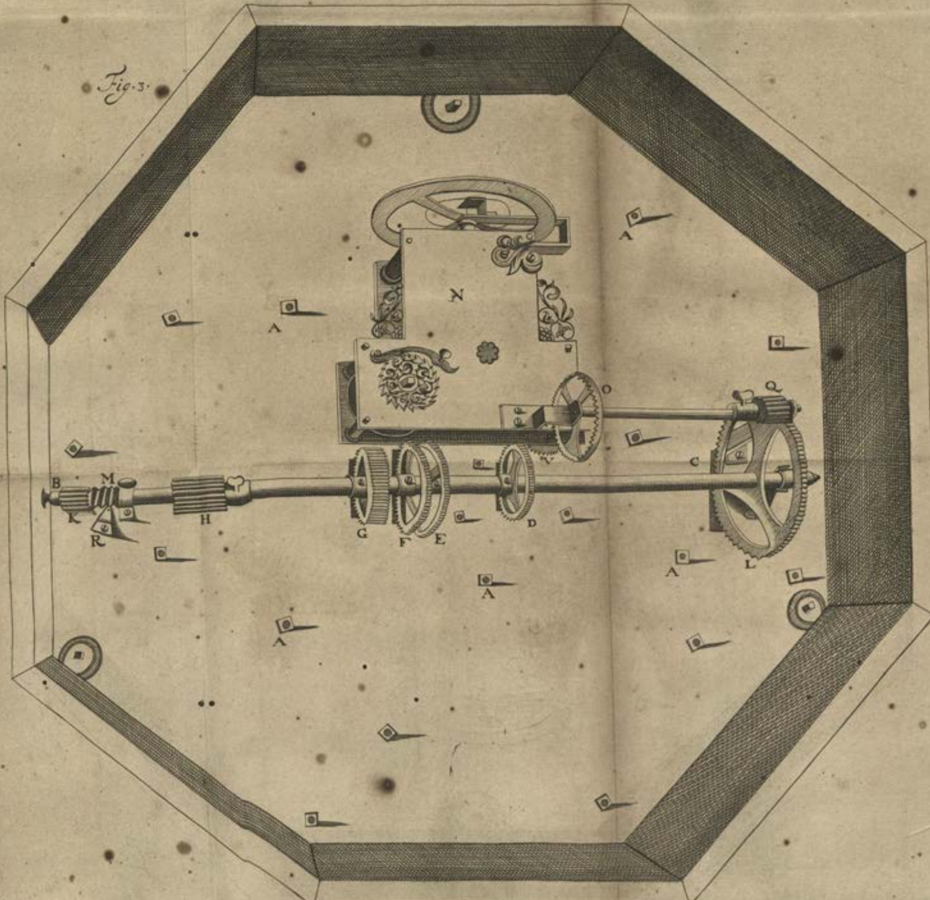


Fig. 2.

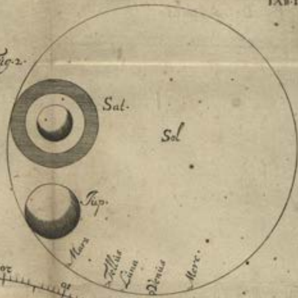
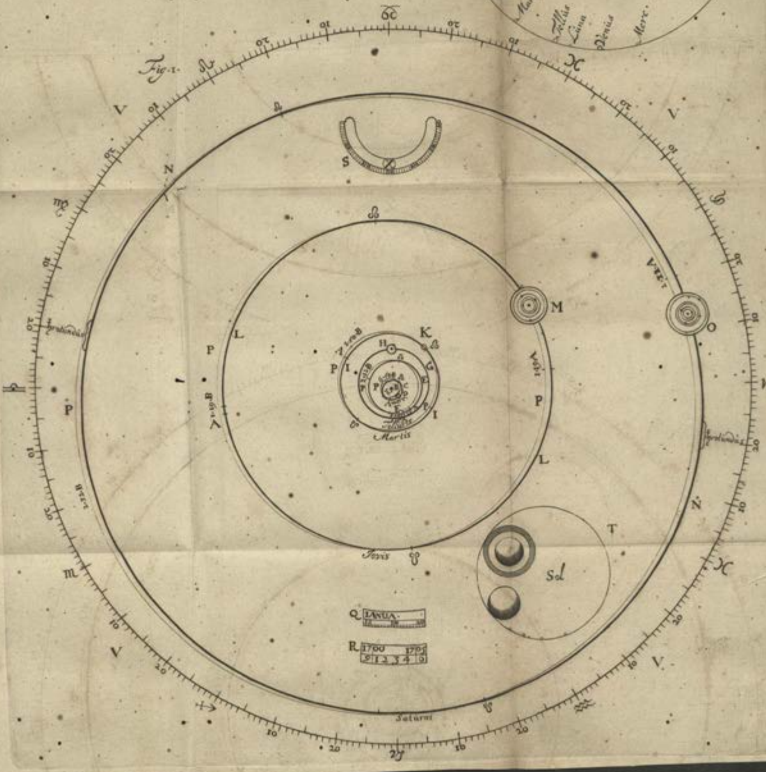

Sat.
Sol
Jup.
Mars
Tellus
Luna
Venus
Merc.

Fig. 1.


S
N
M
O
K
H
T
Sol
Martis
Jovis
Saturni
Q IANUA.
R 1700 1705
0 1 2 3 4 5

00053213

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 July, 2018